

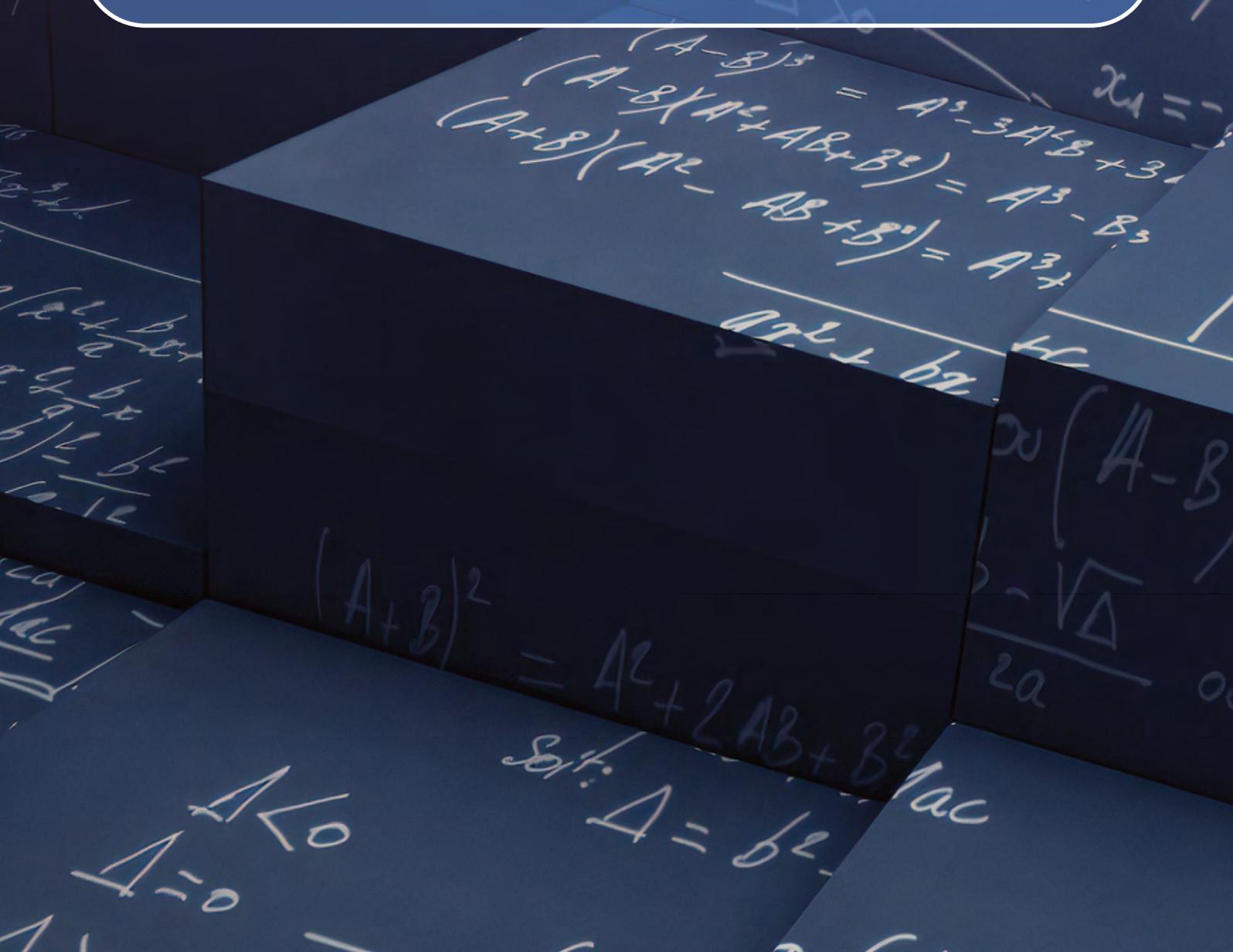


პროფესიული
უნარების
სააგენტო

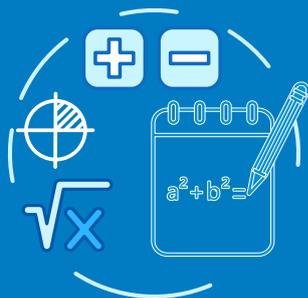
ქართვან ცერცვაძე • ევგენი გუგულაშვილი

მათემატიკური წიგნდირება

ალგებრა



III. დავალების წარდგენა



• მეცნიერება • ტექნოლოგია • ინჟინერია • მათემატიკა



საკვლევი კითხვა:

იციტ თუ არა, როგორ დაადგინეს დედამიწის მასა? როგორ ხდება რეალური სიტუაციის მათემატიკური მოდელის შექმნა და მნიშვნელოვანი პრობლემების გადაჭრა?

კოვლექსური დავალბა 1

ისააკ ნიუტონი



დღეისათვის ერთ-ერთ უდიდეს მოაზროვნედ ყველა ერთხმად აღიარებს ისააკ ნიუტონს, რომელიც იყო მათემატიკოსი, ასტრონომი, გამომგონებელი, ფილოსოფოსი, ერთ-ერთი ყველაზე გავლენიანი მეცნიერი მსოფლიო ისტორიაში.



საკვანძო კითხვა:

გსმენიათ თუ არა ნიუტონის კანონებზე, მსოფლიო მიზიდულობის ძალაზე? იციტ თუ არა როგორ დაადგინეს დედამიწის მასა? როგორ ხდება რეალური სიტუაციის მათემატიკური მოდელის შექმნა?



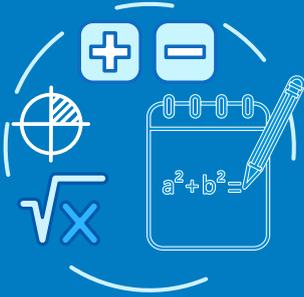
თქვენი დავალბა

ნამრომი წარმოადგინეთ რეფერატის ფორმით.

ნამრომის წარდგენისას ხაზგასმით ისაუბრეთ:

- I. როგორ ხდება უცნობი სიდიდის წარმოდგენა?
- II. როგორ შეიძლება ალგებრული გამოსახულებების, განტოლებების გამოყენება რეალური პროცესების მათემატიკური მოდელის წარმოსადგენად? რას წარმოადგენს ფორმულა?
- III. რა ტიპის დამოკიდებულებები გამოიკვლია ნიუტონმა თავისი კანონებით? ისაუბრეთ ნიუტონის მეორე კანონზე, მსოფლიო მიზიდულობის კანონზე და იმსჯელეთ, როგორ გვეხმარება მათემატიკა სიდიდეებს შორის დამოკიდებულების წამროდგენაში?
- IV. რამდენად მნიშვნელოვანია ვიცოდეთ დედამიწის მასა?
- V. რატომ არის მნიშვნელოვანი რეალური მოვლენის კვლევა, მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დამყარება და ფორმულირება?

III. დავალების წარდგენა



იცით თუ არა,

როდესაც A ქალაქიდან მიფრინავთ B ქალაქში და უკან, B ქალაქიდან A ქალაქში, თუ საფრენი მანძილი დიდი, ფრენის დრო განსხვავდება ერთმანეთისგან.

მაგალითად, როდესაც ლონდონიდან მიფრინავს თვითმფრინავი ნიუ იორკში პირდაპირი რეისით, მას სჭირდება 8სთ და 10 წთ, ხოლო უკანა გზაზე 7 სთ.



საკვლევი კითხვა:

როგორ შეიძლება ახდენდეს გავლენას დედამიწის თავის ღერძის მიმართ ბრუნვა ერთი ქვეყნიდან მეორეში ჩაფრენის და გამოფრენის დროზე? როგორ შეიძლება ახდენდნენ გავლენას მდინარის დინების სიჩქარე გემის მოძრაობის სიჩქარეზე?

კოვალენტური დავალება 2



თქვენი დავალება

გამოიკვლიეთ:

1. რატომ შეიძლება იყოს ერთი ქალაქიდან მეორეში ჩაფრენის და უკან გამოფრენის დრო განსხვავებული?
2. რატომ ხდება, რომ როდესაც გემი მიცურავს დინების მიმართულებით ერთი პუნქტიდან მეორე პუნქტში უფრო ნაკლები დრო სჭირდება ჩასვლისთვის, ვიდრე პირიქით, როდესაც იმავე გზას გადის, მაგრამ მოძრაობს დინების მიმართულების საპირისპიროდ?
3. თუ ორ პუნქტს შორის მანძილი S კმ-ია, გემის საკუთარი სიჩქარეა v კმ/სთ, ხოლო დინების სიჩქარე v_0 კმ/სთ. ჩაწერეთ გამოსახულება, რომელიც აღწერს რა დროში ჩავა ერთი პუნქტიდან მეორე პუნქტში გემი თუ იმოდრავებს დინების მიმართულებით და რა დროში ჩავა, თუ იმოდრავებს დინების საწინააღმდეგო მიმართულებით. რა დრო დასჭირდება სულ გემს იმისათვის, რომ ჩავიდეს და უკან დაბრუნდეს? (წარმოადგინეთ გამოსახულება)
4. შექმენით მსგავსი დავალება, განიხილეთ თვითმფრინავის მოძრაობა ერთი ქალაქიდან მეორეში და უკან დაბრუნება, გაავლეთ პარალელური მდინარეში გემით მოძრაობასთან და იმსჯელეთ, დინების მიმართულების მსგავსად, რა ახდენს გავლენას თვითმფრინავის ჩასვლის დროზე?

საკითხის შესწავლის პროცესში, განიხილეთ ორი კონკრეტული მაგალითი თითოეული სიტუაციისთვის, დააორგანიზეთ შედეგები თქვენთვის მისაღები ფორმით.

