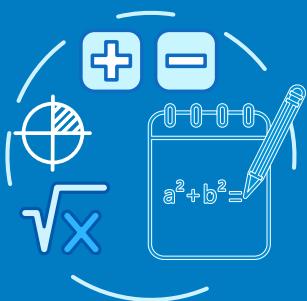


III. დავალების წარდგენა



იცით თუ არა,

- როგორ დაადგინეს პირამიდების სიმაღლე ძველად ეგვიპტეში?
- იმ დროის მათემატიკოსებმა მოიფიქრეს მოსახერხებელი გეგმა. მათ ერთი ერთეულის მქონე სიგრძის ჯოზით და მზის სხივების დახმარებით შეძლეს მათემატიკური მოდელის შექმნა, რომელიც პირამიდის სიმაღლის დადგენაში დაეხმარათ.

მენიშვნა: იმ დროს ჯოზის სიგრძე იზომებოდა მათი ერთეულით.

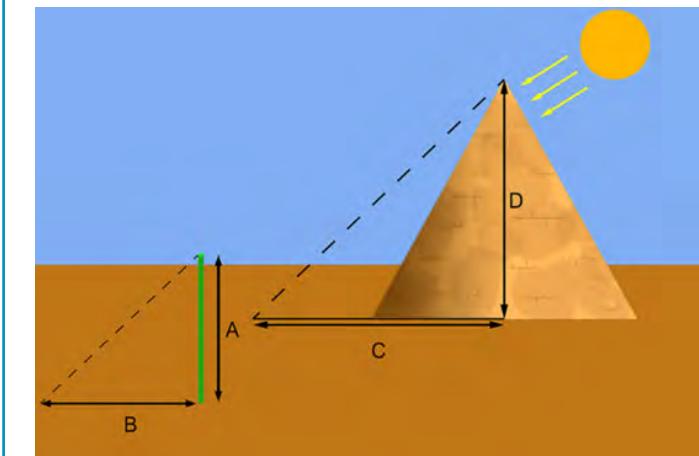
თანამედროვე ხელსაწყოებით გაზომვის შემდეგ დადგინდა, რომ ეგვიპტელებს საკმაოდ მაღალი სიზუსტით ჰქონდათ დადგენილი პირამიდის სიმაღლე.



იხ. სიმულაცია: geogebra.org



პომპეუსის დავალება ესგავსებისთვის



საკვანძო კითხვა:

- როგორ შეიძლება მაღალი შენობის სიმაღლის დადგენა მათემატიკური ძეთოდებისა და მოდელების გამოყენებით?



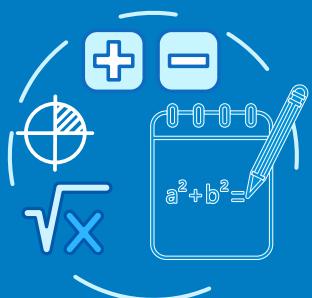
თქვენი დავალება

1. მოიძიოთ ინფორმაცია თუ როგორ დაადგინეს ძველად ეგვიპტეში პირამიდების სიმაღლე იმ დროის მეცნიერებმა.
2. დაადგინოთ, როგორ შეიძლება მსგავსების მეშვეობის მაღალი ობიექტის სიმაღლის დადგენა.

გაგრძელება



III. დავალების წარდგენა



კომპლექსური დავალება მსგავსებისთვის



თქვენი დავალება

3. გამოთვალოთ რომელიმე ობიექტის სიმაღლე ორი სხვადასხვა მეთოდის მეშვეობით და შეადაროთ სიზუსტე.
4. შეადგინოთ გეგმა, რომელიც აღწერს, როგორ შეიძლება მაღალი ობიექტის სიმაღლის გაზომვა ჩრდილის და სარკის მეთოდით.

ნაშრომი წარმოადინეთ რეფერატის სახით, რომელიც წარმოდგენილი იქნება როგორც ნახაზები, ასევე გაზომვების შედეგები (ანგარიშის ფურცელი).

