პროფესიული უნარების სააგენტო

ქეთევან ცერცვაძე • ევგენი გუგულაშვილი

მათემატიკური წიგნიერება

ლოგიკა და გეომეტრია

სახელმძღვანელო მომზადებულია გაეროს განვითარების პროგრამისა (UNDP) და შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოს (SDC) მხარდაჭერით. პროფესიული უნარების სააგენტოსა და გაეროს განვითარების პროგრამის საგრანტო პროექტის „საქართველოში სოფლის მეურნეობასთან დაკავშირებული სისტემების გაფართოება და პროფესიული განათლების მოდერნიზაცია, ფაზა – II“ ფარგლებში.

სახელმძღვანელო წარმოადგენს პროფესიული უნარების სააგენტოს საკუთრებას და განკუთვნილია პროფესიული განათლების სტუდენტებისთვის, რომლებიც პროფესიული საგანმანათლებლო პროგრამის ფარგლებში გაივლიან საშუალო განათლების კომპონენტსაც.

სახელმძღვანელოზე მუშაობდა ავტორთა ჯგუფი:

- **ქეთევან ცერცვაძე**
- **ევგენი გუგულაშვილი**

მადლობას ვუხდით ჯულიეტა ტაბეშაძეს, მარინე ახალაიას, სვეტა გორგიშელს, მზია დადვანს, ნანა ცინცაძეს, თამარ მურუსიძეს, ნანი სალიას, ნატო გერგაიას, ციცო თორიას, ნინელი ცერცვაძეს და მაია გველესიანს სახელმძღვანელოს შექმნაში შეტანილი წვლილისთვის.

რედაქტორი: **ზურაბ ვახანია**

გრაფიკული დიზაინერი: **ვერა პაპასკირი**

Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Swiss Agency for Development
and Cooperation SDC

პროფესიული უნარების სააგენტო

UNDP

საქართველო, თბილისი, 2022

მათემატიკური წიგნიერება

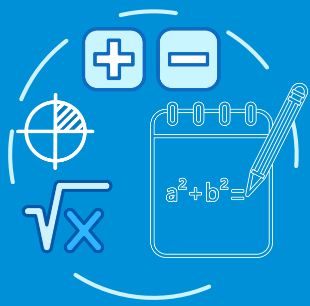
თავი III

— ფორმალური ლოგიკის საწყისები

თანამედროვე, სწრაფად ცვალებად ტექნოლოგიურ ხანაში კომპიუტერული მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების განვითარების საფუძველი მათემატიკაა. მომავალი ინჟინრები და მეცნიერები, რომლებმაც ტექნოლოგიების საზღვრები უნდა გაარღვიონ, მათემატიკას კარგად უნდა ფლობდნენ. კომპიუტერული ინჟინერია და ზოგადად ინჟინერია მეტწილად მათემატიკასა და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებას იყენებს პრობლემების გადაჭრაში, მოვლენის მოდელირებასა და კვლევაში, რომლებიც პროგრესისა და განვითარების საფუძველია.

მათემატიკა STEM განათლების საფუძველიცაა, რომელიც პრობლემაზე და კვლევაზე დაფუძნებული სწავლების საშუალებას იძლევა.

IV. დავალების წარდგენა



ᲘᲪᲘᲗ ᲗᲣ ᲐᲠᲐ

ნებისმიერი ქალაქის ინფრასტრუქტურის აუცილებელი ნაწილია სხვადასხვა სახის პარკები. საერთაშორისო სტანდარტების შესაბამისი ღია საზოგადოებრივი სივრცეების ხელმისაწვდომობას მნიშვნელოვანი წვლილი შეაქვს მოსახლეობის ჯანმრთელობასა და კეთილდღეობაში.

დააკვირდით, როგორი დაგეგმარება აქვთ პარკებს/გასართობ სკვერებს.

წარმოიდგინეთ, რომ ქალაქის ადმინისტრაციამ გამოყო ფართობი, რომელზეც შეგიძლია გასართობი პარკის, სკვერის (ან ზოოპარკის) აშენება და გამოაცხადა კონკურსი, ვინ უკეთ შეძლებს მოცემულ ფართობზე სკვერის/პარკის მოწყობას. აუცილებელია, პროექტი იყოს ორიგინალური და ფართობის ათვისებისას გამოყენებული იყოს სხვადასხვა გეომეტრიული ობიექტი.

მითითება: დაგეგმარებაში გამოიყენეთ თქვენ მიერ ნასწავლი ყველა ბრტყელი ფიგურა. (აუზისთვის წრე და ა.შ.)

ᲙᲝᲛᲞᲚᲔᲥᲡᲣᲠᲘ ᲓᲐᲕᲐᲚᲔᲑᲐ

თქვენი დავალება

1. შეადგინოთ პარკის გეგმა და კონცეფცია, როგორი გსურთ იყოს, რა ტიპის აქტივობებისთვის იყოს სივრცეები გამოყოფილი.
2. შემდეგ დაყავით სკვერისთვის გამოყოფილი ფართობი სხვადასხვა ნაწილად. ფართობის დანაწილებისას გამოიყენეთ სხვადასხვა გეომეტრიული ფიგურა (მხოლოდ მართკუთხედების გამოყენებით პროექტის პირობებს ვერ დააკმაყოფილებთ), პარკი უნდა იყოს ორიგინალური დიზაინით.
3. აითვისეთ ფართობი მაქსიმალურად ეფექტურად, დაყავით სივრცე სხვადასხვა აქტივობისთვის ისე, რომ პარკი იყოს მაქსიმალურად კეთილმოწყობილი და გაანაწილეთ პარკის ფართობი.
4. დაგეგმარებისას აუცილებელი პირობაა, რომ გათვალისწინებული იყოს ფეხით სავალი და ველოსიპედით სავალი ნაწილი.

ნაშრომის წარმოდგენა შეგიძლიათ დიდი ფორმატზე ნახაზის სახით, ან მაკეტის სახით ან პროგრამა Geogebra-ს გამოყენებით (ან პრეზენტაციის სახით, ნახაზი, რომელიც შესრულებული იქნება Geogebra-ში). ნაშრომს თან უნდა ახლდეს ცხრილი 1-ის მსგავსი ცხრილი, სადაც აღწერილი იქნება მაკეტი და მოცემული იქნება ზომები.

პრეზენტაციაში ნათლად წარმოაჩინეთ:

I. რომელი გეომეტრიული ფიგურები გამოიყენეთ გამოყოფილი ტერიტორიის დაგეგმარებისას? ნაშრომს თან დაურთეთ CONCEPT MAP (ე.წ. კოგნიტიური სქემები – დიაგრამები), რომლის მეშვეობით აჩვენებთ გეომეტრიულ ფიგურათა მიმართებებს. სქემაზე დაწერეთ თითოეული გეომეტრიული ობიექტის თვისებები და განსაზღვრებები.

II. როგორ დაგეხმარათ გეომეტრიული ობიექტების თვისებების ცოდნა მაკეტის აგებაში?

III. წარმოიდგინეთ, რომ თქვენ მიერ შესრულებული პროექტისთვის გამოყოფილია 1 ჰა მიწის ნაკვეთი. თუ პროექტი განხორციელდა რეალობაში, რა იქნება თითოეული ნაწილის ფართობი? დაორგანიზეთ ინფორმაცია ცხრილში და წარმოადგინეთ ფართობები.

ობიექტის სახელწოდება	გეომეტრიული ფიგურა	ზომები (პერიმეტრი და ფართობი)		
		ნახაზზე	მაკეტზე	რეალურად

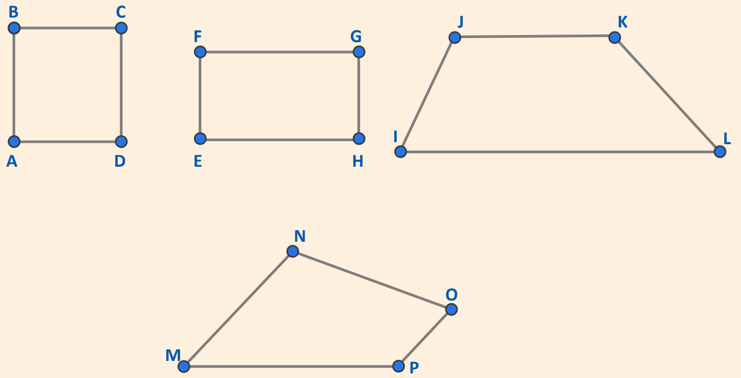
ცხრილი 1

თავი 4. ბრტყელი ფიგურები და ზომები; პერიმეტრი, ფართობი

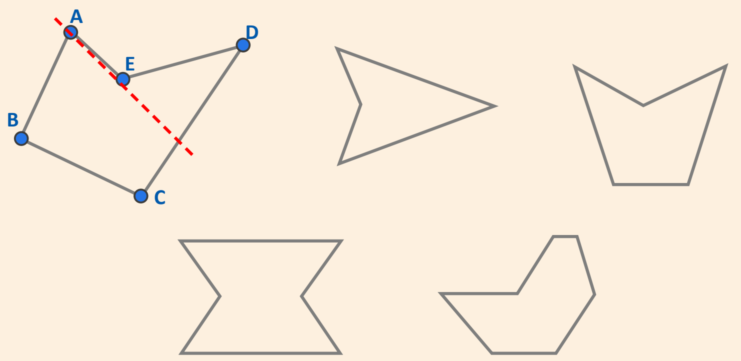
4.1. ბრტყელი ფიგურები, მასალის გამეორება

1. მრავალკუთხედი არის შეკრული ტეხილით შემოსაზღვრული სიბრტყის ნაწილი, რომელიც შედგება სამი ან მეტი გვერდისაგან. მრავალკუთხედის გვერდები ერთმანეთს არ კვეთს.

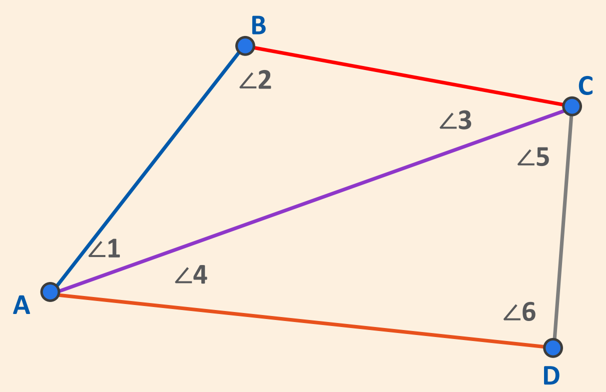
მრავალკუთხედი არის შეკრული ბრტყელი ფიგურა, რომელიც შემოსაზღვრულია სამი ან მეტი მონაკვეთისაგან. ამ მონაკვეთებს მრავალკუთხედის გვერდები ეწოდება. მრავალკუთხედის გვერდები ერთმანეთს არ კვეთს.



არაამოზნექილი მრავალკუთხედები ეწოდება ისეთ მრავალკუთხედს, რომლის ერთ-ერთი გვერდის შემცველი წრფე სხვა გვერდს კვეთს.



ამოზნექილი ოთხკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი 360^0-ია.



გამონათქვამი	მიზეზი
1. ABCD ამოზნექი-ლი ოთხკუთხედი 2. გავავლოთ AC დია-გონალი 3. ΔABC და ΔACD 4. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^0$ 5. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 +$ $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^0$	1. მოცემულობა 2. შევაერთეთ ორი არა ერთ წრფეზე მდებარე წერტილი 3. განვიხილოთ ორი სამკუთხედი 4. სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი 180^0-ია 5. ტოლობის თვისება

პარალელოგრამი

ამოზნექილ ოთხკუთხედს, რომლის მოპირ-დაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად პარალე-ლურია, ეწოდება პარალელოგრამი

$AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$

$\angle A + \angle B = 180^0$

$\longrightarrow$ $\angle C = \angle A$

$\angle C + \angle B = 180^0$

$\longrightarrow$ $\angle B = \angle D$

$\angle C + \angle D = 180^0$

$\angle A + \angle D = 180^0$

- პარალელოგრამში ერთ გვერდთან მდე-ბარე კუთხეების ჯამი 180^0-ია.
- პარალელოგრამის მოპირდაპირე კუთხე-ები ტოლია.
- პარალელოგრამის დიაგონალები გადაკ-ვეთის წრტილით შუაზე ყოფს ერთმა-ნეთს.

$\angle A = \angle C$; $\angle B = \angle D$

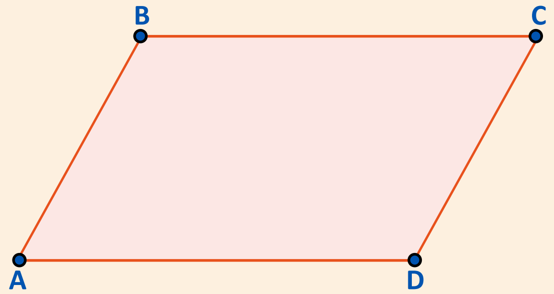
$AB = CD$; $BC = AD$

$0A = OC$; $BO = OD$

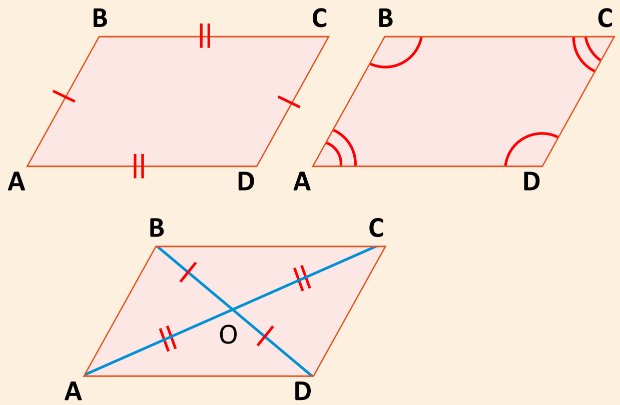
დასკვნა

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^0$

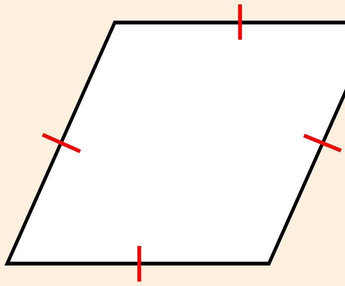
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^0$



- პარალელოგრამში ერთ გვერდთან მდებარე კუთხეების ჯამი 180^0-ია
- პარალელოგრამის მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია.

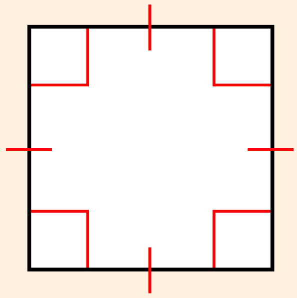


რომბი ეწოდება ისეთ პარალელოგრამს, რომლის ყველა გვერდი ტოლია.



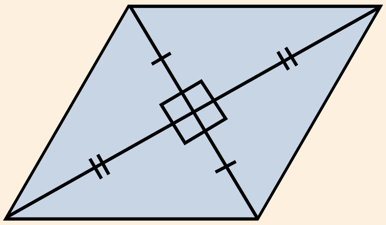
მართკუთხედი ეწოდება, ისეთ პარალელოგრამს, რომლის ყველა კუთხე ტოლია.

კვადრატი ეწოდება, ისეთ პარალელოგრამს, რომლის ყველა კუთხე ტოლია და ყველა გვერდი ტოლია.