კვლევის შედეგების წარდგენისას უპასუხეთ კითხვებს:

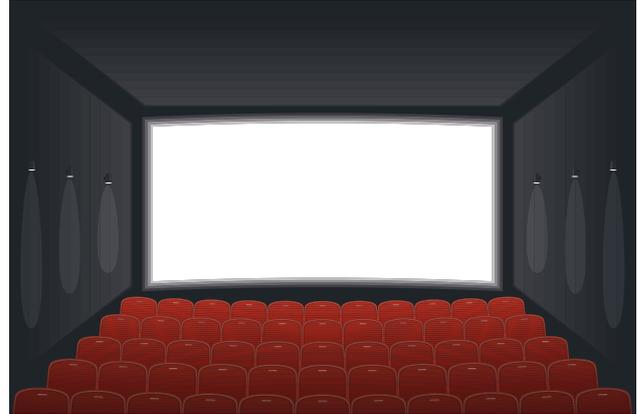
- როგორ ხდება რეალური სიტუაციის აღწერა და წარმოდგენა მათემატიკური სიმბოლოების გამოყენებით?
- როგორ არის შესაძლებელი ალგებრული გამოსახულებების, განტოლებების გამოყენება რეალური პროცესების მათემატიკური მოდელების წარმოსადგენად? რას წარმოადგენს ფორმულა?
- რამდენად მნიშვნელოვანი იმის ცოდნა, თუ რა გავლენას ახდენს მდინარის (ზღვის, ოკეანის) დინების სიჩქარე მოძრაობაზე მდინარეში (ზღვაში, ოკეანეში)?
- რატომ არის მნიშვნელოვანი გავითვალისწინოთ დედამიწის ღერძის გარშემო ბრუნვის სიჩქარე, როცა ვმოგზაურობთ თვითმფრინავით?
- რატომ არის მნიშვნელოვანი რეალური მოვლენის კვლევა, მიზეზ-შედეგობრივი კავშირების დამყარება და ფორმულირება? როგორ მოახდინეთ თითოეული სიტუაციის ფორმულირება? აღწერეთ პროცესი.

2.1. განტოლება, უტოლობა, ფორმულა

- გავიხსენოთ ამოცანა, რომელიც განხილული იყო პარაგრაფში [1.1. ალგებრული გამოსახულება](#).

კინოთეატრში 21 რიგია. პირველ 20 რიგში ადგილების ერთი და იგივე რაოდენობაა, ხოლო ბოლო რიგში – 50 ადგილი. სულ რამდენი ადგილია?

✓ **სიტუაციის მათემატიკური მოდელირების** შედეგად მივიღეთ გამოსახულება $20 \cdot x + 50$, რომელიც საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ სულ რამდენი ადგილია კინოთეატრში. სადაც x აღნიშნავს ერთ რიგში ადგილების რაოდენობას.



როგორც ვხედავთ, კინოთეატრში ადგილების რაოდენობა დამოკიდებულია რიგში ადგილების რაოდენობაზე.

დავსვათ ორი კითხვა:

კითხვა 1. რამდენი ადგილია თითოეულ რიგში, თუ ვიცით რომ კინოთეატრში სულ არის 450 ადგილი?

კითხვა 2. რამდენი ადგილი შეიძლება იყოს თითოეულ რიგში, თუ ვიცით რომ კინოთეატრში არის 350 ადგილზე მეტი და 510-ზე ნაკლები?

ამოცანის პირობიდან გამომდინარე ჯერ ვუპასუხოთ პირველ კითხვას, შემდეგ კი მეორე კითხვას.

კითხვა 1: რამდენი ადგილია თითოეულ რიგში, თუ ვიცით რომ კინოთეატრში სულ არის 450 ადგილი?

■ მსჯელობა:

ვიცით, რომ უცნობის შემცველი გამოსახულება $20 \cdot x + 50$ აღნიშნავს კინოთეატრში ადგილების რაოდენობას. გვინდა დავადგინოთ x -ის რა მნიშვნელობისთვის იქნება კინოთეატრში 450 ადგილი.

პირობიდან გამომდინარე, გავუტოლოთ $20 \cdot x + 50$ ალგებრული გამოსახულება 450-ს და მივიღებთ განტოლებას:

$$20 \cdot x + 50 = 450$$

■ განტოლების ამოხსნა:

განტოლების ამოხსნისას გამოვიყენოთ ტოლობის თვისებები

$$20 \cdot x + 50 = 450$$

$$-50 \quad -50 \Leftrightarrow \text{ტოლობის ორივე მხარეს ვაკლებთ 50-ს}$$

$$20 \cdot x = 450 - 50$$

$$20 \cdot x = 400 \Leftrightarrow \text{ტოლობის ორივე მხარეს ვყოფთ 20-ზე}$$

$$:20 \quad :20$$

$$x = 400 : 20$$

$$x = 20$$



■ მსჯელობა:

📖 მითითება:

მოცემულ შემთხვევაში ჩვენ გვაქვს ერთი ასოითი გამოსახულების (იგივე ალგებრული გამოსახულების) და რიცხვის ტოლობა, მივიღეთ განტოლება.

■ განტოლების ამოხსნა:

მივიღეთ, რომ თუ კინოთეატრის თითოეულ რიგში იქნება 20 ადგილი, მაშინ კინოთეატრში სულ იქნება 450 ადგილი.

■ რას ეწოდება განტოლება?

გამოსახულება, რომელიც შეიცავს რიცხვებს, არითმეტიკულ მოქმედებებს, ცვლადს და ტოლობის ნიშანს „=“, **განტოლება** ეწოდება.

უფრო ზუსტად:

განტოლება ესაა ორი ასოითი გამოსახულების ტოლობა ან ასოითი გამოსახულებისა და რიცხვითი გამოსახულების ტოლობა, რომელიც ერთ, ორ ან რამდენიმე უცნობს ანუ ცვლადს შეიცავს.

იმის მიხედვით, თუ რამდენ ცვლადს შეიცავს განტოლება, ის შეიძლება იყოს ერთცვლადიანი, ორცვლადიანი და ა.შ.

ერთცვლადიანი განტოლებების ნიმუშებია:

- $5 \cdot x = 15$
- $3 \cdot (x - 2) = 45$
- $7 \cdot x + 2 = 4 \cdot (x - 5)$
- $7x^2 - 5x = 4$ და ა.შ.

ორცვლადიანი განტოლების ნიმუშებია:

- $7 \cdot x + 2 \cdot y = 8$
- $4x^2 - 2y = 2x$ და ა.შ.

🎯 მინიმუმბა: $7 \cdot x = 7x$

განტოლების ამონახსნი არის რიცხვი, რომელიც განტოლებას აკმაყოფილებს.

სხვა სიტყვებით: ცვლადის ნაცვლად, განტოლების ამონახსნის ჩასმის დროს, განტოლება გადაიქცევა რიცხვით ტოლობად (განტოლების ამონახსნს ვუწოდებთ ასევე განტოლების ფესვს).

ტოლფასი ეწოდებათ განტოლებებს, რომელთა ამონახსნთა სიმრავლე ერთმანეთის ტოლია.

■ როგორ ვიპოვოთ განტოლების ამონახსნი?

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ განტოლების ამონახსნი, ჩვენ უნდა მოვახდინოთ ცვლადის „იზოლირება“. ამისათვის საჭიროა, არითმეტიკულ მოქმედებათა თანმიმდევრობისა და ტოლობის ალგებრული თვისებების დაცვა.



დაიკავსოვრეთ, განტოლების ამონახსნისას თითოეული ოპერაცია სრულდება ტოლობის თვისებათა დაცვით. ასევე, როდესაც გვსურს, ფორმულაში რომელიმე ცვლადი სხვა ცვლადით გამოვსაზოთ, აუცილებელია ტოლობის თვისებათა დაცვა.



ნიმუში 1

ამოვხსნათ განტოლებები განრიგებადობის და ტოლობის თვისებების გამოყენებით

ა) ცვლადები განტოლების ორივე მხარეს.

$$4(2x + 1) = 12 - 2x$$

$$8x + 4 = 12 - 2x$$

$$-4 = -4 \Rightarrow \text{ტოლობის ორივე მხარეს ვაკლებთ}$$

$$8x = 12 - 2x - 4$$

გადავიტანოთ $-2x$ ტოლობის მარცხენა მხარეს – ეს ნიშნავს, რომ ტოლობის ორივე მხარეს გამოვაკლოთ $-2x$, ანუ მივუმატოთ $2x$

$$8x = 8 - 2x$$

$$+2x = +2x$$

$$10x = 8$$

$$x = 0.8$$

ბ) წილადის შემცველი განტოლების ამოხსნა

$\frac{3a}{4} - \frac{2a}{5} = \frac{7}{10}$ გავამრავლოთ ტოლობის ორივე მხარე მნიშვნელების უ.ს.ჯ.-ზე, 20-ზე

$$20 \cdot \left(\frac{3a}{4} - \frac{2a}{5} \right) = \frac{7}{10} \cdot 20$$

$$20 \cdot \frac{3a}{4} - 20 \cdot \frac{2a}{5} = \frac{7}{10} \cdot 20$$

$$15a - 8a = 14$$

$$7a = 14$$

$$a = 2$$

წრფივი განტოლება

$ax + b = 0$ ტიპის განტოლებას, სადაც x ცვლადია, ხოლო a და b ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვები, წრფივი ერთუცნობიანი განტოლება ეწოდება.

მოცემულია წრფივი ერთუცნობიანი განტოლება:

$$ax + b = 0$$

თუ $a \neq 0$, მაშინ განტოლებას აქვს ერთი ამონახსნი (ერთი ფესვი) და $x = -\frac{b}{a}$ -ს.

თუ $a = 0$ და $b \neq 0$, მაშინ ვიღებთ

$$0x + b = 0$$

განტოლებას ამონახსნი არ აქვს, რადგან $b = 0$ ტოლობა მცდარია საწყისი პირობის გამო ($b \neq 0$).