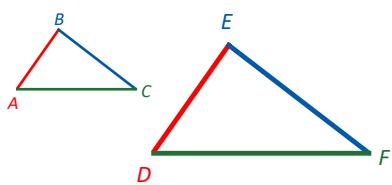
ნაშრომის წარდგენისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

- რომელი მათემატიკური მოდელი დაგეხმარათ დავალების თითოეული პუნქტის შესრულებაში?
- რა ტიპის კანონზომიერება აღმოაჩინეთ სამკუთხედის გვერდებსა და კუთხეებს შორის? აზსენით როგორ დაადგინეთ კავშირები.
- როგორ გვეხმარება რეალური სიტუაციის შესაბამისი მათემატიკური მოდელის შექმნა და გამოთვლების შესრულება რთული პრობლემების გადაჭრაში?
- თქვენი აზრით, რატომ იყო მეცნიერებისთვის საინტერესო პირამიდების სიმაღლის გაზომვა? ზოგადად, რატომ არის საინტერესო სხვადასხვა ობიექტის სიმაღლის დადგენა? თქვენ რომელი ობიექტის სიმაღლის დადგენა გაინტერესებთ და რატომ?

2.4. სამკუთხედების მსგავსება

ორ სამკუთხედს ეწოდება მსგავსი, თუ ერთი სამკუთხედის სამივე კუთხე მეორე სამკუთხედის სამივე კუთხის ტოლია და შესაბამისი გვერდები პროპორციულია.

მსგავსი სამკუთხედები



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$

შესაბამისი კუთხეები ტოლია

$$\angle A = \angle D$$

$$\angle B = \angle E$$

$$\angle C = \angle F$$

შესაბამისი გვერდები პროპორციულია

$$\frac{DE}{AB} = k \quad DE = AB \cdot k$$

$$\frac{EF}{BC} = k \quad EF = BC \cdot k$$

$$\frac{DF}{AC} = k \quad DF = AC \cdot k$$

k-მსგავსების კოეფიციენტია

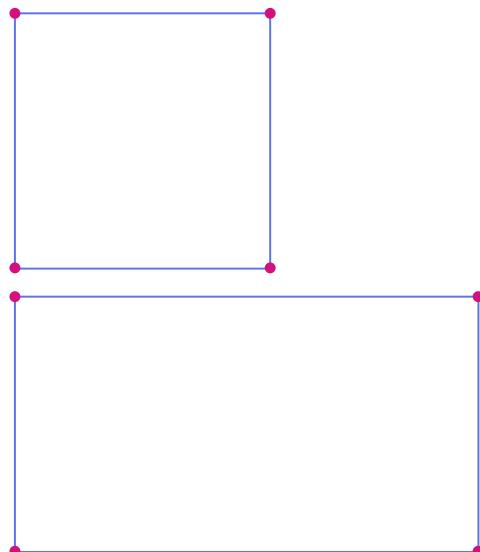
ჩვენ უკვე განვიხილეთ სამკუთხედების ტოლობის ნიშნები, ვიცით, რომ იმისათვის, რომ დავადგინოთ ტოლია თუ არა სამკუთხედები, არ არის აუცილებელია შევამოწმოთ სამივე კუთხის და გვერდის ტოლობა.

სამკუთხედების მსგავსების შემთხვევაშიც არის მინიმალური პირობები, რომლის დაკმაყოფილების შემდეგაც ჩვენ შეგვიძლია დავადგინოთ, რომ სამკუთხედები მსგავსია.

მსგავსების I ნიშანი	მსგავსების II ნიშანი	მსგავსების III ნიშანი
 თუ $\angle A = \angle D$ $\angle B = \angle E$ მაშინ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$	 თუ $DF = k \cdot AB$ $DE = k \cdot AC$ $\angle A = \angle D$ მაშინ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$	 თუ $DF = k \cdot AB$ $DE = k \cdot AC$ $EF = k \cdot CB$ მაშინ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$
თუ ერთი სამკუთხედის ორი კუთხე მეორე სამკუთხედის ორი კუთხის ტოლია, მაშინ სამკუთხედები მსგავსია.	თუ ერთი სამკუთხედის ორი გვერდი მეორე სამკუთხედის ორი გვერდის პროპორციულია და ამ გვერდებით შექმნილი კუთხეები ტოლია, მაშინ სამკუთხედები მსგავსია.	თუ ერთი სამკუთხედის გვერდები მეორე სამკუთხედის გვერდების პროპორციულია, მაშინ ეს სამკუთხედები მსგავსია.