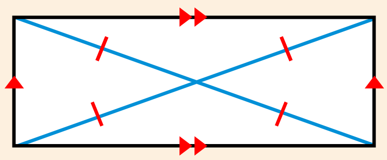
რომბში

- დიაგონალები მართი კუთხით გადაიკვეთება
- დიაგონალები კუთხის ბისექტრისებია



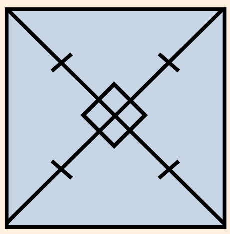
მართკუთხედში

- დიაგონალები ერთმანეთის ტოლია



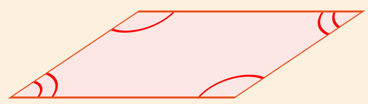
კვადრატში

- დიაგონალები ერთმანეთის ტოლია
- დიაგონალები მართი კუთხით გადაიკვეთება
- დიაგონალები კუთხის ბისექტრისებია

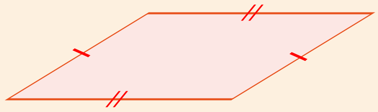


პარალელოგრამობის ნიშნები

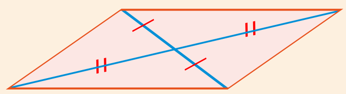
თუ ოთხკუთხედში მოპირდაპირე კუთხეები ტოლია, ე.ი. პარალელოგრამია.



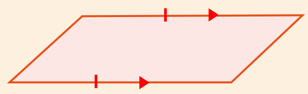
თუ ოთხკუთხედში მოპირდაპირე გვერდები წყვილ-წყვილად ტოლია, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.



თუ ოთხკუთხედში დიაგონალები გადაკვეთის წერტილით შუაზე იყოფა, მაშინ ეს ოთხკუთხედი პარალელოგრამია.

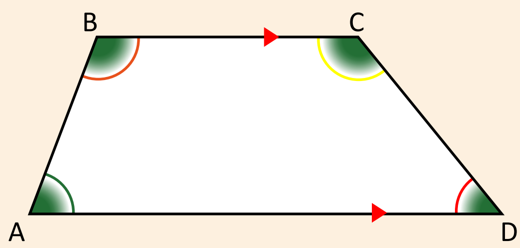


თუ ოთხკუთხედში ერთი წყვილი მოპირდაპირე გვერდების პარალელური და ტოლია, მაშინ ოთხკუთხედი პარალელურია.



ტრაპეცია

ოთხკუთხედს რომლის ორი გვერდი პარალელურია, ხოლო დანარჩენი ორი გვერდი არ არის პარალელური **ტრაპეცია** ეწოდება.



BC || AD

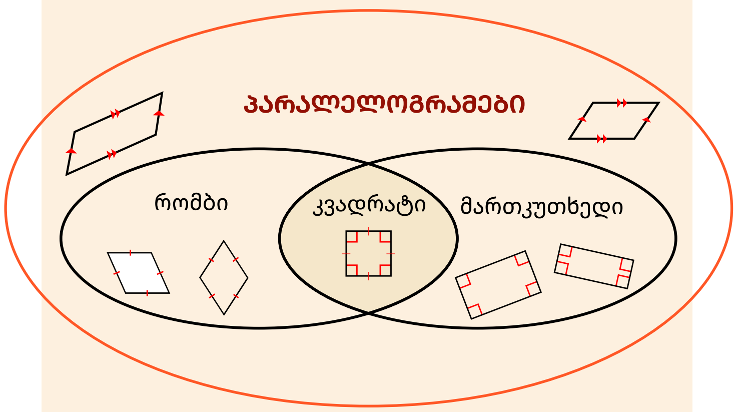
BC-ს და AD-ს **ეწოდება ფუძე**

AB-ს და CD-ს **ფერდები**

$\angle A + \angle B = 180^0$

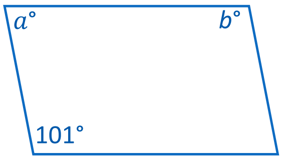
$\angle C + \angle D = 180^0$

პარალელოგრამების კლასიფიკაცია

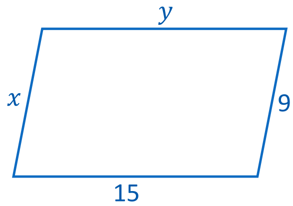


სავარჯიშოები

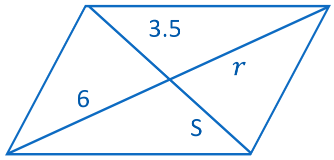
1. მოცემულია პარალელოგრამი, იპოვეთ უცნობები:



2. მოცემულია პარალელოგრამი

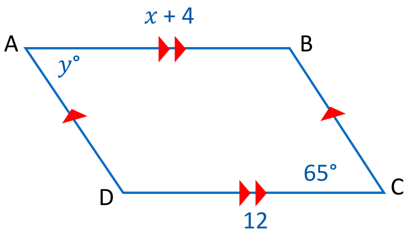


3. მოცემულია პარალელოგრამი, იპოვეთ უცნობები:

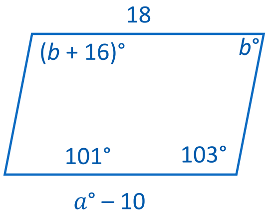


4. იპოვეთ უცნობი, თუ ვიცით, რომ *ABCD* ოთხკუთხედი პარალელოგრამია

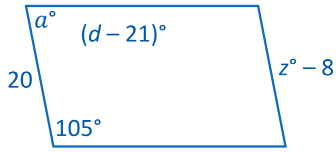
ა)



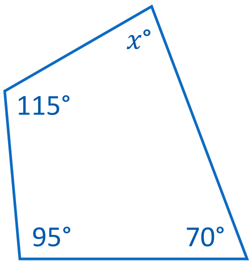
ბ)



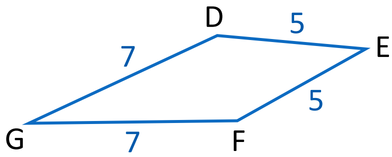
გ)

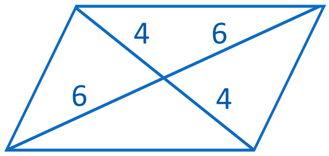


5. იპოვეთ უცნობი კუთხე



6. არის თუ არა მოცემული ოთხკუთხედები პარალელოგრამი? პასუხი დაასაბუთეთ





7. რომბის დიაგონალები 8 სმ და 6 სმ-ია, იპოვეთ რომბის პერიმეტრი	**8.** რომბის ერთ-ერთი კუთხე 120°-ია, პატარა დიაგონალის სიგრძე 8 სმ. იპოვეთ რომბის პერიმეტრი და დიდი დიაგონალის სიგრძე.
9. მართკუთხედის პერიმეტრი 14 სმ-ია, დიაგონალის სიგრძე 5 სმ-ია. იპოვეთ გვერდების სიგრძეები	**10.** კვადრატის პერიმეტრი 20 სმ-ია, იპოვეთ კვადრატის დიაგონალის სიგრძე.
11. ABCDპარალელოგრამისპერიმეტრი70სმ-ია, ΔABD-ს პერიმეტრი 45 სმ, იპოვეთ BD დია-გონალის სიგრძე	**12.** პარალელოგრამის კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს როგორც 2:3, იპოვეთ პარალელოგრამის კუთხეები.

4.2. პერიმეტრის და ფართობის ცნება

წარმოვიდგინოთ ორი ნაკვეთი, რომელთაგან ერთს კვადრატის ფორმა აქვს, ხოლო მეორეს ამოზნექილი მრავალკუთხედის, ან ნებისმიერი ფორმის ბრტყელი ფიგურის.

მეწარმეს სურს ორივე ნაკვეთის შემოღობვა და შემდეგ ხორბლის დათესვა.

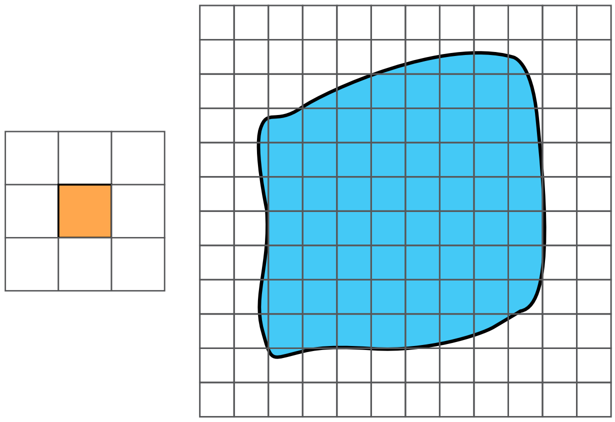
როგორ დავადგინოთ, რამდენი მეტრი სიგრძის შემოსაღობი მასალა უნდა შევიძინოთ მიწის ნაკვეთის შემოსაღობად? ან როგორ გავზომოთ, რა რაოდენობის მოსავალს აიღებს თითოეული ნაკვეთიდან?

პერიმეტრი

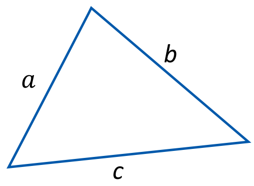
თუ ავიღებთ სიბრტყის ნაწილს, რომელიც შემოსაზღვრულია მრუდით ან ტეხილით, მაშინ **პერიმეტრი** გვიჩვენებს მოცემული საზღვრის, მრუდის ან ტეხილის სიგრძეს.

მრავალკუთხედის **პერიმეტრი** ეწოდება ამ ფიგურის გვერდების სიგრძეთა ჯამს.

პერიმეტრი, უმეტესად აღინიშნება P სიმბოლოს გამოყენებით. პერიმეტრი წრფივი ზომაა და მის გასაზომად ვიყენებთ სიგრძის საზომ ერთეულებს: სმ, მ, და ა.შ. ქვემოთ მოცემულია სხვადასხვა ნაცნობი ფიგურების პერიმეტრის გამოსათვლელი ფორმულა.

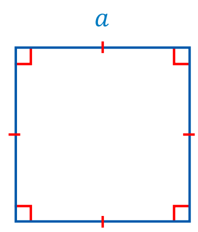


სამკუთხედი



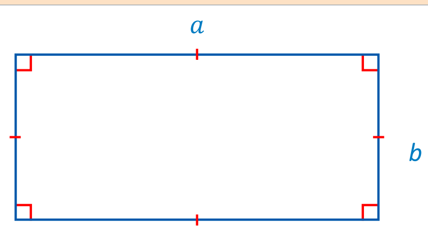
$P = a + b + c$

კვადრატი



$P = 4a$

მართკუთხედი



$P = 2a + 2b = 2(a + b)$

დაიმახსოვრეთ, $a + b = \frac{P}{2}$

ფართობი

დავუბრუნდეთ შესავალ ამოცანას

დავუშვათ, ორივე ფორმის ნაკვეთზე მეწარმემ თანაბრად დათესა კარტოფილი, პირველ ნაკვეთზე დათესა 100 კგ კარტოფილი, ხოლო მეორე ნაკვეთზე 700 კგ კარტოფილი, ვიტყვით, რომ მეორე ნაკვეთი კვადრატული ფორმის ნაკვეთზე 700 : 100 = 7-ჯერ მეტია; თუ მეორე ნაკვეთზე მეწარმემ დათესა b კგ კარტოფილი, ხოლო კვადრატული ფორმის ნაკვეთზე a კგ კარტოფილი, მაშინ ვიტყვით, რომ მეორე ნაკვეთი კვადრატული ფორმის ნაკვეთზე $b : a = \frac{b}{a}$ -ჯერ მეტია.

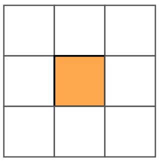
დავუშვათ, პირველი ნაკვეთი, ანუ კვადრატული ფორმის ნაკვეთი, არის საზომი ერთეული. ასეთ შემთხვევაში, რიცხვს, რომელიც გვიჩვენებს რამდენჯერ მეტია მეორე ნაკვეთი პირველზე, ვუწოდოთ, მეორე ნაკვეთის ფართობი. ამ იდეაზე დაყრდნობით, უკვე, შესაძლებელია განვსაზღვროთ ბრტყელი ფიგურის ფართობი, თუმცა მანამდე საჭიროა შემოვიტანოთ ფართობის საზომი ერთეული

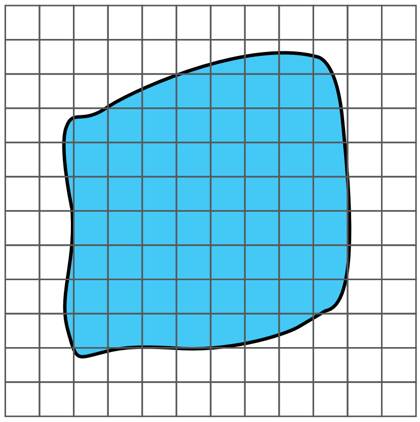
ფართობი არის მრუდით ან ტეხილი ხაზით შემოსაზღვრული სიბრტყის ნაწილის ზომა, რომელიც გამოთვლილია შესაბამისი საზომი ერთეულებით.

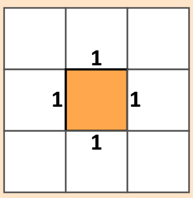
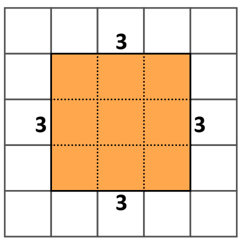
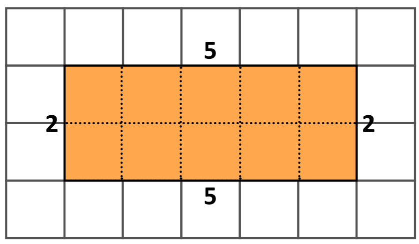
ფართობის საზომ ერთეულად ვიღებთ კვადრატს, რომლის გვერდის სიგრძეა 1 ერთეული. ფართობი იზომება კვადრატული ერთეულებით, მაგალითად: სმ^2, მ^2 და ა.შ.

დავუშვათ, **რომ ერთი უჯრის გვერდის სიგრძე** შეესაბამება 1 სმ-ს და მისი ფართობი აღვნიშნოთ S-ით, მაშინ ნახაზზე მოცემული მონაცემებიდან მივიღებთ:

განვიხილოთ ერთეულოვანი კვადრატი (რომლის



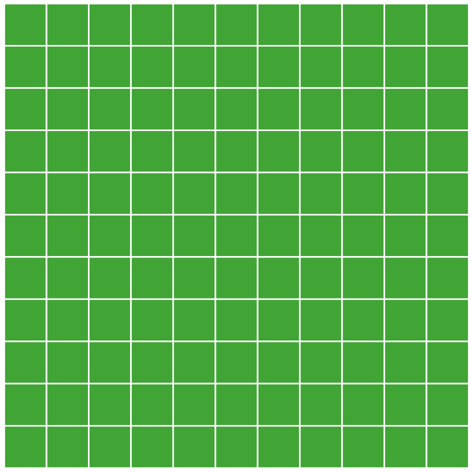


კვადრატი	კვადრატი	მართკუთხედი
		
$S = 1$ სმ^2 $P = 4 \cdot 1 = 4$ სმ	$S = 3 \cdot 3 = 9$ სმ^2 $P = 4 \cdot 3 = 12$ სმ	მოცემულია ორი სტრიქონი, თითო სტრიქონში 5 კვადრატია, შესაბამისად ფართობი უდრის: $S = 2 \cdot 5 = 10$ სმ^2 $P = 2(5 + 2) = 14$ სმ

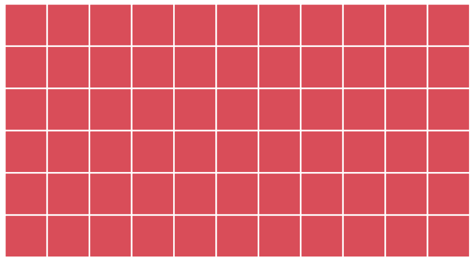
გვერდის სიგრძეა ერთი ერთეული); ასევე, განვიხილოთ კვადრატი რომლის გვერდის სიგრძეა a ერთეული.