ამ შემთხვევაში ვწერთ, რომ $x \in \emptyset$

ცვლადი ტოლობის ორივე მხარეს:

გამოვიყენოთ გადანაცვლებადობის და ტოლობის თვისებები და ამოვხსნათ განტოლება

$$-4(x - 3) = 8x - 2$$

$$-4x + 12 = 8x - 2$$

$$-4x - 8x = -12 - 2$$

$$-12x = -14$$

$$x = \frac{14}{12} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

$$-5(x - 3) = -5x$$

$$-5x + 15 = -5x$$

$$-5x + 5x = -15$$

$$0x = -15$$

$$x \in \emptyset$$

გაგრძელება





თუ $a = 0$ და $b = 0$, მაშინ განტოლების ამონახსნი შეიძლება იყოს ნებისმიერი რიცხვი. განტოლებას აქვს უამრავი ამონახსნი (უამრავი ფესვი);

$$0x = 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$-5(x - 3) + 4 = -5x + 19$$

$$-5x + 15 + 4 = -5x + 19$$

$$-5x + 5x = -19 + 19$$

$$0x = 0$$

$$x \in \mathbb{R}$$

ნულის თვისებების გამოყენება განტოლების ამონახსნისა



ნიმუში 2 – ნამრავლის ნულთან ტოლობა

განტოლების ამონახსნა ნულის თვისებით

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

ჩვენ ვიცით, რომ ნამრავლი მაშინ არის ნულის ტოლი, როცა ერთ-ერთი თანამამრავლია ნული.

$a \cdot b = 0$ ნიშნავს, რომ $a = 0$ ან $b = 0$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ ან } x + 3 = 0$$

$$x = 2 \text{ ან } x = -3$$

შემოწმება

$x = 2$. ჩავსვათ x -ის ნაცვლად 2 და მივიღებთ:

$$(2 - 2)(2 + 3) = 0 \cdot 5 = 0$$

$x = -3$. ჩავსვათ x -ის ნაცვლად -3 და მივიღებთ:

$$(-3 - 2)(-3 + 3) = (-5) \cdot 0 = 0$$

ე.ი. განტოლების ამონახსნებია 2 და -3



ნიმუში 3

დავადგინოთ ტოლფასია თუ არა განტოლებები

$$(2x - 8)(5x + 20) = 0 \text{ და } (-4x + 16)(x - 1) = 0$$

$$(2x - 8)(5x + 20) = 0$$

ნულის თვისების გამოყენებით

$$2x - 8 = 0 \text{ ან } 5x + 20 = 0$$

$$2x = 8 \quad 5x = -20$$

$$x = 4 \quad x = -4$$

$$(-4x + 16)(x - 1) = 0$$

ნულის თვისების გამოყენებით

$$-4x + 16 = 0 \text{ ან } x - 1 = 0$$

$$x = 4 \quad x = 1$$

მოცემული განტოლებები არ არის ტოლფასი განტოლებები, რადგან მათ არ აქვთ ყველა საერთო ამონახსნი (ფესვი), ერთი ფესვი აქვთ საერთო, თუმცა არა ორივე.



სავარჯიშოები

1. შეამოწმეთ, არის თუ არა ცვლადის მითითებული მნიშვნელობა მოცემული განტოლების ამონახსნი.

ა) $3x + 4 = 8$ განტოლების ამონახსნია $x = 1$;

ბ) $-4y + 7 = 19$ განტოლების ამონახსნია $y = -3$;

გ) $2(5c - 6) + 10 = c + 16$ განტოლების ამონახსნია $c = -2$;

დ) $-5,2(3a + 4) + 11,5 = -5,6a + 10,7$ განტოლების ამონახსნია $a = 2$;

ე) $\frac{5x + 6}{4} - 2 = x + 1$ განტოლების ამონახსნია $x = 4$;

ვ) $\frac{-3y - 4}{4} - \frac{2y + 1}{3} = -2y + 3$ განტოლების ამონახსნია $y = -3$.

2. ამოხსენით წრფივი განტოლებები:

ა) $0.1y + 12 = 35$;

ი) $-3x + 4 = -5$;

ი) $4(3a - 2) = 52$;

ბ) $0.4x - 11 = 5$;

კ) $-5a - 12 = 3$;

კ) $6(3x + 5) = 39$;

გ) $9 - 0.3b = 3$;

ლ) $3(y + 4) = 18$;

ლ) $-5(2b + 3) = 24$;

დ) $14 + 5a = -1$;

მ) $2(3t - 5) = 14$;

მ) $-6(5 - 3k) = 15$.

3. ამოხსენით განტოლებები, რომლებშიც ტოლობის ორივე მხარეს არის ცვლადები:

ა) $4y - 12 = 6y + 20$

თ) $3(2y + 3) - 4 = -3 + 4y - 4$;

ბ) $16 - 12a - 8a = -9 + 5a$;

ი) $1.4 - 1.6(y + 5) = 4.6 + 1.6y$;

გ) $10 + 8c + 15 = -2c - 40$;

კ) $-2(5 - 4a) + 5 = 3(a - 4.5)$;

დ) $-4(3 - 2x) = 4x - 12$;

ლ) $2(5m + 1) + 4 = 4(2m + 2) - 8$;

ე) $4 - 2(x - 6) = -8 + 2x$;

მ) $5 - 2k = 2(k + 1) - 3(1 - k)$;

ვ) $5(2m + 1) = 2(6m - 8)$;

ნ) $4(b - 1) - 3(2 - b) = 5 - 3b$;

ზ) $2(27 + 4x) + 7x = 21$;

ო) $3(6x - 7) - 15x = 2(x + 9)$.

4. განტოლებების ამოხსნის გარეშე დაადგინეთ რატომ იქნება $\frac{y}{1.48} = 6$ განტოლების ამონახსნი 6-ზე მეტი? (პასუხი დაასაბუთეთ).

5. განტოლებების ამოხსნის გარეშე დაადგინეთ რატომ იქნება $\frac{x}{3.25} = 2,17$ განტოლების ამონახსნი მეტი $\frac{x}{2.53} = 1,82$ განტოლების ამონახსნზე? პასუხი დაასაბუთეთ.

6. ანის ყოველკვირეული ანაზღაურება (P) დამოკიდებულია გაყიდვების რაოდენობაზე (S) და გამოითვლება ფორმულით: $P = 20 \cdot (3 \cdot S + 4)$

ა) გამოთვალეთ ანის ანაზღაურება იმ შემთხვევაში, როდესაც ანი ვერ გაყიდის ვერაფერს;

ბ) გამოთვალეთ ანის ანაზღაურება, თუ მისი გაყიდვები 10-ის ტოლია;

გ) თუ ანიმ გამოიმუშავა 500 ლარი ერთ კვირაში, მაშინ რისი ტოლია ანის გაყიდვები?

სავარჯიშოები

7. ამოხსენით წილადის შემცველი წრფივი განტოლებები:

ა) $\frac{3a}{5} - 4 = 2$; ბ) $\frac{2}{4}x - \frac{1}{6}x = 10$; ე) $\frac{a-4}{5} + \frac{a-1}{2} = 2$; ზ) $\frac{a+4}{2a-1} = \frac{1}{2}$; ი) $\frac{4}{5} = \frac{x-1}{x+1}$;
 ბ) $\frac{1}{4}x + 10 = \frac{2}{3}x$; დ) $\frac{a}{6} + \frac{a}{9} = \frac{a-1}{2}$; ვ) $\frac{4a-4}{5} + \frac{2a+3}{2}$; თ) $\frac{a+4}{2a-1} = \frac{1}{2}$; კ) $\frac{x-1}{x+5} = -\frac{1}{2}$.

8. ამოხსენით განტოლებები ნულის თვისების გამოყენებით:

მინიმუმბა:

$(x+3)(x-2) = 0$ $(x+3) = 0$ ან $(x-2) = 0$ $x = -3$ ან $x = 2$ შემოწმება: განვიხილოთ ორივე ამონახსნი	ნულის თვისება: ნამრავლი უდრის ნულს, თუ ერთ-ერთი თანამამრავლი ნულის ტოლია.						
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$x = -3$</td> <td style="padding: 5px;">$x = 2$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$(-3+3)(-3-2) = 0$</td> <td style="padding: 5px;">$(2+3)(2-2) = 0$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$0 \cdot (-5) = 0$</td> <td style="padding: 5px;">$5 \cdot 0 = 0$</td> </tr> </table>	$x = -3$	$x = 2$	$(-3+3)(-3-2) = 0$	$(2+3)(2-2) = 0$	$0 \cdot (-5) = 0$	$5 \cdot 0 = 0$	
$x = -3$	$x = 2$						
$(-3+3)(-3-2) = 0$	$(2+3)(2-2) = 0$						
$0 \cdot (-5) = 0$	$5 \cdot 0 = 0$						

ა) $(x+3)(x-2) = 0$; ე) $(5k-0.5)(2k+1.8) = 0$; ი) $(3-2y)(3,2+1.6y) = 0$;
 ბ) $(y-6)(y-8) = 0$; ვ) $(3a+6)(5a-25) = 0$; კ) $(9+4a)(4a-10) = 0$.
 გ) $(3b-9)(4b+12) = 0$; ზ) $(0.2x-6)(0.5x+8) = 0$;
 დ) $(3m+6)(2m-8) = 0$; თ) $(2n-10)(n+2) = 0$;

9. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები:

ა) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{5} = \frac{7}{10}$ და $5a+8 = 7a+4$; ბ) $\frac{3x}{5} - \frac{x}{6} = 3$ და $7(x-1) = 9(x+1) - 31$;
 ბ) $\frac{y}{4} - \frac{2y}{3} = \frac{1}{2}$ და $4(y-1) = -12$; დ) $x(x+3) = 0$ და $x+3 = 0$.

10. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები:

ა) $x(5x-1) = 0$ და $x(1-5x) = 0$;
 ბ) $(x-3)(x-8) = 0$ და $(3x-9)(2x-16) = 0$;
 გ) $(x+5)(x-5) = 0$ და $(2x-10)(x+1) = 0$;
 დ) $(2x-1)(2x+1) = 0$ და $(x-2)(x+0.5) = 0$;
 ე) $(0.4x-2)(x-1) = 0$ და $(0.2x-1)(1-x) = 0$.