? საკვანძო პითხვა:

- არსებობს თუ არა ოთხუთხედების მსგავსების ნიშნები? შეიძლება თუ არა კუთხეების ტოლობა საკმარისი იყოს იმისათვის, რომ დავასაბუთოთ ოთხუთხედების მსგავსება?
- განვიხილოთ $ABCD$ კვადრატი და $EFGH$ მართკუთხედი.
- ორივე ოთხკუთხედის კუთხეები ტოლია და უდრის 90° -ს, თუმცა გვერდები არ არის პროპორციული.
- კვადრატის ყველა გვერდი ტოლია, მართკუთხედის შემთხვევაში კი მხოლოდ მოპირდაპირე გვერდებია ტოლი.

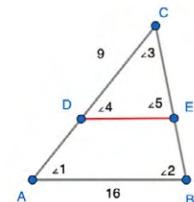


დასკვნა: კუთხეების ტოლობა არაა საკმარისი ოთხუთხედების მსგავსების დასადგენად.



ნიმუში 1 — სამკუთხედების მსგავსება

მოცემულია ΔABC , $DE \parallel AB$, იპოვეთ DE , თუ ვიცით, რომ $AB = 16$ სმ,
 $DC = 9$ სმ, $AC = 15$ სმ



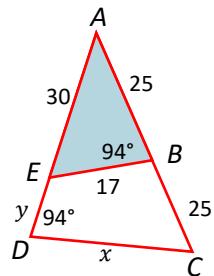
დავაორგანიზოთ ჩანაწერი ორსვეტიანი ცხრილით, ერთში წარვმართოთ დასაბუთების პროცესი, მეორეში დავწეროთ, რის საფუძველზე მივიღეთ გადაწყვეტილება.

დასაბუთება	მიზეზი/საფუძველი
$\Delta ABC; AB = 16$ სმ, $DC = 9$ სმ, $AC = 15$ სმ $DE \parallel AB$, $\angle 1 = \angle 4; \angle 2 = \angle 5;$ $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC}; \quad \frac{16}{x} = \frac{15}{9}$ $15 \cdot x = 9 \cdot 16$ $x = 9,6$ სმ	<ol style="list-style-type: none"> 1. მოცემულობა 2. რადგან $DE \parallel AB$, AC და CB მკვეთებია 3. სამკუთხედების მსგავსების პირველი ნიშნით 4. მსგავს სამკუთხედებში გვერდები პროპორციულია <p>პასუხი:</p> $DE = 9,6$ სმ



ნიმუში 2 — სამკუთხედების მსგავსება

მოცემულია ΔACD , ნახაზზე მოცემული ინფორმაციის გათვალისწინებით, იპოვეთ x და y



დავაორგანიზოთ ჩანაწერი ორსვეტიანი ცხრილით, ერთში წარვმართოთ დასაბუთების პროცესი, მეორეში დავწეროთ, რის საფუძველზე მივიღეთ გადაწყვეტილება

წინადაღება/შედეგი	მიზეზი
<p>1. ΔACD $AC = 50, AB = 25, AE = 30, EB = 17$ $\angle ABE = 94^\circ, \angle ADC = 94^\circ,$</p> <p>2. $\Delta ABC \sim \Delta DEC$</p> <p>3. $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AE}; \quad \frac{30+y}{25} = \frac{50}{30}$ $3 \cdot (30+y) = 5 \cdot 25$ $3 \cdot y = 35$ $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AE};$ $y = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3}$</p> <p>4. $\frac{AC}{AE} = \frac{DC}{EB}; \quad \frac{50}{30} = \frac{x}{17} \quad x = 28 \frac{1}{3}$</p>	<p>1. მოცემულობა</p> <p>2. მსგავსების პირველი ნიშნით</p> <p>3-4. უცნობი გვერდის საპოვნელად დავწეროთ პროპორცია</p> <p>პასუხი:</p> $y = \frac{35}{3} = 11 \frac{2}{3} \quad x = 28 \frac{1}{3}$



ნიმუში 3 — სამკუთხედების მსგავსება

როგორ დაადგინეს ეგვიპტეში პირამიდების სიმაღლე? (მოიძიეთ შესაბამისი ინფორმაცია).