მოცემულ კვადრატის გვერდებს გავყოფთ 1 ერთეულის ტოლ მონაკვეთებად, როგორც სიგრძეზე ასევე სიგანეზე. დავინახავთ, რომ მწვანე კვადრატში არის a ცალი სვეტი და a სტრიქონი, მოცემულ კვადრატში ჩვენ შეგვიძლია განვათავსოთ $a \cdot a$ – რაოდენობის ერთეულოვანი კვადრატი. გამოდის, რომ კვადრატის ფართობი $S = a \cdot a = a^2$.

ანალოგიურად, განვიხილოთ მართკუთხედი, რომლის სიგრძე a ერთეულის ტოლია, ხოლო სიგანე b ერთეულის, გვერდებს გავყოფთ 1 ერთეულის ტოლ მონაკვეთებად, დავინახავთ, რომ მართკუთხედის სიგრძეში მოთავსდება a ცალი სვეტი, ხოლო სიგანეში b ცალი სტრიქონი, მართკუთხედში სულ განთავსდება $a \cdot b$ ცალი კვადრატი, რაც იმას ნიშნავს, რომ მართკუთხედის ფართობი არის $S = a \cdot b$. აღნიშნულ გამოსახულებას მართკუთხედის ფართობის გამოსათვლელ ფორმულას ვუწოდებთ.



$S = a^2$



$S = a \cdot b$

მოცემულ გაკვეთილში ჩვენ განვიხილავთ მარტივი ფიგურების ფართობების გამოსათვლელ ფორმულებს. ფიგურას ეწოდება მარტივი თუ იგი სასრული რაოდენობის სამკუთხედებად (სამკუთხა არეებად) შეიძლება დაიყოს. მოცემული ფორმულების გამოყვანისას ჩვენ ჩავთვლით რომ:

ფართობის თვისებები:

- ყოველ ბრტყელ ფიგურას აქვს გარკვეული ფართობი; ყოველ მარტივ ფიგურას აქვს ზომის მოცემული ერთეულით (სმ², მ² და ა.შ.) განსაზღვრული ფართობი.
- ტოლ ფიგურებს ტოლი ფართობები აქვთ.
- თუ ფიგურას ორ ნაწილად გავყოფთ, მაშინ ამ ნაწილების ფართობთა ჯამი მოცემული ფიგურის ფართობის ტოლია.

თუ ორ ფიგურას ტოლი ფართობები აქვს, ვამბობთ, რომ მოცემულია ტოლდიდი ფიგურები.

მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი

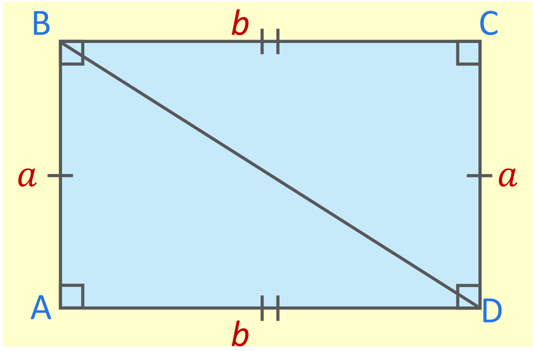
$ABCD$ მართკუთხედში გავლებულია DB დიაგონალი, რომელიც მართკუთხედს ორ ტოლ მართკუთხა სამკუთხედად ყოფს. ΔABD და ΔCBD სამკუთხედებს ორი გვერდი ტოლი აქვთ და მათ შორის მდებარე კუთხე მართია. შესაბამისად სამკუთხედების ტოლობის პირველი ნიშნის თანახმად $\Delta ABD = \Delta CBD$-ს

გამოვთვალოთ მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი, გვაქვს:

$\Delta ABD = \Delta CBD$

$S_{\Delta ABD} = \frac{S_{\Delta ABCD}}{2} = \frac{ab}{2}$

$S_{\Delta ABD} = \frac{ab}{2}$

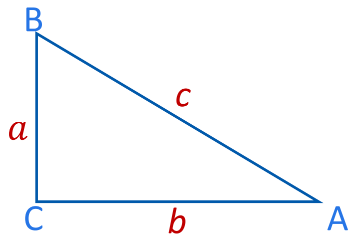


მართკუთხა სამკუთხედის ფართობი კათეტების ნამრავლის ნახევარს უდრის.

ΔABC – მართკუთხაა

$S_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot CB}{2}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{ab}{2}$

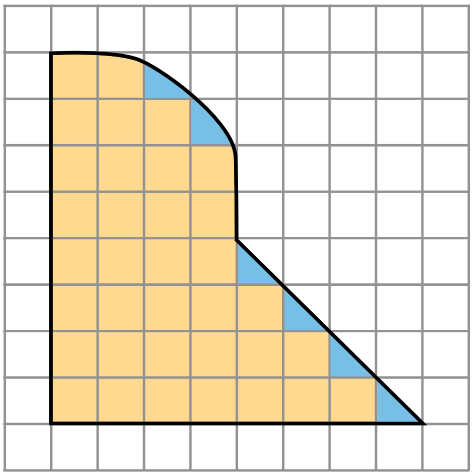


ნებისმიერი ბრტყელი ფიგურის ფართობი

შედგენილი არის ფიგურა, რომელიც შედგება მარტივი გეომეტრიული ობიექტებისაგან, როგორიც არის კვადრატი, მართკუთხედი და სამკუთხედი.

შედგენილი ან სხვა ნებისმიერი მოცემული ფორმის ფიგურის ფართობის დადგენა შესაძლებელია მარტივი შემადგენელი ფიგურების ფართობის მეშვეობით.

როდესაც მოცემულია ნებისმიერი ფორმის ფიგურა, ჩვენ შეგვიძლია ფიგურა დავყოთ კვადრატის, მართკუთხედის ან სამკუთხედის ფორმის ნაწილებად, რომლებმაც არ უნდა გადაფარონ ერთმანეთი. მთელი ფიგურის ფართობი კი მისი შემადგენელი მარტივი ფიგურების ფართობთა ჯამი იქნება.



თუ ბრტყელ ფიგურის რომელიმე გვერდი შემოსაზღვრულია წირით, ჩვენ შევძლებთ მიახლოებით დავადგინოთ ფართობი, მარტივი ფიგურების მასში მოთავსებით.

ავიღოთ უჯრებიანი ფურცელი, დავადოთ ფიგურას ზემოდან და დავითვალოთ კვადრატების ან მართკუთხა სამკუთხედების რაოდენობა.

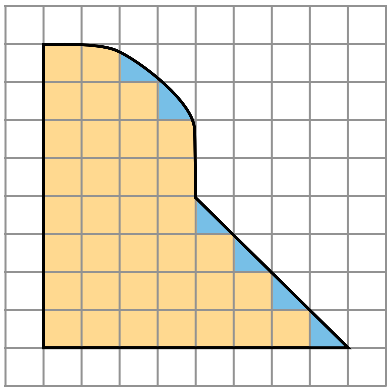
ნიმუში 1 — მიახლოებით დაადგინეთ ნახაზზე მოცემული ფიგურის ფართობი

როგორც ვხედავთ ფიგურა დახაზულია უჯრებიან ფურცელზე. ჩავთვალოთ, თითოეული უჯრის გვერდის სიგრძეა 1 სმ.

ფიგურაში თავსდება 35 კვადრატი და კიდევ შესაძლებელია მოთავსდეს 6 ცალი კვადრატის ნახევარი (მართკუთხა სამკუთხედის ფორმის ფიგურა). აქედან გამომდინარე, ჩვენ შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ფიგურის ფართობი მიახლოებით არის:

$$S = 35 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 38$$

$$S \approx 38 \text{ სმ}^2$$



ნიმუში 2 — ნახაზზე მოცემული მონაცემებიდან გამომდინარე დაადგინეთ ფიგურის ფართობი

ცხადია, საწყისი ფიგურა გაიყო ორ ფიგურად, მართკუთხედად და მართკუთხა სამკუთხედად.

მართკუთხედის ფართობია:

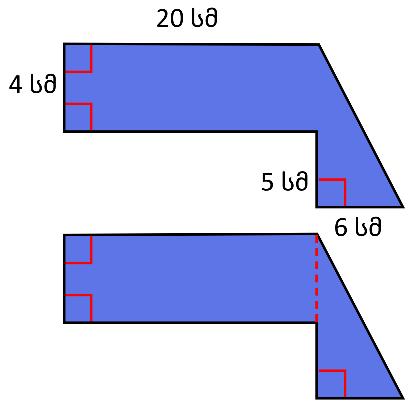
$$S = 20 \cdot 4 = 80$$

მართკუთხა სამკუთხედის ფართობია:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 9 = 27$$

საწყისი ფიგურის ფართობია:

$$S = 80 + 27 = 107 \text{ სმ}^2$$



ნიმუში 3 — დაადგინეთ ფიგურის ფართობი

ა) იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მართკუთხედის სიგრძეა 7 სმ და პერიმეტრი 20 სმ-ია.

ბ) მართკუთხედის პერიმეტრი 20 სმ-ია. დაადგინეთ, როგორ შეიძლება ფართობის გამოთვლა, თუ მართკუთხედის სიგრძე x სმ-ია?

ა) ვიცით, რომ მართკუთხედის ორი გვერდის ჯამი უდრის პერიმეტრის ნახევარს, ანუ 20 : 2 = 10 სმ, ამიტომ

სიგანე = 10 – 7 = 3 სმ.

მართკუთხედის ფართობი იქნება: $S = 7 \cdot 3 = 21$ სმ^2

ბ) ვიცით, რომ მართკუთხედის ორი გვერდის ჯამი უდრის პერიმეტრის ნახევარს, ანუ 20 : 2 = 10 სმ, ამიტომ

სიგანე =$10 - x$ სმ.

მართკუთხედის ფართობი იქნება:

$S = x \cdot (10 - x) = 10x - x^2$ სმ^2

სავარჯიშოები

1. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 5 სმ და 8 სმ. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

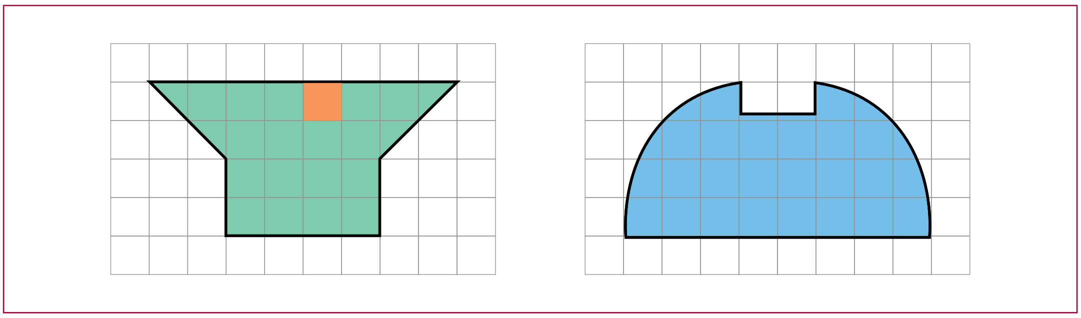
2. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების ჯამია 18 სმ, ამასთან ერთი კათეტის სიგრძე 4 სმ-ით მეტია მეორეზე. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

3. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტი 3-ჯერ მეტია მეორეზე. იპოვეთ ეს კათეტები, თუ სამკუთხედის ფართობია 24 სმ^2.

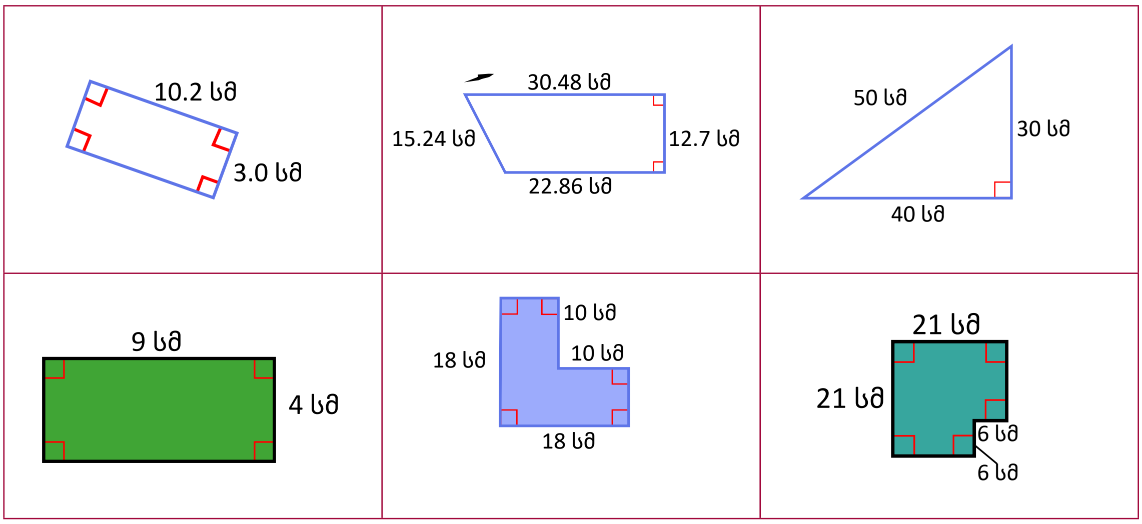
4. მართკუთხედის სიგრძე 2-ჯერ მეტია სიგანეზე. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრია 36 სმ.

5. მართკუთხედის სიგრძე ისე შეეფარდება სიგანეს, როგორც 3:4. იპოვეთ მართკუთხედის პერიმეტრი, თუ მისი ფართობია 108 სმ^2.

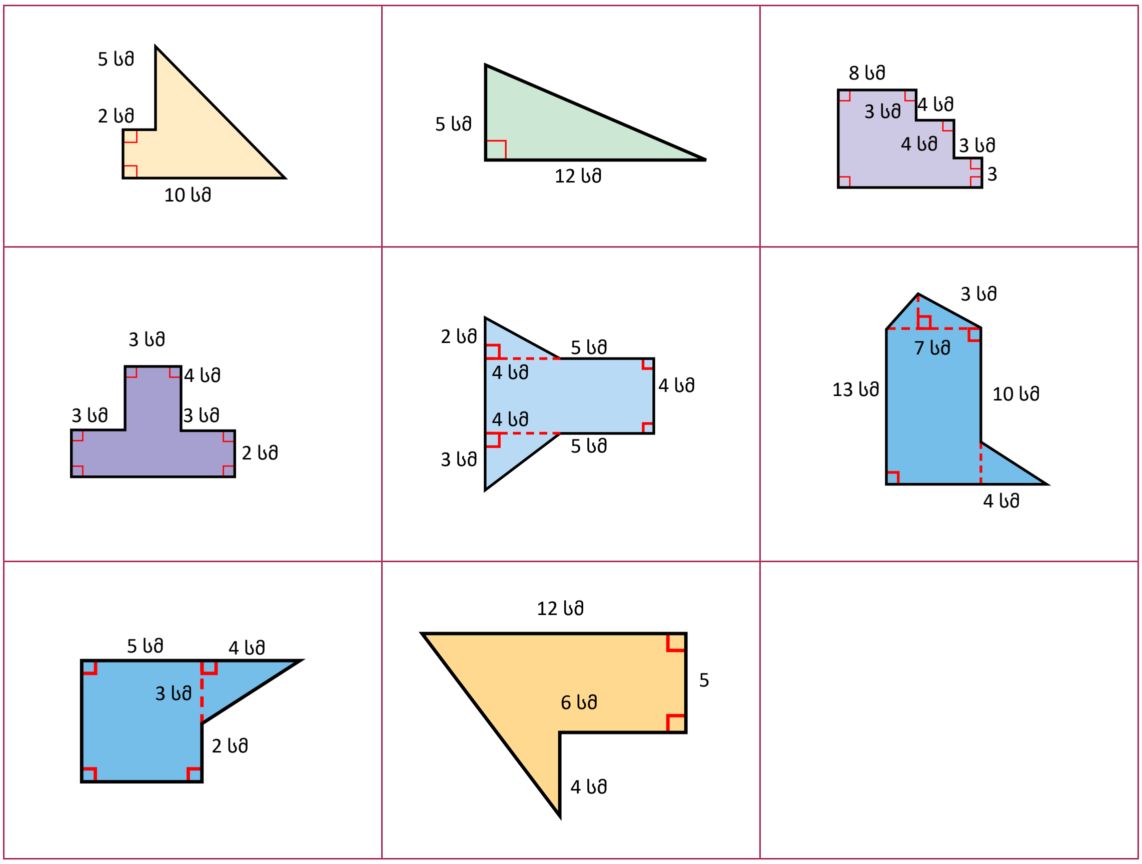
6. დაადგინეთ ნახაზზე მოცემული ფიგურის ფართობი ზუსტად ან მიახლოებით.