სავარჯიშოები

11. დაასახელეთ a და b პარამეტრების რამდენიმე წყვილი (სამი მაინც) ისეთი, რომ $3(bx - 8) = a$ განტოლების ამონახსნი იყოს $x = 2$.
12. a -ს რა მნიშვნელობისთვის არ ექნება განტოლებებს ამონახსნი? პასუხი დაასაბუთეთ.
- ა) $ax - 5 = a$; გ) $-2(x-a)=8-ax$;
 ბ) $ax - 4x = 1$; დ) $5(x + a) = a^2 - 4$.
13. **იპოვეთ შეცდომა:** მოცემულია განტოლება $ax - 3a = a^2 - 9$, მოსწავლემ მოცემული განტოლების პასუხად დაწერა, რომ განტოლებას ამონახსნი აქვს a -ს ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის. რა შეცდომა დაუმვა მოსწავლემ? პასუხი გააანალიზეთ.
14. **იპოვეთ შეცდომა:** მოცემულია განტოლება $ax + 4a = a^2 + 8a + 16$, მოსწავლემ მოცემული განტოლების პასუხად დაწერა, რომ განტოლებას ამონახსნი აქვს a -ს ნებისმიერი მნიშვნელობისთვის. რა შეცდომა დაუმვა მოსწავლემ? პასუხი გააანალიზეთ.

ფორმულა (STEAM-კავშირი მეცნიერების მოდულთან)



ფორმულა არის ორი ასოითი გამოსახულების ტოლობა, რომელიც მოკლედ ჩამოყალიბებული წესია. უმეტესად, ფორმულით წარმოვადგენთ სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებებს.

ჩვენ უკვე ვიცით ფართობის, მოცულობის გამოსათვლელი ფორმულები, ასევე ფორმულები ფიზიკის და ქიმიის კურსიდან. საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში ფორმულა გვიჩვენებს სიდიდეებს შორის დამოკიდებულებებს.

<p>მართკუთხედი</p> <p>მართკუთხედის ფართობი მისი სიგრძისა და სიგანის ნამრავლის ტოლია. ფართობი (S) გამოითვლება ფორმულით:</p> $S = ab$	
<p>პარალელოგრამი</p> <p>პარალელოგრამის ფართობი გვერდისა და მასზე დაშვებული სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. პარალელოგრამის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:</p> $S = ah$	
<p>ტრაპეცია</p> <p>ტრაპეციის ფართობი ფუძეების ნახევარჯამისა და სიმაღლის ნამრავლის ტოლია. ტრაპეციის ფართობი გამოითვლება ფორმულით:</p> $S = \frac{a + b}{2} \cdot h$	
<p>პარალელოგრამი</p> <p>ჩვენ შეგვიძლია ფორმულაში ერთი უცნობი გამოვსახოთ მეორე უცნობით. მაგალითად, თუ ვიცით პარალელოგრამის გვერდი და მასზე დაშვებული სიმაღლის რიცხვითი მნიშვნელობები, დავადგენთ ფართობს. თუ ვიცით ფართობი და გვერდი, ვიპოვით გვერდზე დაშვებული სიმაღლის მნიშვნელობას.</p>	



ნიმუში 1

- ა) პარალელოგრამის ფართობი 20 სმ^2 -ია. იპოვეთ გვერდის სიგრძე, თუ ვიცით რომ მასზე დაშვებული სიმაღლის სიგრძე 2.5 სმ -ია.
- ბ) ტრაპეციის ფართობი 40 სმ^2 -ია. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ ვიცით, რომ ფუძეების სიგრძეებია 4 სმ და 12 სმ .

ა) მოცემულია პარალელოგრამის ფართობი $S = 20 \text{ სმ}^2$, სიმაღლე $h = 2.5 \text{ სმ}$.

$$S = ah$$

მოცემული ფორულიდან

$$a = \frac{S}{h} = \frac{20}{2.5} = \frac{200}{25} = 8 \text{ სმ}$$

ბ) მოცემულია ტრაპეციის ფართობი $S = 40 \text{ სმ}^2$, $a = 4 \text{ სმ}$, $b = 12 \text{ სმ}$

$$S = \frac{(a+b)}{2} \cdot h$$

ჩავსვათ ფორმულაში რაც ვიცით

$$40 = \frac{(4+12)}{2} \cdot h \quad \text{მივიღეთ განტოლება}$$

$$40 = 8 \cdot h$$

$$h = 40 : 8 = 5 \text{ სმ}$$

მინიმუნება: მაგალითი/ამოცანა შეიძლება ამოიხსნას სხვადასხვა ხერხით:

- შეგვიძლია ჯერ საძიებელი ცვლადი გამოვსახოთ და მიღებულ გამოსახულებაში ჩავსვათ ის ინფორმაცია, რაც მოცემულია (პირველი ამოცანის მსგავსად);
- ან ჩავსვათ ფორმულაში ის, რაც ვიცით და ვიპოვოთ უცნობი (მეორე ამოცანის მსგავსად).

წრფივი განტოლება

ფორმულებთან მუშაობის, გამარტივებების და გამოთვლების დროს მნიშვნელოვანია ერთი ცვლადის მეორე ცვლადით წარმოდგენა.



ნიმუში 2

მოცემულია ორი მაგალითი, თითოეულ შემთხვევაში ამოვხსნათ x -ის მიმართ.

ა) მოცემულია განტოლება ორი ცვლადით

$$9y + 3x = 12;$$

გამოვსახოთ x ცვლადი y ცვლადით:

$$9y + 3x = 12; \quad \text{გამოვაკლოთ განტოლების ორივე მხარეს } 9y, \text{ შემდეგ გავყოთ } 3\text{-ზე}$$

$$9y - 9y + 3x = 12 - 9y$$

$$3x = 12 - 9y$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{12 - 9y}{3}$$

$$x = \frac{12}{3} - \frac{9y}{3} = 4 - 3y$$

ბ) მოცემულია ფორმულა $T = \frac{a}{\sqrt{x}}$;

გამოვსახოთ x სხვა ცვლადებით:

$$T = \frac{a}{\sqrt{x}}$$

გაგრძელება





მინიმუმი:

განტოლებას, რომელიც ორ ცვლადს შეიცავს, ორცვლადიანი განტოლება ეწოდება.

$9y + 3x = 12$, ორცვლადიანი განტოლებაა; ჩვენ x -ცვლადი გამოვსახეთ (წარმოვადგინეთ) y -ცვლადით:

თუ $y = 1$, მაშინ $x = 4 - 3 = 1$;

თუ $y = 2$, მაშინ $x = 4 - 6 = -2$; და ა.შ.

განტოლებას ექნება უამრავი ამონახსნთა წყვილი; ორუცნობიან განტოლებებს დამატებით განვიხილავთ მოგვიანებით.



წიგნი 3 – STEM – კავშირი ფიზიკასთან

განვიხილოთ ორი ფორმულა ფიზიკის კურსიდან

ა) მოცემულია $S = \frac{1}{2} gt^2$

სადაც $t > 0$, მოცემული ფორმულიდან გამოვსახოთ t

$S = \frac{1}{2} gt^2$ გავამრავლოთ ტოლობის ორივე მხარე 2-ზე:

$gt^2 = 2s$ გავყოთ ტოლობის ორივე მხარე g -ზე:

$t^2 = \frac{2s}{g}$

$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$ რადგან $t > 0$

ბ) მოცემულია ფორმულა

$T^2 = \frac{a}{\sqrt{x}}$ გამოვსახოთ x სხვა ცვლადებით:

ავიყვანოთ ტოლობის ორივე მხარე კვადრატში

$T^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{x}}\right)^2$

$T^2 = \frac{a^2}{x}$

$T^2 x = a^2$

$x = \frac{a^2}{T^2}$



STEAM-ინტეგრირება მეცნიერების მოდულთან

აღგებრული გამოსახულებების გამარტივების წესების, ტოლობის თვისებების ცოდნა საჭიროა მათემატიკაში, ასევე საბუნებისმეტყველო მეცნიერებებში, განსაკუთრებით ფორმულებთან მუშაობისას და ამოცანების ამოხსნის დროს. განვიხილოთ რამდენიმე მაგალითი ფიზიკის კურსიდან.

ნიუტონის მეორე კანონი



ნიუტონი 4 – ფორმულა ფიზიკის კურსიდან

ფიზიკის კურსიდან ვიცით, რომ $F = ma$

ნიუტონმა მეორე კანონი ჩამოაყალიბა შემდეგნაირად:

$a = \frac{F}{m}$, სადაც F -სხეულზე მოქმედი ძალაა, m სხეულის მასა, a აჩქარება.

მოცემული ფორმულიდან შეგვიძლია გამოვსახოთ სხვადასხვა ცვლადი (სიდიდე), გამომდინარე იქიდან, თუ რა იქნება ცნობილი.

გამოთვლებისთვის, შეგვიძლია დავწეროთ

$$F = ma \quad \text{ან} \quad a = \frac{F}{m} \quad \text{ან} \quad m = \frac{F}{a}$$

სხეულის აჩქარება მასზე მოქმედი ძალის პირდაპირპროპორციულია და სხეულის მასის უკუპროპორციულია. რას ნიშნავს ეს?

თუ სხეულზე მოქმედი ძალა გაიზრდება 2-ჯერ, მაშინ აჩქარებაც გაიზრდება ორჯერ; ხოლო თუკი მასა გაიზრდება 2-ჯერ, მაშინ აჩქარება შემცირდება ორჯერ.

⇒ უფრო მეტი ნიუტონის მეორე კანონზე იხილეთ შემდეგ ვიდეოში:

www.youtube.com



ნიუტონი 5 – ფორმულა ფიზიკის კურსიდან

მსოფლიო მიზიდულობის კანონი

იხილეთ დიაგრამა →

ნიუტონმა მსოფლიო მიზიდულობის კანონის ფორმულირება მოახდინა შემდეგნაირად:

$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

მსოფლიო მიზიდულობის კანონი აღწერს გრავიტაციულ ურთიერთქმედებას სხეულებს შორის; ორ სხეულს შორის მოქმედი ძალა ამ სხეულების მასების პირდაპირპროპორციულია და მათ შორის მანძილის კვადრატის უკუპროპორციულია.