სიმაღლის დადგენის ერთ-ერთი მეთოდია: პირამიდის წინ, მიწაში ვერტიკალურად ჩავამაგროთ რაიმე ჯოხი ისე, რომ შესაძლებელი იყოს მზის სხივის მიერ წარმოქმნილი ჯოხის ჩრდილის გაზომვა. ასევე, შესაძლებელი იყოს გაიზომოს პირამიდის ჩრდილი. მოცემული სიტუაციის მათემატიკური მოდელის შედგენის შემდეგ დავინახავთ, რომ მივიღებთ ორ მსგავს სამკუთხედს. თუ გვეცოდინება ჯოხის სიგრძე და პირამიდის ჩრდილის სიგრძეები, მაშინ შევძლებთ დავადგინოთ პირამიდის სიმაღლე.

გაგრძელება



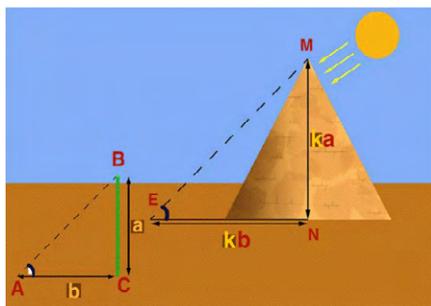


აღნიშნული პროცედურით შესაძლებელია ნებისმიერი მაღალი შენობის სიმაღლის დადგენა.

მითითება: უყურეთ ტელეგავეთილს და გაეცანით სხვადასხვა საინტერესო მეთოდს.

❖ **ტელეგავეთილი** – კომპლექსურ დავალებასთან დაკავშირებული [ტელეგავეთილი 1](#) 5:30-იდან, [ტელეგავეთილი 2](#) – საინტერესო მაგალითები.

ნაბიჭი 1:



შევადგინოთ სიტუაციის მათემატიკური მოდელი და განვიხილოთ სამკუთხედები: ΔABC და ΔEMN

სამკუთხედები მსგავსია, სამკუთხედების მსგავსების პირველი ნიშნით.

$$\Delta ABC \sim \Delta EMN$$

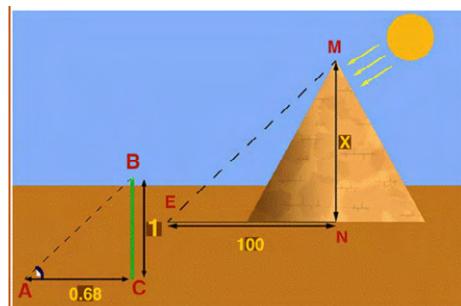
$$\angle C = \angle N = 90^\circ$$

$$\angle A = \angle E$$

შედეგად:

$$\frac{MN}{EN} = \frac{BC}{AC}$$

ნაბიჭი 2:



პირამიდის წინ დადგეს 1 მეტრის სიგრძის ჯობი, რომლის ჩრდილი იყო 0.68 მეტრი, ხოლო პირამიდის ჩრდილი 100 მეტრი; იპოვეთ პირამიდის სიმაღლე.

ამოხსნა

$$\Delta ABC \sim \Delta EMN$$

$$BC = 1 \text{ მ} \quad AC \approx 0.68 \text{ მ} \quad EN \approx 100 \text{ მ}$$

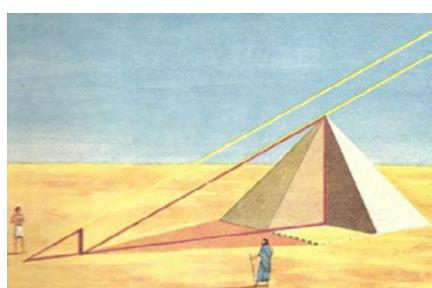
$$\frac{x}{1} = \frac{100}{0.68}$$

$$x \approx 147 \text{ მ}$$

რადგან პირამიდას ფუძეში ჰქონდა ბრტყელი ფიგურა,

$EN = \text{პირამიდის ჩრდილი} + \text{მანძილი ცენტრიდან} \text{ პირამიდის ჩრდილის დაწყებამდე}$