7. გამოთვალეთ ქვემოთ მოცემული ფიგურების ფართობი და პერიმეტრი.



სავარჯიშოები



8. ოთხი კვადრატული მაგიდა, რომელთა გვერდის სიგრძე 1,5 მეტრია, განალაგეს ერთ სიგრძეზე ერთ დიდ მაგიდად. იპოვეთ მიღებული მაგიდის პერიმეტრი.

9. ახსენი, როგორ ვიპოვოთ მართკუთხედის სიგრძე მისი პერიმეტრისა და სიგანის საშუალებით.

10. მიწის ნაკვეთი, რომლის სიგანეა 12 მეტრი, შემოღობილია 100 მეტრი სიგრძის მქონე ღობით. რა სიგრძისაა მიწის ნაკვეთი?

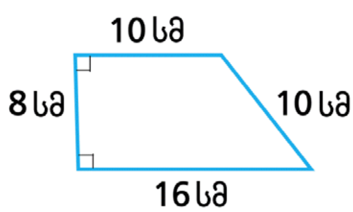
11. **იმსჯელეთ:** როგორ შეიძლება მართკუთხედის სიგრძისა და სიგანის ჯამის პოვნა, თუ ვიცით პერიმეტრი?

12. იპოვეთ მართკუთხედის სიგრძისა და სიგანის ჯამი, თუ მისი პერიმეტრია:

ა) 60 სმ: ბ) 48 სმ; გ) 80 სმ; დ) 124 სმ.

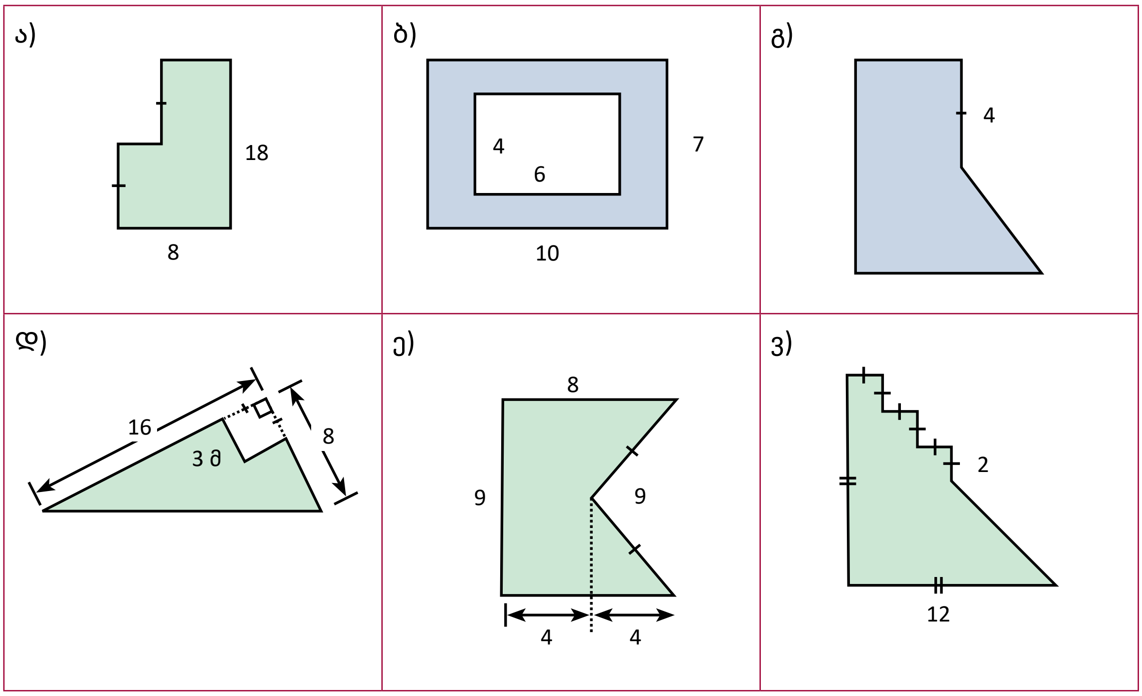
13. ნახაზზე მოცემული მონაცემებიდან გამომდინარე, იპოვეთ მოცემული ოთხკუთხედის ფართობი.

მინიშნება: გაყავით ორ ნაწილად, მართკუთხედად და მართკუთხა სამკუთხედად.

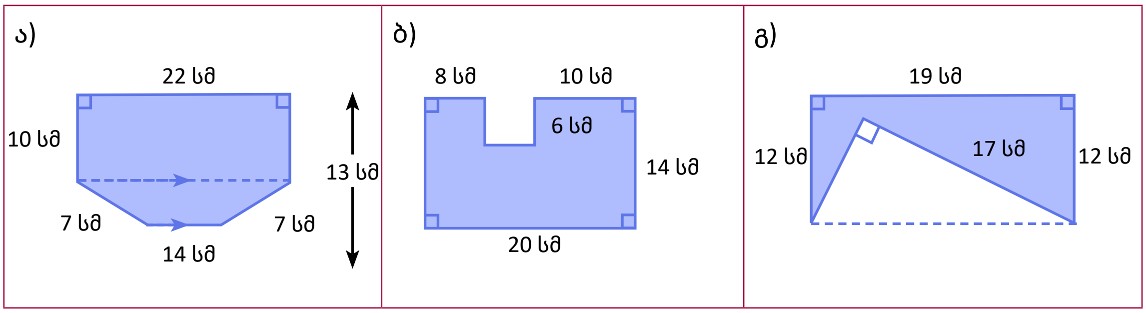


სავარჯიშოები

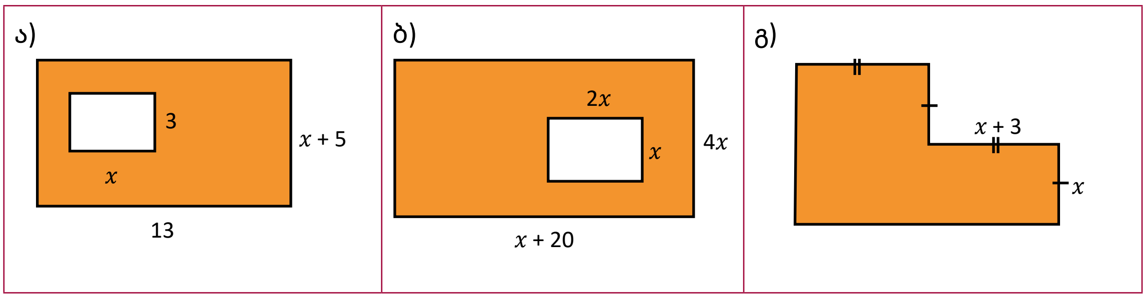
14. ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



15. ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი.



16. ნახაზზე მითითებული ზომების მიხედვით გამოსახეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი x ცვლადის დახმარებით.



17. იპოვეთ მართკუთხედის სიგრძე და სიგანე, თუ მისი პერიმეტრი 22 სმ-ია, ფართობი კი 30 სმ^2.

18. იპოვეთ მართკუთხედის სიგრძე და სიგანე, თუ მისი პერიმეტრი 28 სმ-ია, ფართობი კი 48 სმ^2.

სავარჯიშოები

19. კახამ უნდა შეღებოს მართკუთხედის ფორმის კედელი, რომლის სიგრძეა 6 მ, ხოლო სიმაღლე 3,2 მ. რამდენი ქილა საღებავი უნდა შეიძინოს კახამ, თუ ერთი ქილით შეიძლება შეიღებოს 5 $მ^2$ ფართობის ზედაპირი.

20. თედო პაპას აქვს მართკუთხედის ფორმის მიწის ნაკვეთი, რომლის ზომებია 50 მ და 80 მ. თედო პაპას შვილებმა უყიდეს მისი ნაკვეთის მოსაზღვრე კვადრატის ფორმის ახალი ნაკვეთი, რომელსაც პაპას ნაკვეთთან საერთო ტოლი გვერდი აქვს. იპოვეთ თედო პაპას გაერთიანებული ნაკვეთის ფართობი და შემოსაღობად საჭირო ღობის სიგრძე. იმსჯელეთ, რამდენი სავარაუდო პასუხი არსებობს.

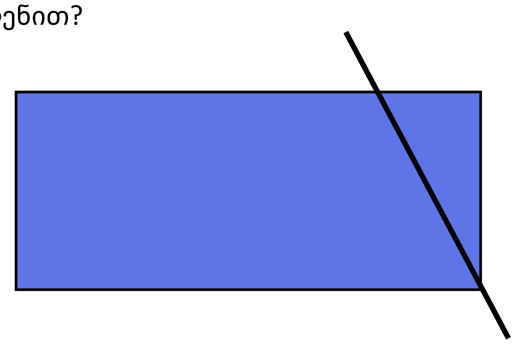
- იპოვეთ კვადრატის გვერდი, თუ მისი ფართობი ტოლია იმ მართკუთხედის ფართობის, რომლის მეზობელი გვერდები ტოლია 5 სმ და 20 სმ.

21. ოთახის იატაკს მართკუთხედის ფორმა აქვს, რომლის გვერდებია 5,5 მ და 6 მ. ის უნდა მოპირკეთდეს მართკუთხედის ფორმის ფილებით, რომლის სიგრძეა 30 სმ, სიგანე კი 5 სმ. რამდენი ასეთი ფილა დასჭირდება ოთახის იატაკის მოპირკეთებას?

15 სმ-იანი კვადრატული ფორმის რამდენი კაფელის ფილაა საჭირო კედლის მოსაპირკეთებლად, თუ მართკუთხედის ფორმის კედლის გვერდები ტოლია 3 მ და 2,7 მ.

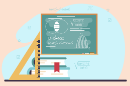
22. ორი მიწის ნაკვეთი შემოღობილია ერთნაირი სიგრძის ღობით. პირველ ნაკვეთს მართკუთხედის ფორმა აქვს, რომლის გვერდები ტოლია 220 მ და 160 მ. მეორე მიწის ნაკვეთს კვადრატის ფორმა აქვს. რომელი ნაკვეთის ფართობია მეტი და რამდენით?

23. ადიდებულმა მდინარემ მართკუთხედის ფორმის მიწის ნაკვეთს ჩამოაჭრა ფართობის ნაწილი (როგორც ნახაზზეა ნაჩვენები). რამდენი პროცენტით შემცირდა მიწის ნაკვეთის ფართობი, თუ მისი ერთი გვერდი შემცირდა 20%-ით?



4.3.პარალელოგრამის ფართობი

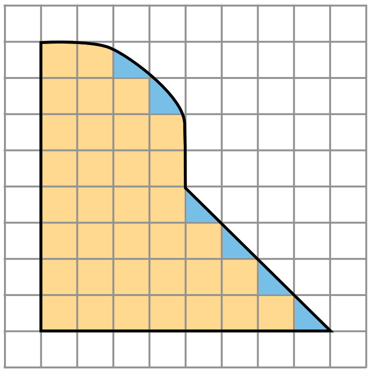
ჩვენ უკვე ვნახეთ, რომ ბრტყელი ფიგურის ფართობი მისი შემადგენელი ნაწილების ფართობების ჯამის ტოლია.

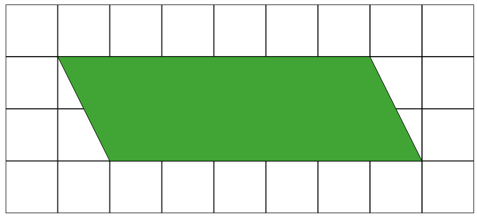


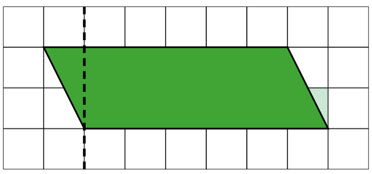
MATH Lab – ტექნოლოგიების გამოყენება და ვიზუალური მოდელი

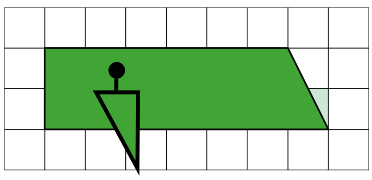
ტექნოლოგიების დახმარებით, სიმულაციის მეშვეობით, თვალსაჩინოდ ვნახოთ, როგორ შეიძლება პარალელოგრამის ფართობის გამოთვლა:

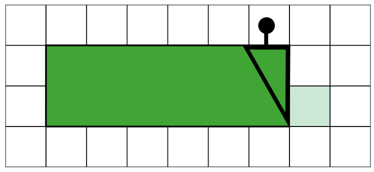
[Mathigon ვიდეო სიმულაცია.]











ნაბიჯი 1

ჩამოვაჭრათ სამკუთხედი

ნაბიჯი 2

გადავიტანოთ პარალელურად

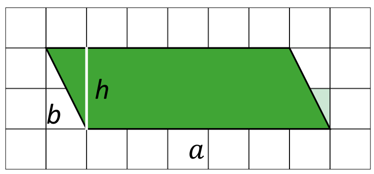
ნაბიჯი 3

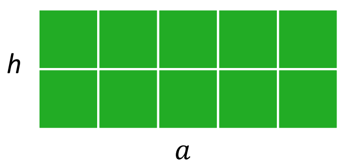
მივადოთ პარალელოგრამს მეორე გვერდზე.
მივიღებთ მართკუთხედს

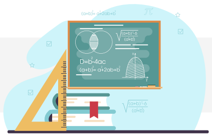
მართკუთხედის ფართობი სიგრძისა და სიგანის ნამრავლის ტოლია. მართკუთხედის სიგანე პარალელოგრამის გვერდის მართობულია, შესაბამისად ის პარალელოგრამის სიმაღლესაც წარმოადგენს. გამოდის რომ:

$S = ah$;

პარალელოგრამის ფართობი, გვერდისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია.



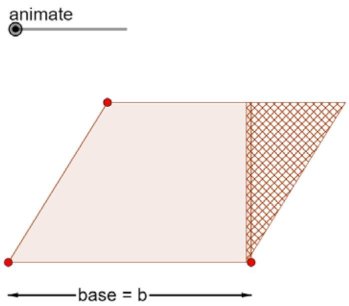




MATH Lab – კვლევა

🔗 Geogebra-პარალელოგრამის ფართობი

ჩაატარეთ რამდენიმე ცდა და დააკავშირეთ პარალელოგრამის ფართობი მართკუთხედის ფართობთან.