ფორმულით ჩანს სიდიდეებს შორის კავშირი (დამოკიდებულება).

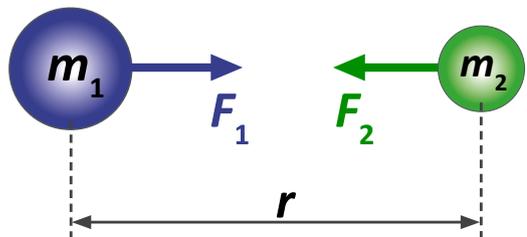
F – მიზიდულობის ძალაა

m_1 და m_2 – ურთიერთქმედ სხეულთა მასები

r – სხეულებს შორის მანძილი

G – გრავიტაციული მუდმივა

$$G \approx 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ მ}^3/\text{კგ} \cdot \text{წმ}^2$$



$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ადნინულ ფორმულას წერენ ასევე შემდეგნაირად:

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

M -დიდი სხეულის მასაა,

m -პატარა სხეულის მასაა

www.youtube.com

მათემატიკის მნიშვნელობა ფიზიკაში

ერთი სიდიდის მეორე სიდიდით გამოსახვა

ა) როგორ არის შესაძლებელია, ორ სხეულს შორის მანძილის დადგენა? გამოვსახოთ r სხვა ცვლადებით

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_1}{r^2}$$

ჩვენ შეგვიძლია ტოლობის ორივე მხარე გავამრავლოთ r^2 -ზე, მივიღებთ

$$r^2 \cdot F = G \frac{m_1 \cdot m_1}{r^2} \cdot r^2$$

$$r^2 \cdot F = G \cdot m_1 \cdot m_2$$

ტოლობის ორივე მხარე

გავყოთ F -ზე:

$$r^2 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_1}{F}$$

$$r = \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_1}{F}}$$

მანძილი ვერ იქნება უარყოფითი, ამიტომ ვიღებთ დადებით ფესვს.

ბ) როგორ არის შესაძლებელი ერთ-ერთი სხეულის მასის დადგენა, თუ ვიცით ორ სხეულს შორის მოქმედი ძალა 20 ნიუტონია, ერთ-ერთი სხეულის მასა 100 კგ, მანძილი მათ შორის 5 მეტრი.

მოცემულია: $F = 20$ ნ, $r = 5$ მ,

$m_1 = 100$ კგ, ვეძებთ m_2 -?

$$r^2 \cdot F = G \frac{m_1 \cdot m_1}{r^2} \cdot r^2$$

$$r^2 \cdot F = G \cdot m_1 \cdot m_2$$

$$m_2 = \frac{r^2 \cdot F}{m_2}$$

$$m_2 \approx \frac{25 \cdot 20}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 100} \approx \frac{5}{6.67 \cdot 10^{-11}} \approx 0.75 \cdot 10^{11} \approx 7.5 \cdot 10^{10} \text{კგ}$$

მეტი მსოფლიო მიზიდულობის კანონზე მოისმინეთ შემდეგ ვიდეოში:

[🔗 ნიუტონის კანონები, მსოფლიო მიზიდულობის ძალა, სიმულაცია \(თემას ეხება 6:30-მდე\)](#)

[🔗 მსოფლიო მიზიდულობის ძალა](#)



სავარჯიშოები



კავშირი გეომეტრიასთან

1. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდი და პერიმეტრი, თუ მასზე დაშვებული სიმაღლე 8 სმ-ია, ხოლო ფართობი 4.2 სმ².
2. იპოვეთ პარალელოგრამის გვერდი და პერიმეტრი, თუ მასზე დაშვებული სიმაღლე 2.4 სმ-ია, ხოლო ფართობი 6 სმ².
3. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრი 6,2 სმ-ია, ხოლო ერთი გვერდი 1.8 სმ.
4. იპოვეთ მართკუთხედის ფართობი, თუ მისი პერიმეტრი 6,2 სმ-ია, ხოლო ერთი გვერდი 1.8 სმ.
5. ტრაპეციის ფუძეების სიგრძეებია 2.5 სმ და 3.7 სმ, იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე, თუ ფართობი 6.2 სმ²-ია.
6. ქვემოთ მოცემულია ფორმულები და ინფორმაცია, იპოვეთ საძიებელი უცნობის მნიშვნელობა.
 - ა) მოცემულია ფორმულა: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$. იპოვეთ a , თუ $S = 10$, $h = 5$, $b = 2$;
 - ბ) მოცემულია ფორმულა: $M = a(x+y)$. იპოვეთ y , თუ $M = 0.5$, $a = 2$, $x = 0.4$;
 - გ) მოცემულია ფორმულა: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$. იპოვეთ h , თუ $S = 20$, $a = 4$, $b = 8$;
 - დ) მოცემულია ფორმულა: $F = 32 + \frac{9}{5}C$. იპოვეთ C , თუ $F = 8$.
 - ე) მოცემულია ფორმულა: $c^2 = a^2 + b^2$. იპოვეთ a , თუ $c = 17$, $b = 15$;
 - ვ) მოცემულია ფორმულა: $c^2 = a^2 + b^2$. იპოვეთ c , თუ $a = 8$, $b = 6$;
 - ზ) მოცემულია ფორმულა: $c^2 = a^2 + b^2$. იპოვეთ c , თუ $a = 9$, $b = 2$;
 - თ) მოცემულია ფორმულა: $A = \frac{1}{2}bh$. იპოვეთ b , თუ $A = 9$, $h = 6$;
 - ი) მოცემულია ფორმულა: $E = \frac{1}{2}mv^2$. იპოვეთ m , თუ $E = 16$, $v = 4$.
 - კ) მოცემულია ფორმულა: $E = \frac{1}{2}mv^2$. იპოვეთ v , თუ $E = 250$, $v = 5$.
7. ამოხსენით განტოლება y -ის მიმართ (გამოსახეთ y ცვლადი x ცვლადით):

ა) $2x + y = 16$;	გ) $5x - 4y = 20$;	ე) $6x + y = 15$;	ზ) $7x - y = 7$;
ბ) $4x + 2y = 10$;	დ) $6x + 3y = 24$;	ვ) $9x - 2y = 10$;	თ) $-3x + y = -15$.
8. ამოხსენით განტოლება x -ის მიმართ (გამოსახეთ x ცვლადი y ცვლადით):

ა) $2x + y = 16$;	გ) $5x - 4y = 20$;	ე) $6x + y = 15$;	ზ) $7x - y = 7$;
ბ) $4x + 2y = 10$;	დ) $6x + 3y = 24$;	ვ) $9x - 2y = 10$;	თ) $-3x + y = -15$.

 სავარჯიშოები

9.  გამოწვევა: ამოხსენით განტოლება x -ის მიმართ

- ა) $p + x = 1$; გ) $ax + ay = ab$; ე) $p + qx = 2$; ზ) $x + 2y = d$; ი) $2 + ax = s$;
 ბ) $3x + 6a = 3d$; დ) $y = kx + c$; ვ) $xy = 2z$; თ) $x - 3y = b$; კ) $-12 = a + bx$.

10.  გამოწვევა: ამოხსენით განტოლება y – ის მიმართ

- ა) $kx + y + c$; გ) $a - by + n$; ე) $n - 2y + 5$;
 ბ) $a + 3y + t$; დ) $c - y + p$; ვ) $4 + a - ny$.

11. გამოსახეთ:

- ა) a ფორმულიდან: $F = ma$; დ) r ფორმულიდან: $C = 2\pi r$;
 ბ) d ფორმულიდან: $V = ldh$; ე) K ფორმულიდან: $A = \frac{b}{k}$;
 გ) h ფორმულიდან: $A = \frac{bh}{2}$; ვ) T ფორმულიდან: $I = \frac{PTR}{100}$.

12. გამოსახეთ:

- ა) r ფორმულიდან: $A = \pi r^2$; დ) r ფორმულიდან: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$;
 ბ) x ტოლობიდან $y = 2x^2 - 5$; ე) x ტოლობიდან: $N = \frac{x^2}{b}$;
 გ) n ტოლობიდან $D = \frac{n}{m^2}$; ვ) Q ტოლობიდან: $P^2 = Q^2 + R^2$.

13. განტოლებების ამოხსნის გარეშე დაადგინეთ რატომ იქნება $\frac{y}{1.48} = 6$ განტოლების ამონახსნი 6-ზე მეტი? პასუხი დაასაბუთეთ.

14. განტოლებების ამოხსნის გარეშე დაადგინეთ რატომ იქნება $x : 3.25 = 2,17$ განტოლების ამონახსნი მეტი $x : 2.53 = 1,82$ განტოლების ამონახსნზე? პასუხი დაასაბუთეთ.

15. ანის ყოველკვირეული ანაზღაურება (P) დამოკიდებულია გაყიდვების რაოდენობაზე (S) და გამოითვლება ფორმულით: $P = 20 \cdot (3 \cdot S + 4)$

- ა) გამოთვალეთ ანის ანაზღაურება იმ შემთხვევაში, როდესაც ანი ვერ გაყიდის ვერაფერს;
 ბ) გამოთვალეთ ანის ანაზღაურება, თუ მისი გაყიდვები 10-ის ტოლია;
 გ) თუ ანიმ გამოიმუშავა 500 ლარი ერთ კვირაში, მაშინ რისი ტოლია ანის გაყიდვები?

2.2. უტოლობა

დავუბრუნდეთ შესავალ ამოცანას [იხ. გვერდი 56](#) და გავიხსენოთ კითხვა 2:

რამდენი ადგილია თითოეულ რიგში, თუ ვიცით რომ კინოთეატრში არის 350 ადგილზე მეტი და 510-ზე ნაკლები?