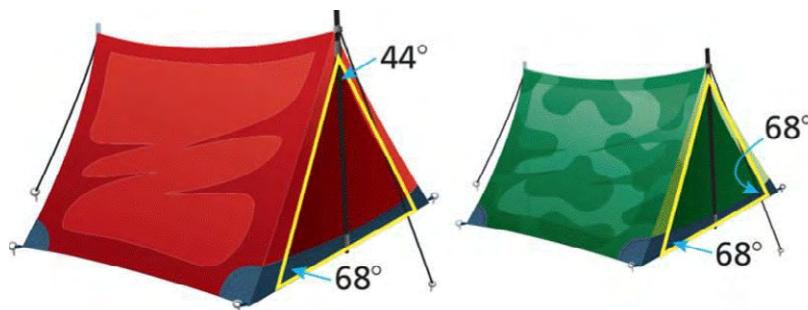
❖ იხ. სიმულაცია: geogebra.org



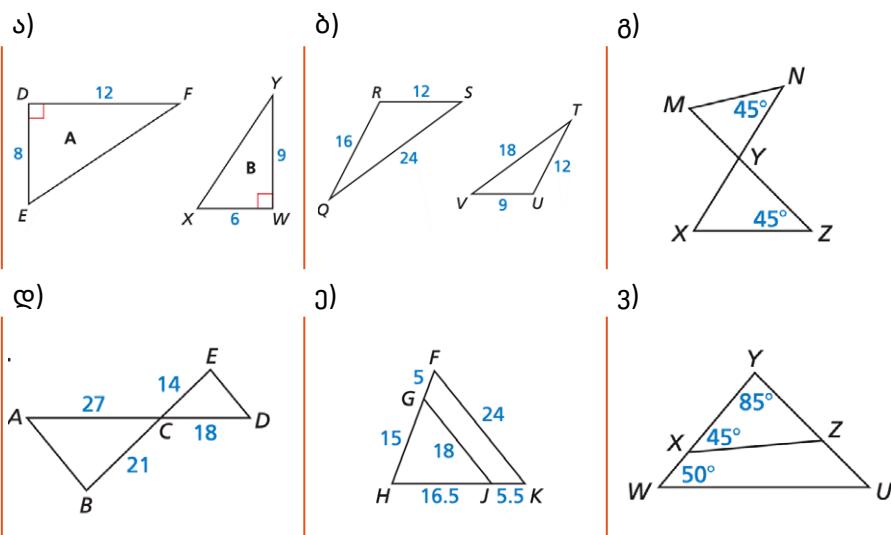


საპარკიშოები

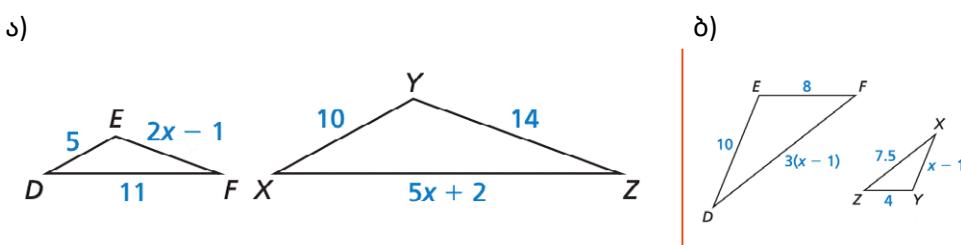
1. ნახაზზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე დაადგინეთ კარვები მსგავსია თუ არა.



2. ნახაზზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე ამოწერეთ ორი სამკუთხედი და დაასაბუთეთ, სამკუთხედების მსგავსების რომელი ნიშნით არიან მსგავსი?



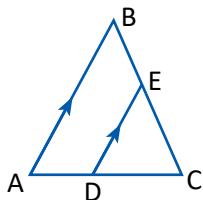
3. $\Delta DEF \sim \Delta XYZ$, ნახაზზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე იპოვეთ უცნობი გვერდების სიგრძეები.