პარალელოგრამის ფართობი

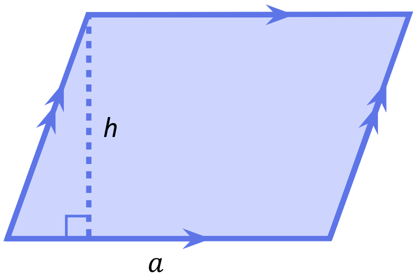
დასაბუთება და პროცესის ფორმულირება

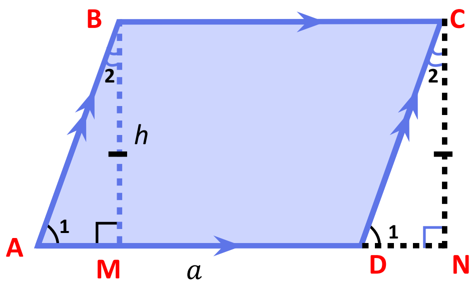
წარმოვიდგინოთ სამი ნაკვეთი, რომელთაგან ერთს პარალელოგრამის ფორმა აქვს, ერთს სამკუთხედის და ერთს რომბის.

სხვადასხვა ნიმუშებითა და სტრატეგიებით გავარკვიოთ, როგორ შეიძლება თითოეული ფიგურის ფართობის გამოთვლა.

განვიხილოთ ***ABCD* პარალელოგრამი**, ***AD*** გვერდზე ***B*** წვეროდან დავუშვათ ***BM* სიმაღლე. მივიღებთ *ABM*** სამკუთხედს. ასევე, *C* წვეროდან დავუშვათ ***CN* სიმაღლე, რომელიც *AD*** გვერდის გაგრძელებას გადაკვეთს ***N* წერტილში და მივიღებთ** $\triangle DCN$.

$\triangle ABM = \triangle DCN$ მართკუთხა სამკუთხედები ტოლია, სამკუთხედების ტოლობის მესამე ნიშნის მიხედვით





AB = CD	პარალელოგრამის მოპირდაპირე გვერდები ტოლია
BM = CN = h	***AD*** გვერდზე დაშვებული სიმაღლეები ტოლია
AM = DN	თუ ორ მართკუთხა სამკუთხედს ორი გვერდი ტოლი აქვს, მაშინ მესამე გვერდიც ტოლი იქნება (პითაგორას თეორემიდან გამომდინარე).

მივიღეთ, რომ $\triangle ABM = \triangle DCN$ სამკუთხედები ტოლია, ე.ი. მათ ფართობებიც ტოლი ექნებათ.

ჩამოვაჭრათ △ABM სამკუთხედი, პარალელური გადატანით გადავაადგილოთ *AD* გვერდის გასწვრივ და მივადგათ პარალელოგრამის *AB* გვერდის მოპირდაპირე *CD* გვერდს.

$\triangle ABM$ შეავსებს $\triangle DCN$-ს და მივიღებთ ***MBCN*** მართკუთხედს.

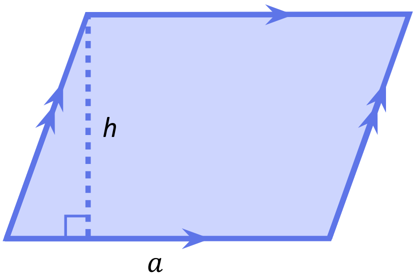
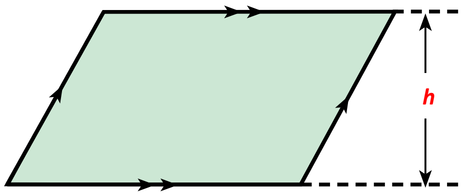
> მივიღებთ, რომ $S_{ABCD} = S_{MBCN}$ (S_{ABCD}-სიმბოლოთი აღინიშნება *ABCD* პარალელოგრამის ფართობი, ფიგურის დასახელებას ვწერთ ფართობის სიმბოლოს მარჯვენა ქვედა კუთხეში).

ჩვენ ვიცით, რომ მართკუთხედის ფართობი მისი სიგრძისა და სიგანის ნამრავლის ტოლია

$$S_{ABCD} = S_{MBCN} = BC \cdot BM$$

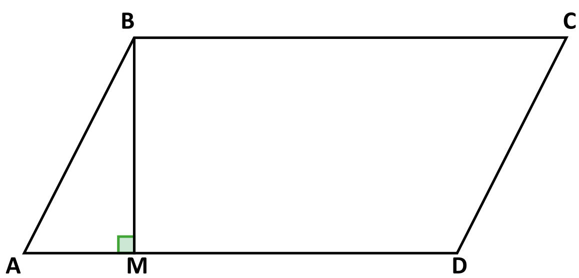
თუ დავაკვირდებით ფორმულას, *ABCD* პარალელოგრამისთვის *BC* გვერდი სიგრძეა, რომლის სიგრძე უდრის *AD* გვერდის სიგრძეს, ხოლო *BM* პარალელოგრამის სიმაღლეა, მივიღეთ, რომ

$$\boldsymbol{S_{ABCD}} = \boldsymbol{AD} \cdot BM = a \cdot h$$

პარალელოგრამის ფართობი გვერდისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. $S = a \cdot h$		

ნიმუში 1

ABCD პარალელოგრამის ***AD*** გვერდი ***BM*** სიმაღლეზე 3-ჯერ დიდია. იპოვეთ ***AD*** გვერდი, თუ პარალელოგრამის ფართობია 75 სმ^2.

შემოვიტანოთ აღნიშვნები: $BM = x$ და $AD = 3x$ პარალელოგრამის ფართობის ფორმულიდან მივიღებთ: $x \cdot 3x = 75$; $3x^2 = 75$; $x^2 = 25$; $x = 5$. საბოლოოდ იქნება: $AD = 3x = 3 \cdot 5 = 15$; $AD = 15$ სმ	

ნიმუში 2

ABCD პარალელოგრამის სიმაღლეების სიგრძეებია ***BM*** = **7** სმ და ***BN*** = **6** სმ, ხოლო მახვილი კუთხე კი – **30°**-ის ტოლია. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ფართობი.

ABM მართკუთხა სამკუთხედში **30°**-იანი კუთხის მოპირდაპირე კათეტი ჰიპოტენუზის ნახევარია, ამიტომ

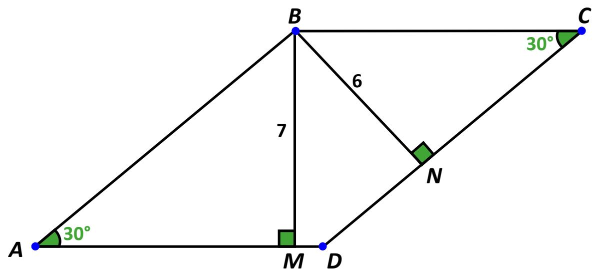
$$AB = 2 \cdot BM = 2 \cdot 7 = 14$$

რადგან პარალელოგრამში მოპირდაპირე გვერდები ტოლია, ამიტომ

$$AB = CD = 14$$

საბოლოოდ, პარალელოგრამის ფართობი იქნება:

$$S = BN \cdot CD = 6 \cdot 14 = 84 \text{ სმ}^2$$



ნიმუში 3

პარალელოგრამის გვერდი და სიმაღლეა შესაბამისად 4 სმ და 9 სმ. იპოვეთ ამ პარალელოგრამის ტოლდიდი კვადრატის პერიმეტრი.

თავდაპირველად, ვიპოვოთ პარალელოგრამის ფართობი, იგი იქნება $4 \cdot 9 = 36$ სმ^2. იგივე ფართობი ექნება ამ პარალელოგრამის ტოლდიდ კვადრატს (ტოლდიდ ფიგურებს ტოლი ფართობები აქვთ), ანუ კვადრატის ფართობიც იქნება 36 სმ^2. რადგან კვადრატის ფართობი უდრის გვერდის კვადრატს, ამიტომ ერთი გვერდის სიგრძე იქნება 6 სმ.

საბოლოოდ, კვადრატის პერიმეტრი იქნება:

$$P = 4 \cdot 6 = 24 \text{ სმ}$$

სავარჯიშოები

1. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ მისი ერთი გვერდია 10 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 8 სმ.

2. პარალელოგრამის გვერდის სიგრძე 4-ჯერ მეტია მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე. იპოვეთ ეს გვერდი, თუ პარალელოგრამის ფართობია 64 სმ^2.

3. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლეების სიგრძეებია 20 სმ და 16 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ მისი კუთხეა 150° .

4. პარალელოგრამის გვერდებია 8 სმ და 12 სმ, ხოლო მათ შორის მდებარე კუთხე 30°. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

5. პარალელოგრამის ერთი გვერდი 5 სმ-ით დიდია მეორე გვერდზე, ხოლო პარალელოგრამის პერიმეტრია 58 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ მისი პატარა სიმაღლეა 9 სმ.

6. პარალელოგრამის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 4 : 5, ხოლო დიდი სიმაღლის სიგრძეა 14 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრია 72 სმ.

7. პარალელოგრამის ფართობია 84 სმ^2, ხოლო დიდი გვერდის შეფარდება მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე არის 7 : 3. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი, თუ პატარა გვერდის სიგრძეა 11 სმ.

8. მართკუთხედის გვერდებია 5 სმ და 8 სმ, ხოლო მისი ტოლდიდი პარალელოგრამის გვერდია 10 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

9. პარალელოგრამის ბლაგვი კუთხის წვეროდან დაშვებული სიმაღლეები ტოლია 9 სმ და 12 სმ-ის. იპოვეთ მისი ფართობი, თუ ცნობილია, რომ ორი გვერდის სხვაობა ტოლია 4 სმ-ის.

10. პარალელოგრამის მცირე სიმაღლე 4 სმ-ის ტოლია და დიდ გვერდს ყოფს ორ ტოლ ნაწილად, რომელთაგან თითოეული 3 სმ-ის ტოლია. იპოვეთ პარალელოგრამის დიდი სიმაღლე.

4.4. სამკუთხედის ფართობი

საკვანძო კითხვა: როგორ შეიძლება სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულის დაკავშირება პარალელოგრამის ფართობის გამოსათვლელ ფორმულასთან?

ჩვენ ვიცით, რომ ფიგურას ეწოდება მარტივი, თუ იგი სასრული რაოდენობის სამკუთხედებად (სამკუთხა არეებად) შეიძლება დაიყოს.

განვიხილოთ, ***ABCD*** პარალელოგრამი და გავავლოთ ***BD*** დიაგონალი, რომელიც პარალელოგრამს ორ ტოლ სამკუთხედებად, $\triangle ABD$ და $\triangle BCD$ ჰყოფს. $\triangle ABD = \triangle BCD$ სამკუთხედების ტოლობის მესამე ნიშნით:

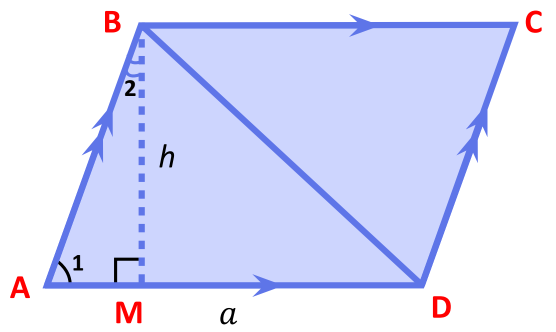
AB = CD; AD = BC	პარალელოგრამში მოპირდაპირე გვერდები ტოლია
BD	გვერდი საერთოა ორივე სამკუთხედისთვის

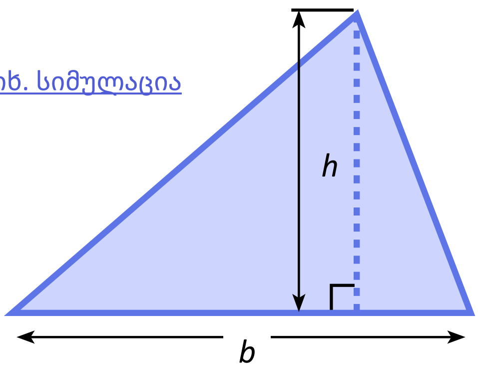
რადგან სამკუთხედები, ტოლია ე.ი, მათი ფართობებიც ტოლი იქნება, **ABD** და **BCD** ტოლდიდი სამკუთხედებია $S_{ABD} = S_{BCD}$

მივიღეთ, რომ პარალელოგრამის ფართობი შედგება ორი ტოლი სამკუთხედისგან, საიდანაც გამომდინარეობს, რომ სამკუთხედის ფართობი პარალელოგრამის ფართობის ნახევარია:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{a\boldsymbol{h}}{2} = \frac{1}{2}a\boldsymbol{h}$$

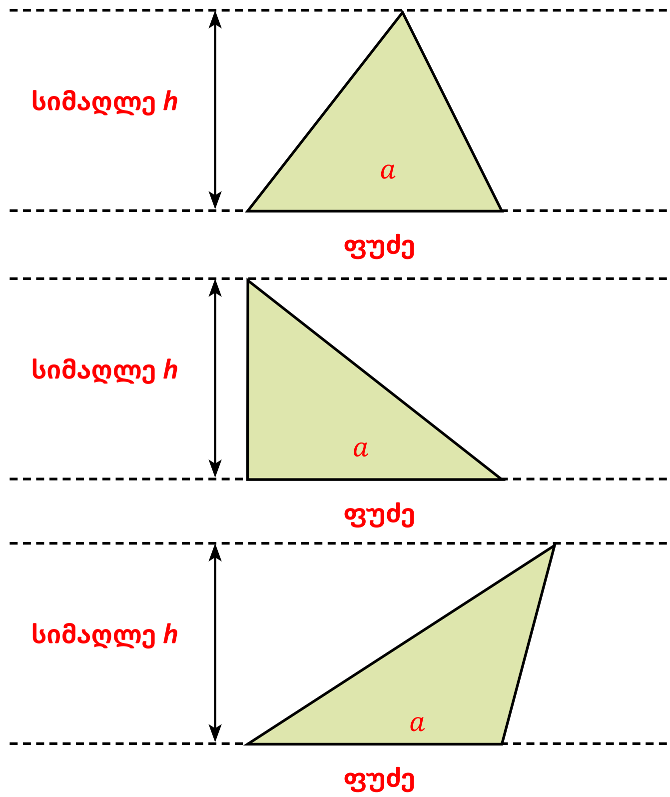
სამკუთხედის ფართობი გვერდისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ნახევრის ტოლია.





იხ. სიმულაცია

სამკუთხედი



ფართობი $S = \frac{1}{2}\, a \times \boldsymbol{h}$

!! ყურადღება მიაქციეთ:

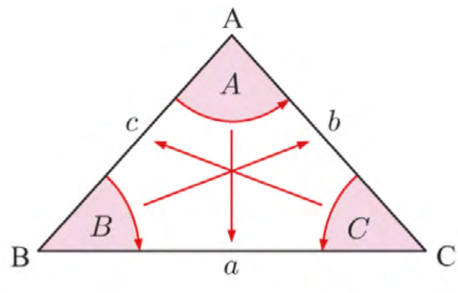
როგორ ხდება გვერდების აღნიშვნა სამკუთხედში?