■ მსჯელობა:

ჩვენ ვიცით, რომ უცნობის შემცველი გამოსახულება $20 \cdot x + 50$ აღნიშნავს კინოთეატრში ადგილების რაოდენობას. გვინდა დავადგინოთ x -ის რა მნიშვნელობისთვის იქნება კინოთეატრში ადგილების რაოდენობა მეტი 350-ზე და ნაკლები 510-ზე.

■ უტოლობის შედგენა:

პირობიდან გამომდინარე, მივიღებთ რომ $20 \cdot x + 50 > 350$ და $20 \cdot x + 50 < 510$
ორი უტოლობის გაერთიანებით შეგვიძლია ჩავწეროთ ორმაგი უტოლობა: $350 < 20 \cdot x + 50 < 510$

უტოლობა გვიჩვენებს, რომ ორი ალგებრული ან რიცხვითი და ალგებრული გამოსახულება შეიძლება არ იყოს ტოლი. უტოლობის ჩაწერა და შედარება ხდება შემდეგი სიმბოლოების გამოყენებით

სიმბოლო	<	>	≤	≥	≠
სიტყვიერად	ნაკლებობა	მეტობა	ნაკლებია ან ტოლია	მეტია ან ტოლია	არ უდრის

ყოველი ორი a და b რიცხვისთვის სრულდება მხოლოდ რომელიმე ერთი შესაძლებლობა:

$$a = b \text{ (1) ან } a > b \text{ (2) ან } a < b \text{ (3).}$$

მოცემული პირობებიდან თუ სრულდება (1) პირობა ვიტყვით, რომ მოცემულია ტოლობა. თუ სრულდება (2) ან (3) შესაძლებლობიდან რომელიმე, ვიტყვით, რომ მოცემულია უტოლობა.

თუ უტოლობაში გამოყენებულია $>$ ან $<$ ნიშნები, მაშინ მოცემულ უტოლობას **მკაცრი უტოლობა** ეწოდება. თუ გამოყენებულია \geq ან \leq ნიშნები, მაშინ ვიტყვით, რომ მოცემულია არამკაცრი უტოლობა. $a \leq b$ ნიშნავს, რომ ან $a < b$ ან $a = b$. ანალოგიურად $a \geq b$ ნიშნავს, რომ ან $a > b$ ან $a = b$.

უტოლობის წარმოდგენა შესაძლებელია, როგორც სიტყვიერად, ასევე რიცხვითი ღერძის მეშვეობით (გრაფიკულად) და შესაბამისი აღნიშვნებით.

სიტყვიერად	ალგებრულად (სიმრავლური აღნიშვნა)	გრაფიკულად
უცნობი მეტია 3-ზე	$x > 3$ ან $x \in (3; +\infty)$	 მკაცრი უტოლობა, 3 არ ეკუთვნის უტოლობას, შესაბამისად რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გასაფერადებელი წრით
უცნობი მეტია ან ტოლი 3-ზე	$x \geq 3$ ან $x \in [3; +\infty)$	 არამკაცრი უტოლობის დროს, ფრჩხილი დახურულია, ნიშნავს რომ 3 ეკუთვნის უტოლობის ამონახსნს
უცნობი ნაკლებია -1-ზე	$x < -1$ ან $x \in (-\infty; -1)$	 მკაცრი უტოლობა, -1 არ ეკუთვნის უტოლობას, შესაბამისად რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გასაფერადებელი წრით
უცნობი ნაკლებია ან ტოლი -1-ზე	$x \leq -1$ ან $x \in (-\infty; -1]$	 არამკაცრი უტოლობის დროს, ფრჩხილი დახურულია, ნიშნავს რომ -1 ეკუთვნის უტოლობის ამონახსნს
უცნობი მეტია ან ტოლი -1-ზე და ნაკლებია 3-ზე	$-1 \leq x < 3$ ან $x \in [-1; 3)$	 არამკაცრი უტოლობის დროს, ფრჩხილი დახურულია, ნიშნავს რომ -1 ეკუთვნის უტოლობის ამონახსნს
უცნობი შეიძლება იყოს ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი	$x \in \mathbb{R}$ $x \in (-\infty; +\infty)$	

სიტყვიერად	ალგებრულად
თუ უტოლობის ორივე მხარეს მივუმატებთ ან გამოვაკლებთ ნებისმიერ რიცხვს, უტოლობა არ შეიცვლება.	როცა $a > b$; $a + c > b + c$ როცა $a > b$; $a - c > b - c$ სადაც a, b, c ნებისმიერი რიცხვებია
თუ უტოლობის ორივე მხარეს გავამრავლებთ ან გავყოფთ დადებით რიცხვზე, უტოლობის ნიშანი არ შეიცვლება	როცა $a > b$; და $c > 0$; $ac > bc$ როცა $a > b$; და $c > 0$; $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ $c \neq 0$
თუ უტოლობის ორივე მხარეს გავამრავლებთ ან გავყოფთ უარყოფით რიცხვზე, მაშინ უტოლობის ნიშანი შეიცვლება საპირისპირო ნიშნით	როცა $a > b$; და $c < 0$; $ac < bc$ როცა $a > b$; და $c < 0$; $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ $c \neq 0$

უტოლობის ძირითადი თვისებები

სიტყვიერად	ალგებრულად
ერთნაირნიშნიანი ორი უტოლობის წევრების შეკრების შემთხვევაში უტოლობა ისევ სამართლიანი იქნება.	თუ $a > b$ და $c > d$, მაშინ $a + c > b + d$ მაგ.: თუ $8 > 2$ და $5 > 1$, მაშინ $8 + 5 > 2 + 1$
ტრანზიტულობის თვისება	თუ $a > b$ და $b > c$, მაშინ $a > c$
გამრავლების თვისება	თუ a, b, c და d დადებითი რიცხვებია და $a > c$ და $b > d$, მაშინ $ab > cd$



ნიმუში 1

ამოვხსნათ უტოლობები და დავუბრუნდეთ შესავალი ამოცანის მეორე კითხვას:

ა) ამოვხსნათ უტოლობა:

$$\frac{1}{5}x + 3\frac{1}{4} < \frac{3}{3}x + 5$$

გავამრავლოთ ყველა წევრი უ.ს.ჯ. (5; 4) = 20

$$\frac{1}{5}x \cdot 20 + 3\frac{1}{4} \cdot 20 < \frac{3}{3}x \cdot 20 + 5 \cdot 20$$

$$4x + 65 < 12x + 100$$

$$-8x < 35$$

$$x > -\frac{35}{8} \text{ (უტოლობის ნიშანი შეიცვალა)}$$

$$x \in (-\frac{35}{8}; +\infty)$$

ბ) განვიხილოთ შესავალი ამოცანა:

ვიცით, რომ

$$350 < 20 \cdot x + 50 < 510$$

$$\color{red}{-50} \quad \color{red}{-50} \quad \color{red}{-50}$$

გამოვაკლოთ უტოლობის ყველა მხარეს 50

$$300 < 20 \cdot x < 460$$

გავყოთ უტოლობის ყველა მხარე 20-ზე

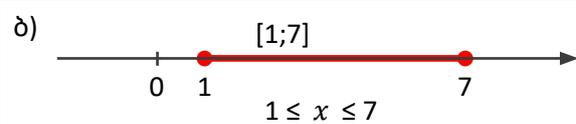
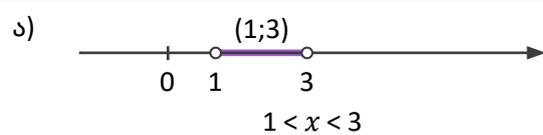
$$15 < x < 23$$

პასუხი: იმისათვის, რომ კინოთეატრში იყოს 350-ზე მეტი და 510-ზე ნაკლები ადგილი, თითოეულ რიგში უნდა იყოს 15-ზე მეტი და 23-ზე ნაკლები ადგილი.



ნიმუში 2

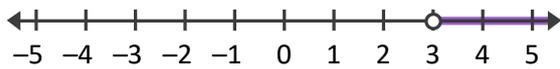
ჩაწერეთ დიაგრამაზე მოცემული ინფორმაციის შესაბამისი უტოლობა:



სავარჯიშოები

1. ჩაწერეთ რიცხვითი უტოლობის სახით, რიცხვითი ღერძით მოცემული ინფორმაცია:

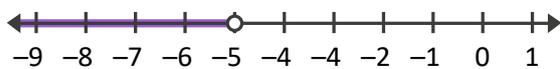
ა)



ბ)



გ)

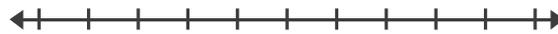


დ)



2. გადაიტანეთ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე რიცხვით სხივზე (იმუშავეთ რვეულში).

- ა) $x \leq 4$; ბ) $x > 8$; გ) $x < -2$; დ) $x \geq -10$;
 ე) $x \leq -5$; ვ) $x \geq 9$; ზ) $x < 9$; თ) $x < -2$.



3. კრიტიკული აზროვნება: წარმოადგინეთ რიცხვით სხივზე შემდეგი უტოლობების ამონახსნები:

- ა) $12 > x$; ბ) $-7 > x$; გ) $-5 < x$.

4. მოცემულია რიცხვითი უტოლობები:

- ა) $5 > \sqrt{2}$; ბ) $-1,3 < -2,5$; გ) $-4,3 < -2$; დ) $0 > 5$; ე) $9 \leq 9$.

ამოწერეთ რომელია ამ უტოლობებიდან ჭეშმარიტი?

5. მოცემულია რიცხვითი უტოლობები:

- ა) $-7 > -10$; ბ) $-10,5 \geq -10,5$; გ) $2,3 < -9$; დ) $0 > -5,6$; ე) $-\sqrt{2} > 0$.

ამოწერეთ რომელია მოცემული უტოლობებიდან მცდარი?

6. მოცემული უტოლობის ამონახსნები გამოსახეთ რიცხვით წრფეზე და ჩაწერეთ შესაბამისი რიცხვითი ინტერვალები:

- ა) $x > 3$; ბ) $x < 0$; გ) $41 \leq a \leq 42$; დ) $5,6 \leq b \leq 5,7$;
 ე) $x \geq -2,5$; ვ) $x \leq \frac{1}{3}$; ზ) $7,2 \leq a \leq 7,3$; თ) $9,4 \leq h \leq 9,5$.