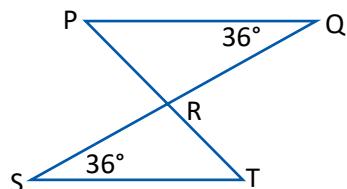


საპარკიშობობი

4. მოცემულია ΔABC , $AB \parallel DE$, ა) დაასაბუთეთ, რომ $\Delta ABC \sim \Delta DCE$;
ბ) თუ $AC = 45$, $DE = 30$, $BC = 42$, $DC = 20$, იპოვეთ AB და EC .

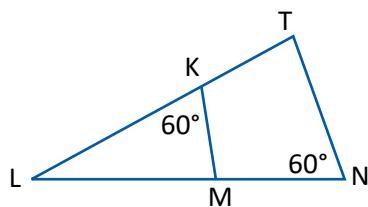


5. დაასაბუთეთ, რომ სამკუთხედები ΔPQR და ΔTSR მსგავსია. ა) თუ $PQ = 30$; $ST = 20$; $PR = 24$; $RS = 18$, იპოვეთ დანარჩენი გვერდები

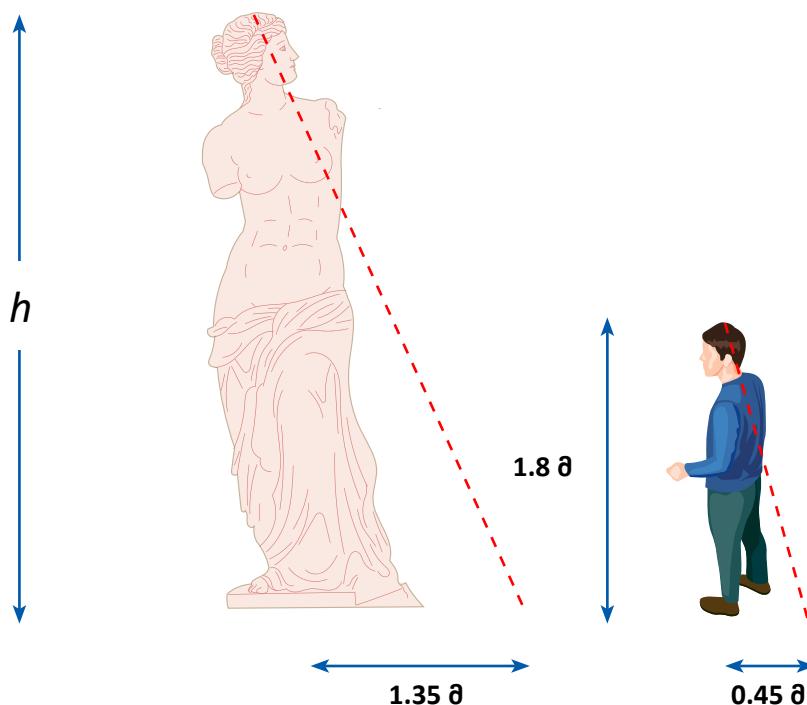


6. მოცემულია ორი მსგავსი სამკუთხედი $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, ΔABC -ის გვერდების სიგრძეებია 2,5 სმ, 4 სმ, და 5 სმ. ΔDEF -ის უმცირესი გვერდი 7.5-სმია, იპოვეთ ΔDEF -ის ყველა გვერდი.

7. ნახაზზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე არის თუ არა ΔLKM და ΔLNT მსგავსები? პასუხი დაასაბუთეთ.



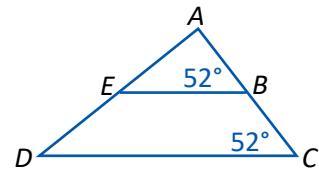
8. ნახაზზე მოცემული ინფორმაციის მიხედვით იპოვეთ ძეგლის სიმაღლე





საპარკიშოები

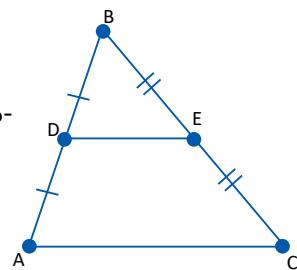
- 9.** დაასაბუთეთ, რომ თუ სამკუთხედში გავავლებთ ერთი გვერდის პარალელურ წრფეს, სამკუთხედში მივიღებთ მის მსგავსს მცირე სამკუთხედს; ნახაზზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე $EB \parallel CD$; დაასაბუთეთ, რომ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.