როდესაც მოცემულია $\triangle ABC$,

A – წვეროს მოპირდაპირე გვერდი აღინიშნება პატარა a-სიმბოლოს მეშვეობით

B – წვეროს მოპირდაპირე გვერდი აღინიშნება პატარა b-სიმბოლოს მეშვეობით

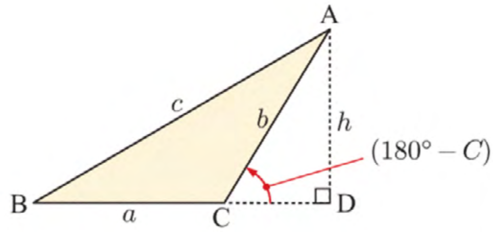
C – წვეროს მოპირდაპირე გვერდი აღინიშნება პატარა c-სიმბოლოს მეშვეობით



!! ყურადღება მიაქციეთ:

როდესაც სამკუთხედი არის ბლაგვკუთხა, მახვილი კუთხიდან დაშვებული სიმაღლე გვერდის გაგრძელებაზე ეშვება, შესაბამისად

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a\boldsymbol{h}}{2} = \frac{\boldsymbol{AD \cdot BC}}{\boldsymbol{2}}$$



ნიმუში 1

ABC სამკუთხედის ***AC*** გვერდი ***BD*** სიმაღლეზე 2-ჯერ დიდია. იპოვეთ ***AC*** გვერდი, თუ სამკუთხედის ფართობია 36 სმ².

შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

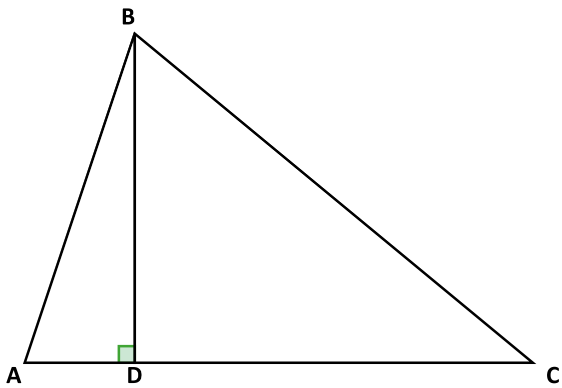
$BD = x$ და $AC = 2x$

სამკუთხედის ფართობის ფორმულიდან მივიღებთ:

$\frac{x \cdot 2x}{2} = 36$; $x^2 = 36$; $x = 6$.

საბოლოოდ, იქნება:

$AC = 2x = 2 \cdot 6 = 12$; AC = 12 სმ



ნიმუში 2

ABC სამკუთხედში $\boldsymbol{AB = 12}$ და $\boldsymbol{BC = 15}$. იპოვეთ ამ გვერდებზე დაშვებული $\boldsymbol{CM}$ და $\boldsymbol{AN}$ სიმაღლეები, თუ ამ სიმაღლეების ჯამი **18 სმ**-ის ტოლია.

ABC სამკუთხედის ფართობი გამოვთვალოთ ორნაირად, AB და BC გვერდების საშუალებით, მივიღებთ:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot MC}{2} = \frac{BC \cdot AN}{2}$$

$12 \cdot MC = 15 \cdot AN$, აქედან $MC = \frac{5AN}{4}$

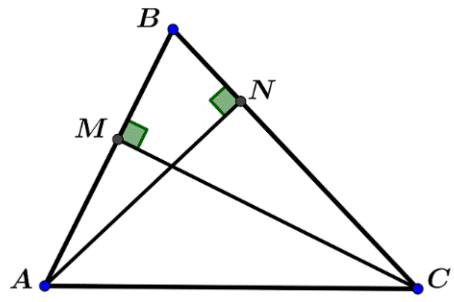
რადგან სიმაღლეების ჯამი უდრის 18 სმ-ს, ამიტომ დავწერთ განტოლებას:

$$MC + AN = 18$$

$$\frac{5AN}{4} + AN = 18$$

$$\frac{9AN}{4} = 18, \quad AN = 8.$$

ე.ი. $AN = 8$ სმ და $MC = 10$ სმ.

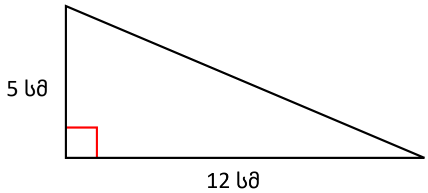


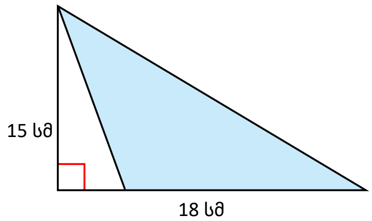
სავარჯიშოები

1. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი, თუ მისი ერთი გვერდია 9 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 5 სმ.

2. სამკუთხედის ფართობია 32 სმ^2, ხოლო ერთი გვერდის სიგრძეა 8 სმ. იპოვეთ ამ გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

3. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული სამკუთხედების ფართობები.





4. სამკუთხედის გვერდის სიგრძე 3-ჯერ მეტია მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე. იპოვეთ ეს გვერდი, თუ სამკუთხედის ფართობია 24 სმ^2.

5. სამკუთხედის ერთი გვერდია 8 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 6 სმ, იპოვეთ სამკუთხედის მეორე გვერდი, თუ ვიცით, რომ მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე 4 სმ-ია.

6. სამკუთხედის ერთი გვერდია 12 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 5 სმ, იპოვეთ სამკუთხედის მეორე გვერდზე დაშვებული სიმაღლე, თუ მეორე გვერდის სიგრძე 4სმ-ია.

7. სამკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა 16 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 9 სმ. ამ სამკუთხედის მეორე გვერდის სიგრძეა 12 სმ. იპოვეთ ამ მეორე გვერდზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე.

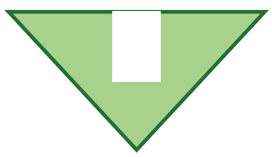
8. სამკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდებიან ერთმანეთს, როგორც 4:5:7, ხოლო მისი ფართობია 56 სმ^2. იპოვეთ სამკუთხედის პერიმეტრი, თუ დიდ გვერდზე დაშვებული სიმაღლეა 8 სმ.

9. მართკუთხა სამკუთხედის კათეტების სიგრძეებია 15 სმ და 18 სმ. იპოვეთ ამ სამკუთხედის ფართობი.

10. მართკუთხა სამკუთხედის ერთი კათეტის სიგრძეა 24 სმ, ხოლო ფართობია 64 სმ^2. იპოვეთ მეორე კათეტის სიგრძე.

11. თავის დასაწყისშია მოცემული კომპლექსური დავალება: დავალებისთვის დახაზეთ სკვერის გეგმა. სკვერში გამოყავით ადგილი სკამებისთვის ან რაიმე აქტივობებისთვის, რომელსაც ექნება სამკუთხედის და პარალელოგრამის ფორმა; გამოთვალეთ თქვენ მიერ შედგენილი სამკუთხედების ფართობი.

12. **გამოწვევა:** პარკში პატარებისთვის განკუთვნილ სივრცეს ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედის ფორმა აქვს, რომლის კათეტის სიგრძეა 18 მ. ამ სივრცის ცენტრში ჩადგმულია მართკუთხედის ფორმის სასრიალო (იხ. ნახაზი). მისი სიგრძე 9 მ-ია და სიგანე 6 მ. დარჩენილი სივრცე უნდა დაიფაროს რბილი საფარით. რამდენი კვადრატული მეტრი საფარია საჭირო?

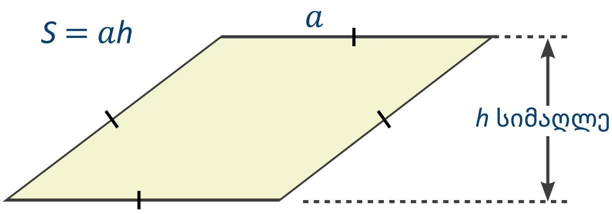


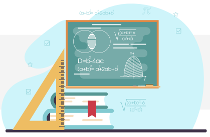
4.5. რომბის ფართობი

რომბი ისეთი პარალელოგრამია, რომლის ყველა გვერდი ტოლია, შესაბამისად მისი ფართობიც, პარალელოგრამის ფართობის მსგავსად გამოითვლება ფორმულით:

$$S = ah$$

რომბის ფართობი მისი გვერდისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია.





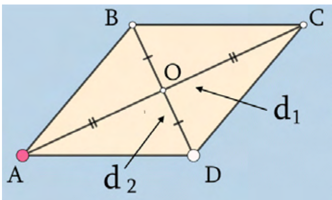
MATH Lab – ტექნოლოგიების გამოყენება

განვიხილოთ რომბის ფართობის დადგენის სხვა მეთოდი: შედით ვებ გვერდზე Geogebra, გახსენით აქტივობა რომბის ფართობი.

განვიხილოთ ***ABCD*** რომბი, რომლის დიაგონალებია d_1 **და** d_2. **ვიცით, რომ** რომბში დიაგონალები მართი კუთხით გადაიკვეთებიან და გადაკვეთის წერტილით შუაზე ყოფენ ერთმანეთს. ვიღებთ 4 ტოლ მართკუთხა სამკუთხედს: △*AOB*, △*BOC*, △*COD* და △*AOD*;

იხ. სიმულაცია

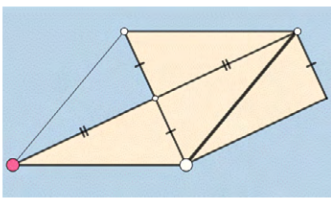
ნაბიჯი 1:

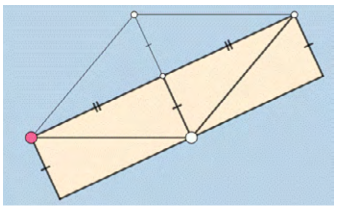


მოცემული სამკუთხედებიდან

△*AOB* = △*COD* = △*BOC* = △*AOD*, სამკუთხედების ტოლობის პირველი ნიშნით (მაგ.△*AOB* = △*COD*, რადგან *AO* = *OC* და *BO* = *OD*, ∠*AOB* = ∠*COD* = 90°).

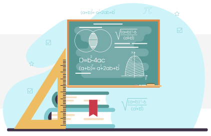
ნაბიჯი 2:





ავიღოთ △*AOB* და პარალელურად გადავიტანოთ ისე, რომ მივადგათ *CD* გვერდს, ანალოგიურად **ავიღოთ** △*BOC*, პარალელურად გადავიტანოთ, ისე რომ მივადგათ *AD* გვერდს.

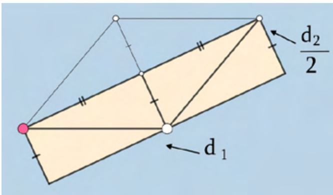
გაგრძელება



MATH Lab – ტექნოლოგიების გამოყენება

ნაბიჯი 3:

ორი სამკუთხედის პარალელური გადატანით მივიღებთ მართკუთხედს, რომლის ერთი გვერდი დიაგონალის სიგრძის ტოლია (d_1), ხოლო მეორე გვერდი მეორე დია-გონალის სიგრძის ნახევარს უდრის $\left(\frac{d_2}{2}\right)$. ჩვენ ვიცით, რომ მართკუთხედის ფართობი მისი სიგრძისა და სიგანის ნამრავლის ტოლია – $S = d_1 \cdot \frac{d_2}{2}$



რადგან მიღებული მართკუთხედის ფართობი, საწყისი რომბის ფართობის ტოლია მივიღებთ, რომ

$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

რომბის ფართობი მისი დიაგონალის სიგრძეების ნამრავლის ნახევრის ტოლია.

ნიმუში 1

ABCD რომბში დიაგონალების სიგრძეებია $AC = 12$ სმ და $BD = 16$ სმ. იპოვეთ რომბის ფართობი და გვერდის სიგრძე.

რომბის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, ამიტომ გვექნება:

$S = \frac{12 \cdot 16}{2} = 6 \cdot 16 = 96$ სმ².

ცხადია, რომ $AO = OC = 6$ სმ და

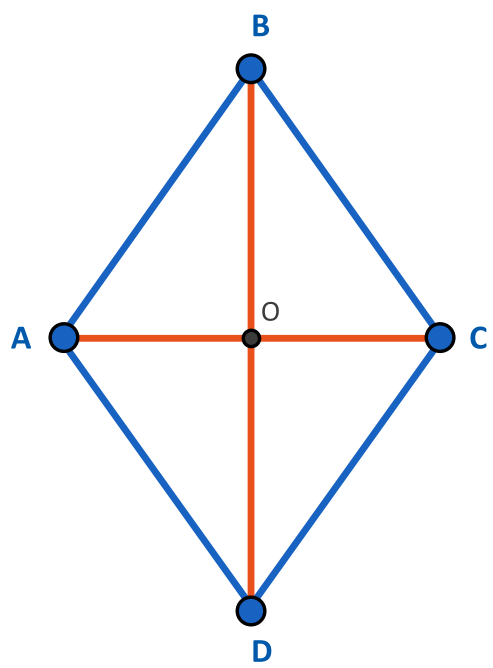
$BO = OD = 8$ სმ. პითაგორას თეორემით მივი-ღებთ:

$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$AB^2 = 6^2 + 8^2$

$AB^2 = 100, \quad AB = 10$ სმ.

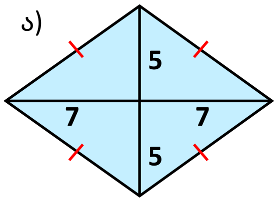
ე.ი. $AB = BC = CD = AD = 10$ სმ.



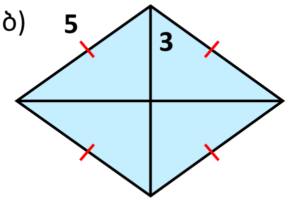
სავარჯიშოები

1. იპოვეთ ნახაზზე მოცემული ფიგურების ფართობი.

ა)



ბ)



2. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ მისი ერთი გვერდია 10 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 7 სმ.

3. რომბის გვერდის სიგრძე 4-ჯერ მეტია მასზე დაშვებულ სიმაღლეზე. იპოვეთ ეს გვერდი, თუ რომბის ფართობია 36 სმ^2.

4. რომბის გვერდის სიგრძეა 15 სმ, ხოლო ერთ-ერთი დიაგონალის სიგრძეა 24 სმ. იპოვეთ რომბის ფართობი.

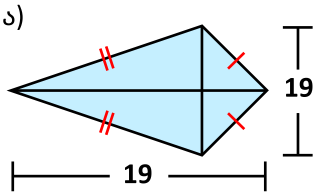
5. რომბის ფართობია 120 სმ^2, ხოლო ერთი დიაგონალის სიგრძეა 10 სმ. იპოვეთ რომბის გვერდის სიგრძე.

6. რომბის გვერდის სიგრძეა 24 სმ, ხოლო ბლაგვი კუთხეა 150°. იპოვეთ რომბის ფართობი.

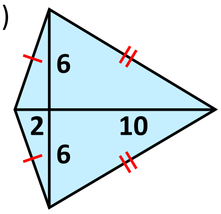
7. რომბის პერიმეტრია 52 სმ. იპოვეთ რომბის ფართობი, თუ ერთ-ერთი დიაგონალის სიგრძეა 10 სმ.

8. იპოვეთ მოცემული ფიგურების ფართობები:

ა)



ბ)



გამოწვევა: შემოიტანეთ აღნიშვნები და დაწერეთ ფიგურის ფართობის გამოსათვლელი გამოსახულება.

9. რომბის გვერდი არის 12 სმ. მისი კუთხეები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 1:2. იპოვეთ რომბის ფართობი.