7. ამოხსენით უტოლობები და გამოსახეთ პასუხები რიცხვით ღერძზე:

- ა) $8 - 2x \geq -6$; ბ) $-3(x + 5) \geq 5$; გ) $\frac{x}{3} - 1 > 4$; დ) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} > 4$;
 ე) $-3x + 7 > -7$; ვ) $3 - 5(3x - 1) < 12$; ზ) $\frac{3x}{5} - 2 \geq 5$; თ) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} \leq \frac{1}{2}$.
 ი) $6x - 4 \leq 8$; ლ) $2(-4x + 5) < -22$; მ) $\frac{x-1}{4} + 1 > 0$;
 ნ) $2(x - 2) > -8$; ს) $4(8 - 3x) + 3 < 13$; ზ) $\frac{3x-5}{4} - 2 > -3$;

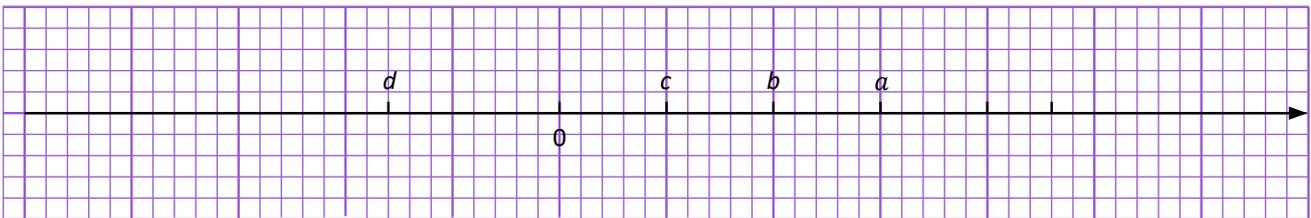


სავარჯიშოები

8. ჩაწერეთ უტოლობა, რომელიც აღწერს ამოცანას: ექსკურსიაზე წასასვლელად უნდა შეგროვდეს არანაკლებ 20 მოსწავლე. ჯერ-ჯერობით 4-მა მოსწავლემ გამოთქვა სურვილი ექსკურსიაზე წასვლის. რამდენი მოსწავლე უნდა დაემატოს, რომ წავიდნენ?
9. სატრანსპორტო კომპანია ექსკურსიის ხარჯებს ითვლის შემდეგი ფორმულით: $C = \frac{11n}{2}$, სადაც C – ხარჯი გამოსახული ლარებში, ხოლო n – მგზავრების რაოდენობა. კომპანიას შეუძლია მოემსახუროს არანაკლებ 20 და არაუმეტეს 40 მგზავრს.
- ა) იპოვეთ კომპანიის მინიმალური ხარჯი;
 ბ) იპოვეთ კომპანიის მაქსიმალური ხარჯი;
 გ) თქვენი აზრით, რატომ აქვს სატრანსპორტო კომპანიას მოთხოვნა, რომ მგზავრების მინიმალური ოდენობა იყოს 20?
 დ) რამდენ მგზავრს მოემსახურა ექსკურსიაზე კომპანია, თუ ხარჯი 143 ლარია?
10. **ამოცანა ბიზნესიდან:** იამ და ელენემ გადაწყვიტეს დაიწყონ პატარა ბიზნესი, გააკეთონ და გაყიდონ საყურეები. მათ ბიზნესის დასაწყებად აქვს 540 ლარი. თითო საყურის გაკეთება უჯდებათ 5 ლარი და ყიდიან 9 ლარად. სულ მცირე რამდენი საყურე უნდა გააკეთონ და გაყიდონ, რომ არ დარჩნენ წაგებაზე? (წაგება ბიზნესში: როდესაც ბიზნესში თანხას ჩაღებ და ვერ შეძლებ ისე აწარმოო, რომ დაგრჩეს იგივე თანხა ან მეტი).
11. $-4 \leq x < 0$ ორმაგი უტოლობის შესაბამისი რიცხვითი ინტერვალია:
 1) $(-4; \infty)$; 2) $[-4; 0]$; 3) $(-4; 0]$; 4) $[-4; 0)$.
12. თუ $a > b$ უტოლობის ორივე მხარის c რიცხვზე გამრავლებით მივიღებთ $ac > bc$ უტოლობას, მაშინ მოცემული უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 1) $c \geq 0$; 2) $c > 0$; 3) $c < 0$; 4) $c \leq 0$.
13. თუ $m > n$ უტოლობის ორივე მხარის k რიცხვზე გამრავლებით მივიღებთ $mk < nk$ უტოლობას, მაშინ მოცემული უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 1) $k > 0$; 2) $k \geq 0$; 3) $k < 0$; 4) $k \leq 0$.
14. თუ $a > 5,5$, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 1) $4a > 20$; 2) $4a > 22$; 3) $4a \geq 22$; 4) $4a < 22$.
15. თუ $x \leq 2,5$, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 1) $3x \leq 0$; 2) $4x < 0$; 3) $3x < 7,5$; 4) $3x \leq 7,5$.
16. თუ $m > 2,5$ და $n < 0,5$, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 1) $m - n > 2$; 2) $m - n \geq 0$; 3) $m - n < 2$; 4) $m - n \leq 12$.
17. თუ $a \leq 3,4$ და $b \geq -2,5$, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 1) $5a - 2b > 22$; 2) $5a - 2b \geq 24$; 3) $5a - 2b < 20$; 4) $5a - 2b \leq 22$.
18. თუ $2 < x < 5$ და $1 < y < 4$, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი უტოლობებიდან ჭეშმარიტია:
 ა) $5 < x + y < 7$; ბ) $6 < x + y < 9$; გ) $3 < x + y < 9$; დ) $7 < x + y < 9$.

სავარჯიშოები

19. **გამოწავა:** თუ $-3 < x < -1$ და $3 < y < 5$, დაწერეთ რა ინტერვალში მიიღებს მნიშვნელობას ა) $2x + 3y$? ბ) $2x + y$?
20. **გამოწავა:** თუ $x \leq 1,2$ და $y \leq 5$, მაშინ ქვემოთ მოყვანილი უტოლობებიდან ჭეშმარიტია 1) $5x + 2y \geq 18$; 2) $5x + 2y > 16$; 3) $5x + 2y \leq 16$; 4) $5x + 2y < 10$.
21. საკოორდინატო წრფეზე გამოსახული a, b, c და d რიცხვების მიხედვით შეადარეთ:



- ა) $a - b$ და 0 ; ბ) $b - d$ და 0 ; გ) $c - d$ და $c - b$; დ) $b - c$ და $a - d$.
22. ცნობილია, რომ $x > 4,5$ და $y > 15,8$. იპოვეთ $3x + 4y$ გამოსახულების უმცირესი შესაძლო მთელი მნიშვნელობა.
23. ცნობილია, რომ $a < b$. *-ის ნაცვლად ჩასვით ტოლობის ან უტოლობის ნიშანი ისე, რომ მიიღოთ ჭეშმარიტი ჩანაწერი:
 ა) $a - 3,6 * b - 3,6$; ბ) $b x (-2) * a x (-2)$; გ) $a + 25 * b + 25$.
24. ამოხსენით უტოლობები და გამოსახეთ პასუხები რიცხვით ღერძზე.

მითითება: უტოლობის ამოხსნის წესი ისეთივეა, როგორც განტოლების, არ დაგავიწყდეთ, უარყოფით რიცხვზე გამრავლება – გაყოფის დროს უტოლობის ნიშანი იცვლება.

ა) $3x \geq 15$;	ვ) $x + 1 \geq 4$;
ბ) $-4y \geq -16$;	ზ) $n + 3 \leq -5$;
გ) $6k \leq 18$;	თ) $-2b + 5 < -4$;
დ) $-3m < 9$;	ი) $3y + 5 > -2$;
ე) $4a < -2$;	კ) $-5k - 8 < 18$.

25. წყალი იყინება 0°C -ზე, წყალი დუღილს და აორთქლებას იწყებს 100°C -ზე. წარმოადგინეთ უტოლობის სახით, რა ტემპერატურიდან რა ტემპერატურამდე გადადის წყალი მყარი მდგომარეობიდან აორთქლებამდე?



სავარჯიშოები

26. ამოხსენით უტოლობები და გამოსახეთ პასუხები რიცხვით ღერძზე:

ა) $2(3,5x - 2,4) - 2(x + 1) \leq 4(2,5x + 0,5)$;

ბ) $-2(2,4 - x) + 4(3,2 - x) > 8 - 2x$;

გ) $\frac{4x}{5} + \frac{x}{2} < \frac{1}{5} + \frac{3x-1}{2}$;

დ) $\frac{x-3}{2} + \frac{5-x}{3} > \frac{2x-1}{4}$.

27. **პასუხის დასაბუთება:** მე-10 კლასმა მათემატიკის კვირეულისათვის გადაწყვიტა შეეკვეთა ერთნაირი მაისურები. მაისურების მბეჭდავი კომპანიის შეთავაზება არის შემდეგი: თითო მაისური ჯდება 25 ლარი, მაგრამ თუ შეუკვეთავდნენ მინიმუმ 40 მაისურს, 25 ლარის ნაცვლად თითოში გადაიხდიდნენ 20 ლარს, ხოლო თუ შეუკვეთავდნენ 100 მაისურს, მაშინ 25 ლარის ნაცვლად გადაიხდიდნენ 15 ლარს. კლასში 18 მოსწავლეა. მინიმუმ რამდენი მოსწავლის დამატება მოუწევთ, რომ ისარგებლონ მინიმალური ფასდაკლებით? მინიმუმ რამდენი მოსწავლის დამატება მოუწევთ, რომ ისარგებლონ მაქსიმალური ფასდაკლებით? ორივე შემთხვევა ჩაწერეთ როგორც უტოლობა და იმსჯელეთ.