- 10.** თუ სამკუთხედის ორი გვერდის შუაწერტილებს შევაერთებთ, მივიღებთ მონაკვეთს, რომელსაც სამკუთხედის შუახაზი ეწოდება.

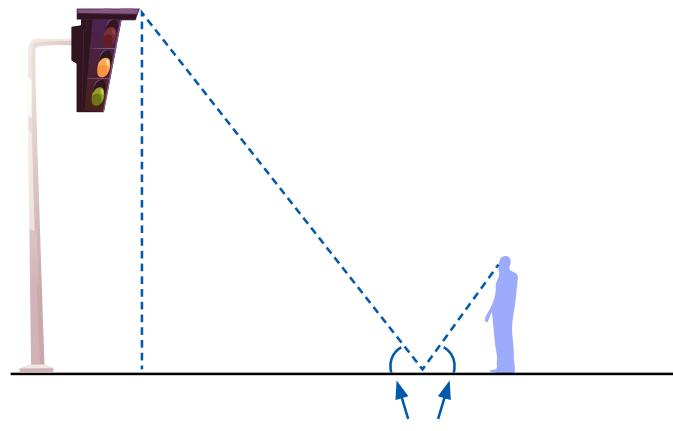
დაასაბუთეთ, რომ სამკუთხედის შუახაზი მოპირდაპირე გვერდის პარალელურია და მის ნახევარს უდრის.

დაასაბუთეთ, რომ $DE \parallel AC$, $DE = \frac{AC}{2}$



■ ჯგუფური სამუშაო

- 11.** ჩვენ უკვე გავეცანით, როგორ შეიძლება დავადგინოთ ობიექტის სიმაღლე ჩრდილის მეთოდით.
გავეცნოთ ახალ მეთოდს, სარკის მეთოდი.



ობიექტსა და თქვენ შორის მოათავსებ სარკეს ისე, რომ სარკეში ჩანდეს ობიექტის უმაღლესი წერტილი. ისე როგორც ნახ. 1-ზეა აღწერილი.

გაზომეთ მანძილი თქვენიდან სარკემდე და ობიექტიდან სარკემდე; ასევე დაადგინეთ თქვენი სიმაღლე; აღნიშნული ინფორმაცია საკმარისია იმისათვის, რომ დაადგინოთ ობიექტის სიმაღლე.

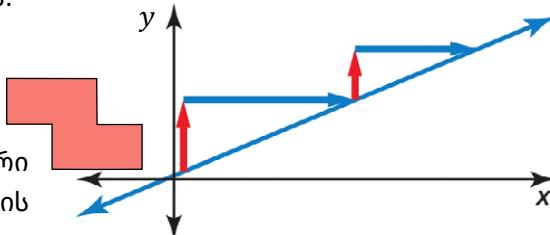
- ახსენით, რატომ არის სარკის მეთოდი სწორი? რომელ მსგავს სამკუთხედებს იღებთ?
- მეგობრებთან ერთად გაზომეთ თქვენი სკოლის სიმაღლე ჩრდილის მეთოდით და სარკის მეთოდით; შეადგინეთ ორივე მეთოდისთვის შესაბამისი მათემატიკური მოდელი (ნახაზები), შეასრულეთ გამოთვლები და შეადარეთ გამოთვლის შედეგები.
- ახსენით, აღნიშნული დავალების შესრულებაში რისი ცოდნა დაგჭირდათ მათემატიკიდან.
- მოიყვანეთ რაიმე სხვა მეთოდი, რომლითაც დაადგენდით სკოლის შენობის სიმაღლეს.

 **სავარკიშოები**

12.  **გამოწვევა** მათემატიკის მოყვარულთათვის:

კავშირი აღგებრასა და ანალიზურ
გეომეტრიასთან.

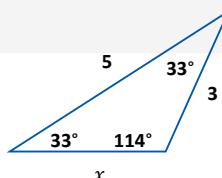
მსგავსების დახმარებით აჩვენეთ, რომ ნებისმიერი
ორი წერტილის კოორდინატები საკმარისია წრფის
დახრილობის საპოვნელად.