10. რომბის გვერდების შუაწერტილები შეაერთეს მიმდევრობით. მიღებული ოთხკუთხედის ორი მეზობელი გვერდის სიგრძე არის 8 სმ და 5 სმ. იპოვეთ რომბის ფართობი.

11. თავის დასაწყისშია მოცემული **კომპლექსური დავალება**: დავალებისთვის დახაზეთ სკვერის გეგმა. სკვერში გამოყავით ადგილები სხვადასხვა დანიშულებისთვის, რომლებსაც ექნება რომბის და პარალელოგრამის ფორმა. გამოთვალეთ თქვენ მიერ შედგენილი სამკუთხედების ფართობი.

4.6. ტრაპეციის ფართობი

საკვანძო კითხვა: როგორ შეიძლება ტრაპეციის ფართობის გამოსაყვანი ფორმულის დაკავშირება სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელ ფორმულასთან?

ჩვენ ვიცით, რომ ფიგურას ეწოდება მარტივი თუ იგი სასრული რაოდენობის სამკუთხედებად (სამკუთხა არეებად) შეიძლება დაიყოს.

განვიხილოთ, ***ABCD*** ტრაპეცია და გავავლოთ ***BD*** დიაგონალი, რომელიც ტრაპეციას ყოფს ორ სამკუთხედებად, $\triangle ABD$ და $\triangle BCD$.

ტრაპეციის ფართობი მოცემული სამკუთხედების ფართობების ჯამს უდრის.

ჩვენ ვიცით, რომ სამკუთხედის ფართობი გვერდისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ნახევრის ტოლია.

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} bh$$

ტრაპეციის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყვანა

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$$

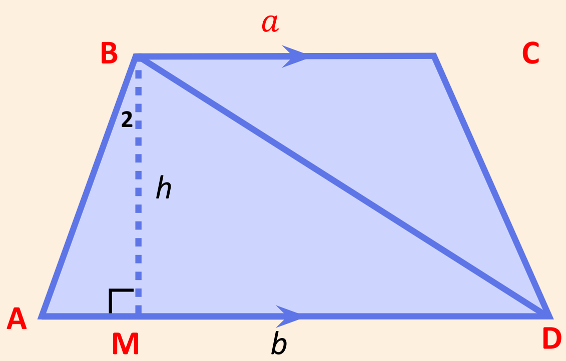
$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} bh; \quad S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} ah$$

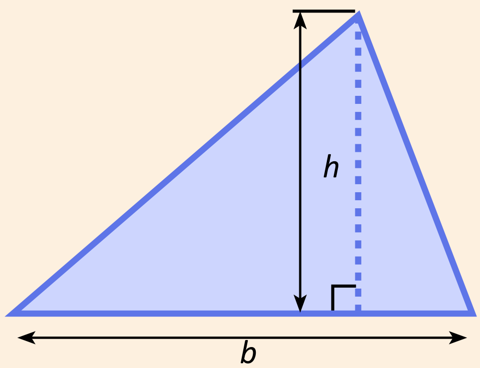
$$S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$$

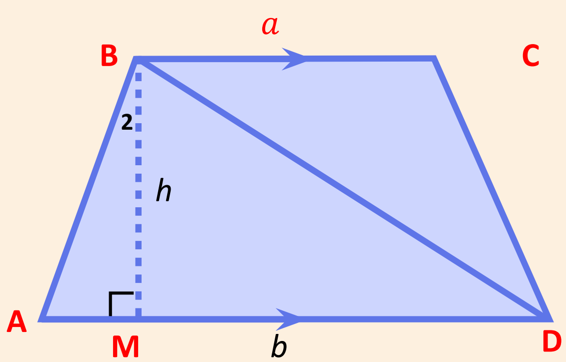
საერთო მამრავლის ფრჩხილს გარეთ

გატანით მივიღებთ,

რომ $S_{\triangle ABCD} = \frac{1}{2} \cdot h(a+b)$;







$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$$

მოცემულ გამოსახულებას ხშირად ვწერთ სხვადასხვა ეკვივალენტური ფორმით:

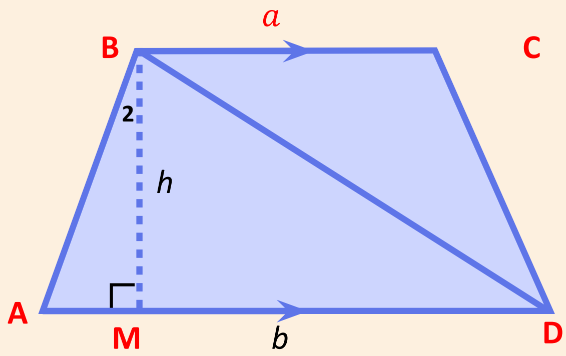
$$S_{\triangle ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{h}{2} \cdot (a+b);$$

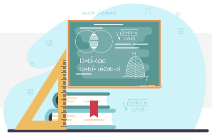
რადგან $\frac{a+b}{2}$ იმავე ფუძეების ნახევარჯამისა და შუახაზის ტოლია. ამბობენ, რომ ტრაპეციის ფართობი შუამონაკვეთისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია

$$S = \text{შუამონაკვეთი} \cdot h$$

ტრაპეციის ფართობი ფუძეების ნახევარჯამისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია

$$S_{\triangle ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot h(a+b)$$



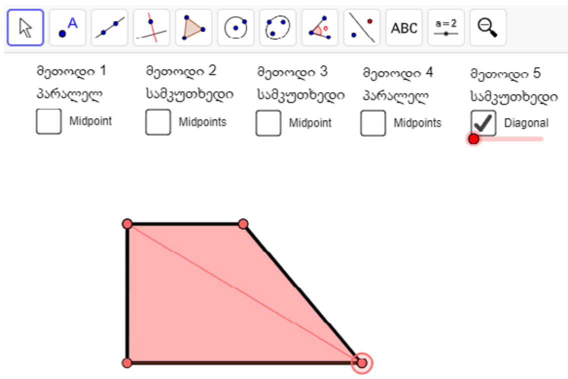


MATH Lab – ტექნოლოგიების გამოყენება

გახსენით აქტივობა

ტრაპეციის ფართობი.

მოცემულ ბმულზე თქვენ შეძლებთ ნახოთ, როგორ შეიძლება ტრაპეციის ფართობის გამოთვლა 5 სხვადასხვა გზით, აღნიშნულის ანალიზით მიხვდებით, როგორ შეიძლება ტრაპეციის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყვანა.



მითითება: ამოირჩიეთ მეთოდი, სრიალას მეშვეობით გაასრიალეთ წრე სრიალაზე, რომლის მიხედვით გააქტიურდება სიმულაცია. გააანალიზეთ თითოეული შემთხვევა, ამოირჩიეთ, რომელი მეთოდია თქვენთვის მეტად იოლი, შეადარეთ სხვა მეთოდებს და დაასაბუთეთ, თქვენ მიერ არჩეული მეთოდის უპირატესობა და სიმარტივე.

ნიმუში 1

ABCD მართკუთხა ტრაპეციის ***AB, BC, CD*** და ***DA*** გვერდები **4**-ის, **3**-ის, **5**-ისა და **6**-ის პროპორციულია. იპოვეთ ამ ტრაპეციის ფართობი, თუ პერიმეტრი **36 სმ**-ის ტოლია.

რადგან ტრაპეციის პერიმეტრია 36 სმ, ამიტომ გვექნება:

$4x + 3x + 5x + 6x = 36, \quad 18x = 36, \quad x = 2.$

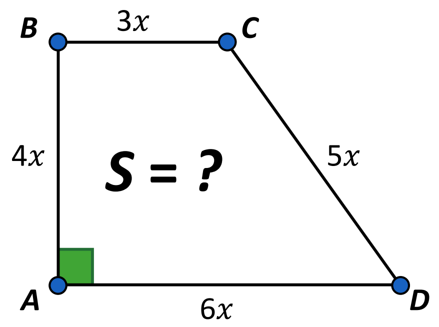
ე.ი. $AB = 8$ სმ, $BC = 6$ სმ, $CD = 10$ სმ და $AD = 12$ სმ.

ტრაპეციის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:

$\boldsymbol{S}_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot h(a + b)$ ამიტომ გვექნება:

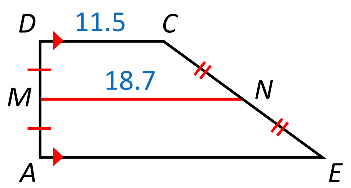
$\boldsymbol{S}_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AB(BC + AD) = \frac{1}{2} \cdot 8\,(6 + 12) = 72$ სმ^2.

ე.ი. $\boldsymbol{S}_{ABCD} = 72$ სმ^2

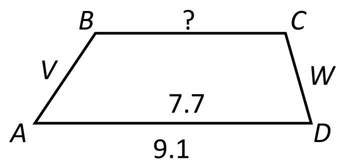


სავარჯიშოები

1. მოცემულია ABCD ტრაპეცია, MN შუახაზია. ნახაზზე მოცემული ინფორმაციის გათვალისწინებით იპოვეთ ტრაპეციის ფუძის სიგრძე.



2. მოცემულია ADCB ტრაპეცია, VW შუახაზია. ნახაზზე მოცემული ინფორმაციის გათვალისწინებით იპოვეთ ტრაპეციის ფუძის სიგრძე.



3. მართკუთხედის გვერდის სიგრძე 8 სმ-ია, დიაგონალის სიგრძე 10 სმ, იპოვეთ ფართობი.

4. მართკუთხა სამკუთხედის ჰიპოტენუზის სიგრძე 5 სმ-ია, ერთ-ერთი კათეტის სიგრძე 4 სმ, იპოვეთ ფართობი.

5. კვადრატის პერიმეტრი 20 სმ-ია, იპოვეთ ფართობი.

6. მართკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3 ფართობი 24 სმ^2-ია, იპოვეთ მართკუთხედის გვერდების სიგრძეები.

4.7. წრეწირის სიგრძე, წრის ფართობი

ჩვენ უკვე განვიხილეთ, როგორ შეიძლება გამოვთვალოთ მრავალკუთხედის ან სხვა ბრტყელი ფიგურის ფართობი და პერიმეტრი.

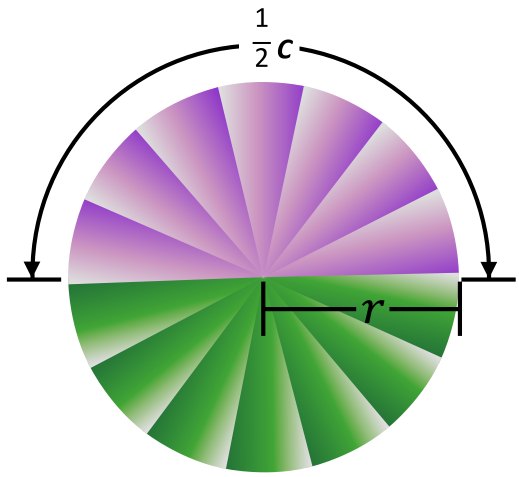
განვიხილოთ სიტუაცია, როდესაც ნაკვეთს აქვს წრის ფორმა.

როგორ დავადგინოთ, რამდენი მეტრი სიგრძის შემოსაღობი მასალა უნდა შევიძინოთ წრიული ფორმის მიწის ნაკვეთის შემოსაღობად? ან როგორ გავზომოთ, წრიული ფორმის არის ფართობი?

წრეწირის სიგრძე მისი გარშემოწერილობის სიგრძის ტოლია.

წრიული ფორმის შემთხვევაში, ნაცვლად პერიმეტრისა ვამბობთ წრეწირის სიგრძეს და მის აღსანიშნავად ვიყენებთ სიმბოლო C-ს.

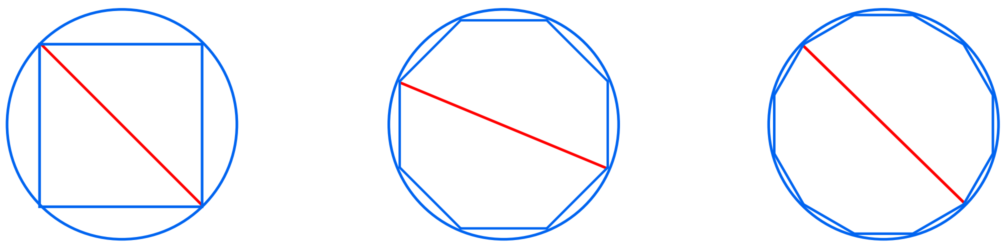
საკვანძო კითხვა: როგორ შეიძლება წრეწირის სიგრძის დადგენა?



წრეწირის სიგრძე

განვიხილოთ წრე და ჩავხაზოთ წესიერი მრავალკუთხედი. ჩავხაზოთ ჯერ კვადრატი, შემდეგ ხუთკუთხედი, ექვსკუთხედი და ვზარდოთ გვერდების რაოდენობა ნებისმიერ n-კუთხედამდე.

შეგახსენებთ, ამოზნექილ მრავალკუთხედს, რომელსაც ტოლი სიგრძის გვერდები და ტოლი სიდიდის კუთხეები აქვს, წესიერი მრავალკუთხედი ეწოდება.



წრეში წესიერი მრავალკუთხედების ჩახაზვის შემდეგ, რაც უფრო ვზრდით გვერდების რაოდენობას, მრავალკუთხედის პერიმეტრი მეტად უახლოვდება წრეწირის სიგრძეს. რაც უფრო მეტად უახლოვდება მრავალკუთხედის პერიმეტრი წრეწირის სიგრძეს, მით უფრო უახლოვდება მრავალკუთხედის პერიმეტრის შეფარდება წრეწირის სიგრძესთან ერთიანს, ანუ საკმაოდ დიდი n-სთვის მრავალკუთხედის პერიმეტრი და წრეწირის სიგრძე არის მიახლოებით ერთი და იმავე რიცხვის ტოლი.

დადგინდა რომ, ნებისმიერი წრის შემთხვევაში, წრეწირის სიგრძის შეფარდება დიამეტრთან არის მუდმივი რიცხვი. თუ წრეწირის სიგრძეს აღვნიშნავთ სიმბოლო C-ს მეშვეობით, ხოლო დიამეტრი

სიმბოლო d-ს მეშვეობით, მივიღებთ რომ $\frac{c}{d}$ არის მუდმივი რიცხვი, რომელიც აღინიშნება სიმბოლო π-ს მეშვეობით.

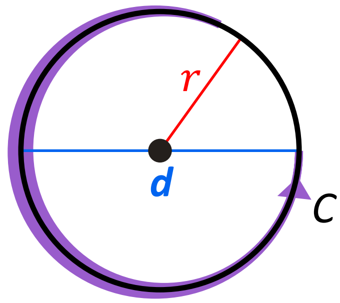
დადგენილია, რომ π-ს მნიშვნელობა მიახლოებით უდრის $\pi \approx 3.14159....$, მოცემული მსჯელობიდან გამომდინარე ჩვენ შეგვიძლია ჩავწეროთ, რომ

$\frac{c}{d} = \pi$-ს, საიდანაც მივიღებთ, რომ $C = \pi d$.

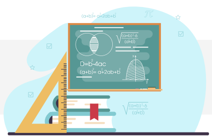
ვიცით, რომ $d = 2r$, სადაც r-წრის რადიუსია. დიამეტრის ნაცვლად ფორმულაში $d = 2r$ გამოსახულების ჩასმით მივიღებთ, რომ $C = 2\pi r$. მივიღეთ, რომ:

წრეწირის სიგრძე გამოითვლება ფორმულით $C = \pi d = 2\pi r$

▶ სადაც C-წრეწირის სიგრძეა, d-დიამეტრი (r-რადიუსი), π-მუდმივი, რომლის მნიშვნელობა მიახლოებით უდრის $\pi \approx 3.14159$



$$C = \pi d = 2\pi r$$

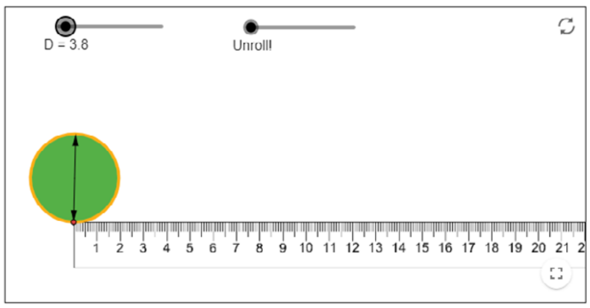


MATH Lab – კვლევა

გახსენით აქტივობა

🔗 [წრეწირის სიგრძის გაზომვა.]

მონიშნეთ თქვენთვის სასურველი დიამეტრის სხვადასხვა წრე, გადაადგილეთ სრიალა, გაზომეთ წრეწირის სიგრძე და იპოვეთ შეფარდება $\frac{c}{d}$



ჩაატარეთ რამდენიმე ცდა; დააორგანიზეთ მონაცემები ცხრილში:

ცდის ნომერი N	დიამეტრი (d)	წრეწირის სიგრძე (c)	შეფარდება $\frac{c}{d}$

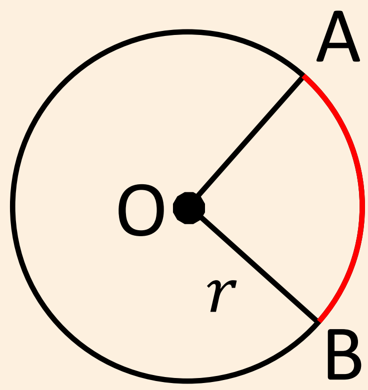
ცხრილში მოგროვებული მონაცემების საფუძველზე, იპოვეთ შეფარდება და შეამოწმეთ ემთხვევა თუ არა π-ს მიახლოებით მნიშვნელობას $\pi \approx 3.14159$ ....

წრის ფართობი

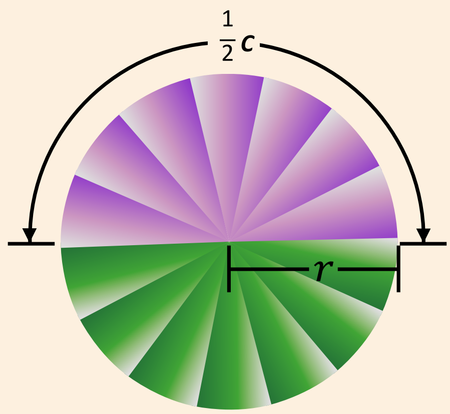
ტერმინები

წრეწირზე ავიღოთ წერტილები A, B და შევაერთოთ ცენტრთან OA, OB რადიუსებით და ($\overset{\frown}{AB}$) რკალით შემოსაზღვრულ წრის არეს **სექტორი** ეწოდება.

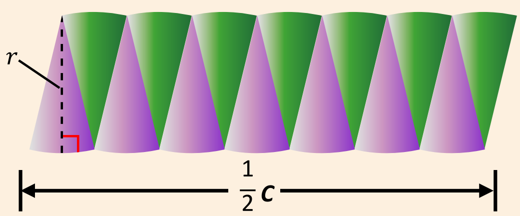
$\angle AOB$-ს ცენტრალური კუთხე.



წრის ფართობის დასადგენად, ავიღოთ წრე, ცენტრი O და დავყოთ ტოლ სექტორებად. თუ წრის დაყოფას გავაგრძელებთ ტოლ ნაწილებად და დავყოფთ ბევრ სექტორად, თითოეული სექტორი მიახლოებით იქნება სამკუთხედის ფორმის.



გადავაადგილოთ წრის ნაწილები ისე, როგორც ნახაზზეა მოცემული, მივიღებთ პარალელოგრამს, რომლის სიმაღლე წრის რადიუსის ტოლია (r), ხოლო სიგანე, წრეწირის სიგრძის ნახევარს უდრის ($\frac{1}{2}$c).

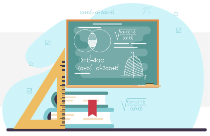


ჩვენ ვიცით, რომ პარალელოგრამის ფართობი სიგრძისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. შესაბამისად, მივიღებთ, რომ

$S=\frac{1}{2}c\cdot r$ როგორც ვიცით, $C=2\pi r$, ამიტომ ფორმულაში C-ს მნიშვნელობის შეტანით მივიღებთ, რომ

$S=\frac{1}{2}2\pi r\cdot r=\pi r^2$; მივიღეთ, რომ $S=\pi r^2$

მივიღეთ, რომ $S=\pi r^2$

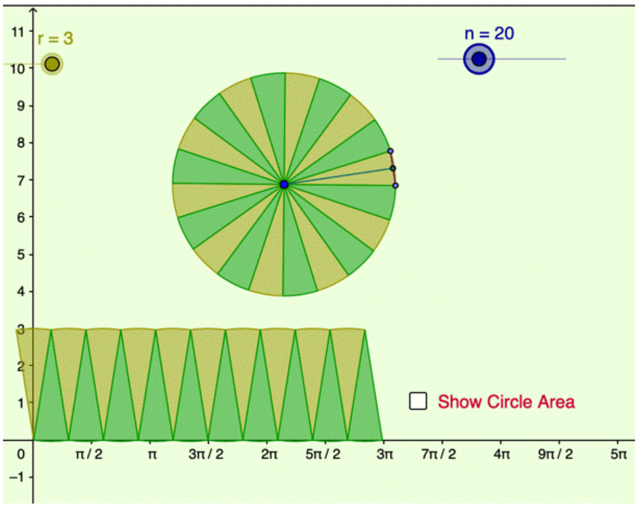


MATH Lab – ტექნოლოგიების გამოყენება

გახსენით აქტივობა

[Geogebra - წრის ფართობი]

გახსენით აქტივობა და სხვადასხვა რადიუსისთვის გამოითვალეთ წრის ფართობი. სიმულაციით შეამოწმეთ პასუხი, ასევე სიმულაციის მეშვეობით გაიაზრეთ, როგორ ხდება წრის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულის გამოყვანა.



სავარჯიშოები

1. იპოვეთ წრეწირის სიგრძე და წრის ფართობი, თუ მისი რადიუსის სიგრძეა:
ა) 5 სმ; ბ) 8,5 სმ; გ) $\frac{2}{\pi}$ სმ; დ) 2.5 სმ.

2. იპოვეთ წრეწირის სიგრძე და წრის ფართობი, თუ მისი დიამეტრის სიგრძეა:
ა) 12 სმ; ბ) 3,4 სმ; გ) 20 სმ; დ) $\frac{7}{2}\pi$ სმ.

3. იპოვეთ წრის რადიუსი, თუ წრეწირის სიგრძეა:
ა) 7π სმ; ბ) $4{,}2\pi$ სმ; გ) 6 სმ; დ) 8,6 სმ.

4. იპოვეთ წრის რადიუსი, თუ წრის ფართობია: ა) 36π სმ^2; ბ) 0.49π სმ^2; გ) π სმ^2; დ) 144π სმ^2.

5. იპოვეთ წრეწირის დიამეტრი, თუ წრეწირის სიგრძეა: ა) 12π სმ; ბ) $4{,}8\pi$ სმ; გ) 6π სმ.

6. წრეწირის სიგრძეა 18π სმ. იპოვეთ ამ წრის ფართობი.

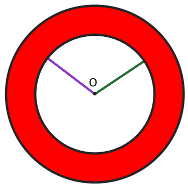
7. წრეწირის სიგრძეა 14π სმ. იპოვეთ ამ წრის ფართობი.

8. წრის ფართობია 25π სმ^2. იპოვეთ ამ წრეწირის სიგრძე.

9. დედამიწის დიამეტრი დაახლოებით 12,7 ათასი კილომეტრია. იპოვეთ დედამიწის ეკვატორის სიგრძე (პასუხი დაამრგვალეთ მთელამდე).

10. მორბენალმა ვარჯიშზე 3-ჯერ შემოურბინა 20 მ რადიუსის მქონე წრიულ მოედანს. რა სიგრძის დისტანცია გაირბინა სპორტსმენმა?

11. იპოვეთ გამუქებული ფიგურის ფართობი თუ დიდი წრის რადიუსია 10 სმ, ხოლო პატარასი – 8 სმ.



12. დურგალს შეუკვეთეს მრგვალი მაგიდა, რომლის ფართობი უნდა ყოფილიყო 2 მ^2. რა სიგრძის უნდა იყოს ამ მაგიდის დიამეტრი?

13. თავის დასაწყისშია მოცემული **კომპლექსური დავალება**: დავალებისთვის დახაზეთ სკვერის გეგმა. სკვერში გამოყავით ადგილები სხვადასხვა დანიშულებისთვის, რომლებსაც ექნება წრის ან/და ტრაპეციის ფორმა. გამოთვალეთ თქვენ მიერ შედგენილი ფიგურების ფართობი.

4.8. ბრტყელი ფიგურების ფართობის დადგენა კუთხის SIN-ით

საკვანძო კითხვა: როგორ შეიძლება ფართობის გამოსათვლელი ახალი ფორმულის მოღება ცოდნათა დაკავშირებით?

მათემატიკაში ცოდნათა დაკავშირებით და გამარტივების ოპერაციების შესრულებით, შესაძლებელია გამოვიყვანოთ ახალი ფორმულა, განვიხილოთ პარალელოგრამის და სამკუთხედის მაგალითზე.

მოცემულია *ABCD* პარალელოგრამი, *BE* სიმაღლეა

$BE \perp AD$, ვიცით, რომ

$S = AD \cdot BE$ (1)

განვიხილოთ ΔABE

$\sin\angle A = \dfrac{BE}{AB}$

$BE = AB \cdot \sin A$ (2)

შევიტანოთ (2) ტოლობა (1) ტოლობაში და მივიღებთ, რომ

$$S = AD \cdot AB \cdot \sin\angle A$$

მოცემულია ΔABC,

CD სიმაღლეა

$CD \perp AB$, ვიცით, რომ

$S = \dfrac{1}{2} AB \cdot CD$ (1)

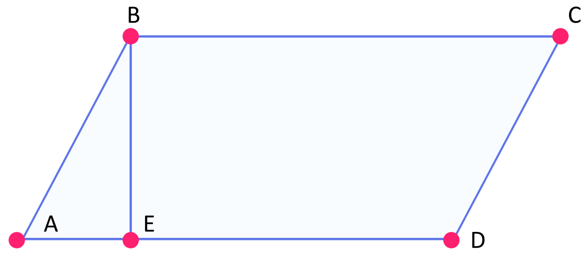
განვიხილოთ ΔACD

$\sin\angle A = \dfrac{CD}{AC}$

$CD = AC \cdot \sin\angle A$ (2)

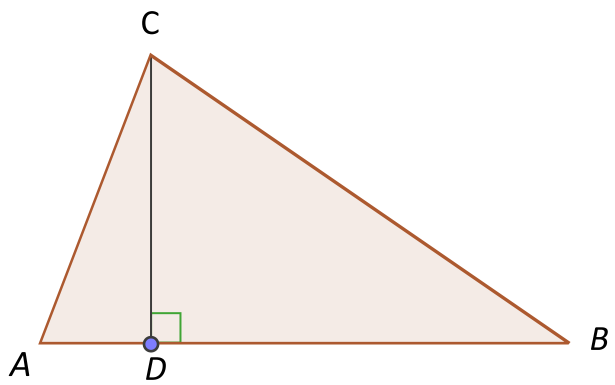
შევიტანოთ (2) ტოლობა (1) ტოლობაში და მივიღებთ, რომ

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\angle A$$



პარალელოგრამის ფართობი, მისი ორი გვერდისა და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის ტოლია

$$S = AD \cdot AB \cdot \sin\angle A$$



სამკუთხედის ფართობი ორი გვერდის სიგრძისა და მათ შორის მდებარე კუთხის სინუსის ნამრავლის ნახევარია

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\angle A$$

სავარჯიშოები

1. პარალელოგრამის გვერდებია 4 სმ და 8 სმ, ხოლო ბლაგვი კუთხის სიდიდეა 150°. იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი.

2. პარალელოგრამის პერიმეტრი 48 სმ-ია, სიგრძე სიგანეზე 4-სმ-ით მეტია, იპოვეთ პარალელოგრამის ფართობი, თუ პარალელოგრამის ერთ-ერთი კუთხის სიდიდე 120°-ია.

3. ტოლფერდა სამკუთხედის გვერებია 6 სმ, 7 სმ, 7 სმ. ერთ-ერთი კუთხე 120°-ია, იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

4. კვადრატის გვერდის სიგრძეა 12 სმ, ხოლო მისი ტოლდიდი პარალელოგრამის ერთი გერდის სიგრძეა 20 სმ. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი, თუ მახვილი კუთხის სიდიდეა 30°.

5. პარალელოგრამის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 6:9, ხოლო მათ შორის კუთხეა 60°. იპოვეთ პარალელოგრამის პერიმეტრი, თუ მისი ფართობია 108 სმ^2.

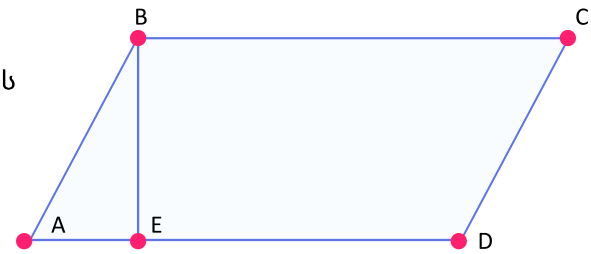
6. იპოვეთ შეცდომა:

სტუდენტმა დაწერა, რომ ABCD პარალელოგრამის ფართობის გამოსათვლელი ფორმულაა

$S = AD \cdot AB \cdot \sin\angle AEB$

რა შეცდომა დაუშვა სტუდენტმა?

როგორ არის სწორი და რატომ?



7. **გამოწვევა:** გაკვეთილის დასაწყისში მოყვანილი ნიმუშების მსგავსად გამოიყვანეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობის გამოსათვლელი ახალი ფორმულა.

იპოვეთ ტოლგვერდა სამკუთხედის ფართობი თუ ვიცით, რომ მისი გვერდის სიგრძეა

ა) 8 სმ; ბ) 10 სმ; გ) $\sqrt{12}$ სმ.

8. სამკუთხედის ერთი გვერდია 8 სმ, ხოლო მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძეა 6 სმ, იპოვეთ სამკუთხედის მეორე გვერდი, თუ ვიცით, რომ მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე 4 სმ-ია.

9. მახვილკუთხა სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 6 სმ და 10 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 30°. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

10. მახვილკუთხა სამკუთხედის ორი გვერდის სიგრძეა 5 სმ და 3 სმ, ხოლო მათ შორის კუთხეა 45°. იპოვეთ სამკუთხედის ფართობი.

11. სამკუთხედის გვერდები ისე შეეფარდება ერთმანეთს, როგორც 2:3:5. იპოვეთ მოცემული სამკუთხედის ფართობი, თუ პერიმეტრი 120 სმ-ია, ხოლო მცირე გვერდის წინ მდებარე კუთხე 30°.

12. თავის დასაწყისში მოცემული **კომპლექსური დავალება**: შეძლებისდაგვარად ააგეთ დავალების ნაწილი პროგრამა **Geogebra**-ს მეშვეობით.