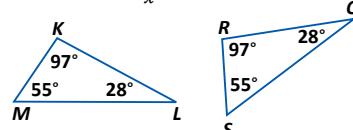
 **მიზანი**: ქვემოთ იხილეთ ნახატი, საჭიროების შემთხვევაში შემოიტანეთ აღნიშვნები.

 **დაგენერირებული სავარკიშოები**
 **ეპოზის ნიუში:**

1. იპოვეთ სამკუთხედის უცნობი გვერდი. (1 ქულა)



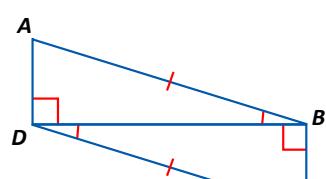
2. თუ მოცემული ორი სამკუთხედი ტოლია,
ამოწერეთ ტოლი გვერდები. (1 ქულა)



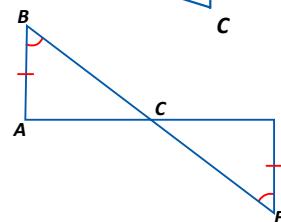
3. შეიძლება თუ არა სამკუთხედების გვერდების სიგრძეები იყოს: 12 სმ; 7 სმ; 4 სმ? პასუხი დაასაბუ-
თეთ. (2 ქულა).

4. ტოლფერდა სამკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3:3, იპოვეთ სამკუ-
თხედის გვერდები, თუ პერიმეტრი 6.4 სმ-ია. (2 ქულა)

5. მოცემული ნახატის მიხედვით დაასაბუთეთ სამკუთხედე-
ბის ტოლობის რომელი ნიშნით არიან ტოლი ΔADB და
 ΔDBC . (2 ქულა)



6. მოცემული ნახატის მიხედვით დაასაბუთეთ სამკუთხედები
ტოლობის რომელი ნიშნით არიან ტოლი ΔABC და ΔCDE . (2 ქულა)





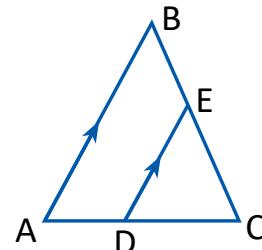
საპარკიშოები



რვიზის ნიმუში:

1. საკონრდინატო სიბრტყეზე პარალელური გადატანა ყოველ წერტილს გადაიტანს 6 ერთეულით ქვევით და 4 ერთეულით მარცხნივ. ამ პარალელური გადატანით რომელ წერტილებში გადავა წერტილები: $M(7; -2)$ და $C(-4; 5)$?
2. A წერტილის სიმეტრიული X ღერძის მიმართ არის A_1 წერტილი, ხოლო Y ღერძის მიმართ A_2 წერტილი. იპოვეთ A_1 და A_2 წერტილების კონრდინატები, თუ A წერტილის კონრდინატებია $A(-3; 5)$.
3. მოცემულია ჰომოთეტია ცენტრით კონრდინატთა სათავეში O და ჰომოთეტიის კოეფიციენტი $k = 2,5$. იპოვეთ ΔABC სამკუთხედის ჰომოთეტიური $\Delta A_1B_1C_1$ სამკუთხედის წვეროების კონრდინატები, თუ ΔABC სამკუთხედის წვეროს კონრდინატებია: $A(2; 3)$; $B(1; -4)$ და $C(-2; -1)$.
4. MN მონაკვეთის ბოლოების კონრდინატებია: $M(5; -2)$ და $N(3; 4)$. MN მონაკვეთი სათავის მიმართ 270° -ით მობრუნების შედეგად აისახება FK მონაკვეთში. იპოვეთ MN მონაკვეთის ბოლოების კონრდინატები.

5. ნახაზზე მოცემულ ABC სამკუთხედში $AB \parallel DE$. იპოვეთ ΔDCE -ს პერიმეტრი, თუ ცნობილია: $AB = 12$ სმ, $AC = 10$ სმ, $DC = 6$ სმ და $BE = 3$ სმ.



6. ნახაზზე მოცემული სამკუთხედებისთვის ცნობილია, რომ $LT = 18$ სმ, $LM = 15$ სმ და $KM = 9$ სმ. იპოვეთ TN გვერდის სიგრძე.