MATH LAB – ტექნოლოგიების გამოყენებით ტოლობის განმარტება

ნაბიჯი 1:

კომპიუტერის მეშვეობით შედით საიტზე:

www.phet.colorado.edu

→ ამოირჩიეთ *Simulations* → *Math*



ნაბიჯი 2.

გამოჩნდება ჩამონათვალი სხვადასხვა სიმულაციების, ამოირჩიეთ [Equality Explorer](#)

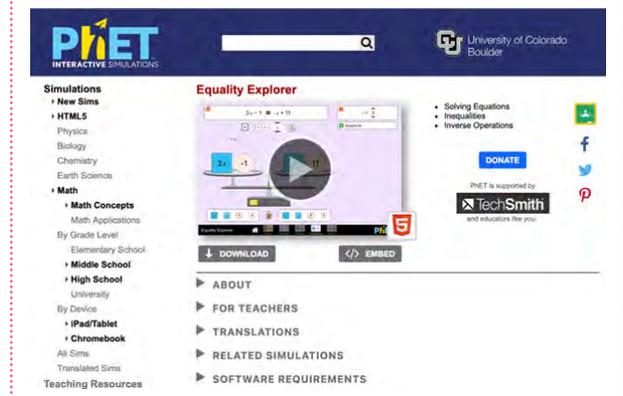
რითითაბა: შეგიძლიათ გავცნოთ სხვა სიმულაციებს, რომლებიც დაგეხმარებათ უკეთ გაიზნოთ და წარმოიდგინოთ საკითხები.



ნაბიჯი 3.

გახსენით ფანჯარა, გამოჩნდება ორი სასწორი. მოცემული აპლიკაციის დახმარებით შეძლებთ განტოლებისა და უტოლობების შედგენას, ტოლობის განმარტებას და საკითხის უკეთ გაგებას.

www.phet.colorado.edu



მოდული, მოდულის შემცველი განტოლება

სიდნეიში არის ჰარბორის ხიდი, რომლის სიგრძე 1149 მეტრია. ტემპერატურის ცვლილებისას ხიდის სიგრძე იცვლება 420 მილიმეტრით: ხან ფართოვდება, ხან იკუმშება.

რის გამო და როგორ ფართოვდება ან იკუმშება, ეს ფიზიკის საქმეა. სითბოში სხეული ფართოვდება, სიცივეში კი იკუმშება. ჩვენი მიზანია, შევძლოთ პროცესის აღწერა მათემატიკურად.



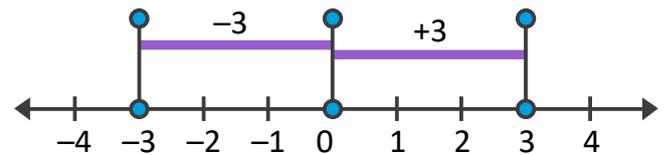
გავიხსენოთ, რომ რიცხვის მოდული ეწოდება რიცხვით ღერძზე მანძილს სათავიდან ამ რიცხვის შესაბამის წერტილამდე. მაგალითად,

$$|-3| = 3; \quad |3| = 3$$

სხვა სიტყვებით, რომ ვთქვათ, მოდული გვაცხადებს ინფორმაციას რიცხვით ღერძზე მდებარე რიცხვის კოორდინატის სათავიდან დაშორების შესახებ, ხოლო მიმართულება მოდულს არ აინტერესებს.



ჰარბორის ხიდი სიდნეიში



ნაწილი 1: მოდულის განმარტება ალგებრულად

ნებისმიერი რიცხვისათვის, მოდული განმარტება შემდეგნაირად:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{თუ } x \geq 0 \\ -x & \text{თუ } x \leq 0 \end{cases}$$

მაგალითად:

$|3| = 3$ რადგან მოდულის ქვეშ რიცხვი დადებითია.

$|-3| = -(-3) = 3$ რადგან მოდულის ნიშნის ქვეშ რიცხვი უარყოფითია, ვიღებთ მის მოპირდაპირე მნიშვნელობას, განმარტების თანახმად.

 **ღიათხილავთ:** მოდულის ქვეშ შეიძლება იყოს უარყოფითი რიცხვი, მაგრამ მნიშვნელობა ყოველთვის დადებითი იქნება. მოდულის მნიშვნელობა ვერ იქნება უარყოფითი.

ნაწილი 2: მოდულის უმცველი განტოლების ზოგადი სახე: $|x| = a$

ცნება, სიტყვიერი აღწერა	ალგებრულად
<p>$x = a$</p> <p>განტოლებაში მოდული სვამს კითხვას: რა რიცხვი უნდა ჩაისვას x-ის ნაცვლად, რომ მნიშვნელობა მივიღოთ a?</p> <p>პასუხი იქნება: თავად რიცხვი a ან მისი მოპირდაპირე რიცხვი $-a$</p> <p>გრაფიკულად:</p>	<p>$x = 3$</p> <p>$x = 3$ ან $x = -3$</p> <p>$x = a$</p> <p>$x = a$ ან $x = -a$</p>

ა) $|x + 5| = 8$
 მოდულის წესის მიხედვით
 $x + 5 = 8$ ან $x + 5 = -8$
 $x = 8 - 5$ x
 $= -8 - 5$
 $x = 3$ $x = -13$

შემოწმება:
 $|3 + 5| = 8$ $|-13 + 5| = 8$
 $|8| = 8$ $|8| = 8$

ბ) $2|x - 5| - 9 = 31$
 ჯერ უნდა მოვძებნოთ მოდული და შემდეგ x
 $2|x - 5| - 9 = 31$
 $+9 = +9$
 $2|x - 5| = 40$
 $\div 2 = \div 2$
 $|x - 5| = 20$
 $x - 5 = 20$ ან $x - 5 = -20$
 $x = 25$ $x = -15$

გ) $|x + 4| = -7$
 მოდული არასდროს იქნება უარყოფითი
 $x \in \emptyset$
 განტოლებას ამონახსნი არ აქვს.

ნიშუი 1

გაკვეთილის შესავალში აღწერილი იყო ამოცანა სიდნეის ხიდის შესახებ. ამ ამოცანის შესაბამისი მათემატიკური მოდელია მოდულიანი განტოლება:

$$|x - 1149| = 0.42 \qquad 420 \text{ მმ} = 0.42 \text{ მ}$$

$$x - 1149 = 0.42 \qquad \text{ან} \qquad x - 1149 = -0.42$$

$$x = 1149.42 \qquad \text{ან} \qquad x = 1148.58$$

!! ყურადღება მიაქციეთ

რადგან ხიდი ან ფართოვდება ან იკუმშება, ე.ი. რეალურ სიგრძეს ან ემატება 0.42 ან აკლდება 0.42, რაც მოდულით გამოისახება შემდეგნაირად $|x - 1149| = 0.42$



სავარჯიშოები

1. რიცხვთა ღერძის დახმარებით ამოხსენით შემდეგი ამოცანები:

ა) მოძებნეთ ყველა ისეთი x რიცხვი, რომელიც $K(0)$ წერტილიდან 5 ერთეულითაა დაშორებული;

ბ) მოძებნეთ ყველა ისეთი x რიცხვი, რომელიც $B(2)$ წერტილიდან 7 ერთეულითაა დაშორებული;

გ) მოძებნეთ $20 - |x - 3|$ გამოსახულების უდიდესი მნიშვნელობა და დაასახელეთ ის x რიცხვი, რომლის დროსაც მიიღწევა ეს უდიდესი მნიშვნელობა;

დ) მოძებნეთ $15 + |4 - y|$ გამოსახულების უმცირესი მნიშვნელობა და დაასახელეთ ის y რიცხვი, რომლის დროსაც მიიღწევა ეს უმცირესი მნიშვნელობა.

2. ამოხსენით წრფივი განტოლებები:

ა) $|x + 2| = 0$;

ვ) $2|5x| - 2.5 = 2.5$;

ლ) $4|x + 1| = 12$;

ბ) $|x - 3| = 4$;

ზ) $4|3x| + 2.5 = 5.5$;

მ) $5|3 - x| = 15$;

გ) $|x - 1| = -3$;

თ) $|4x + 1| = 15$;

ნ) $3|3 + 5x| = 1.5$;

დ) $|x - 3| + 2 = 2.5$;

ი) $|2x - 1| = 2.4$;

ო) $3|2x - 3| - 2 = 4$;

ე) $|x + 5| - 2.5 = 4.5$;

კ) $|3 - 2x| = 6$;

პ) $-2|x - 3| + 2 = 2.5$.



შეცდომის ანალიზი!

3. მოსწავლემ ახალი საკითხის შესწავლის დროს დაწერა, რომ $|x + 7| = |x| + 7$. მოიყვანეთ ერთი მაგალითი მაინც, რომლითაც მოსწავლეს დაუსაბუთებთ, რატომ არის აღნიშნული ტოლობა მცდარი.

ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით

საკითხის მათემატიკური მოდელირება

ყოველდღიურ ცხოვრებაში და საქმიანობაში სხვადასხვა სფეროს წარმომადგენლებს სჭირდებათ საკითხის ფორმულირება, აღწერა.

ფიზიკაში დაკვირვებების შემდეგ აუცილებელია პროცესის აღწერა, ცვლადების შემოტანა და ტოლობის ჩაწერა.

ასევე, ფინანსურ სექტორში, როდესაც ბანკისგან სესხს ვიღებთ ან ანაბარზე შეგვაქვს თანხა, ხდება საკითხის მათემატიკური ფორმულირება, პროცენტის დარიცხვა და ა.შ.



ნიშუი 1 – მათემატიკური მოდელირების და ჩანაწერის გეგმა

ქეთის ჰქონდა ნინიზე 2 ჯერ მეტი თანხა ანაბარზე. მას შემდეგ რაც მან 1000 ლარი სწავლის საფასური გადაიხადა და დარჩენილი თანხის მესამედი დედას მისცა, მას დარჩა იმდენი, რამდენიც ჰქონდა ნინოს. იპოვეთ რამდენი ლარი ჰქონდა თითოეულს?

ნაბიჯი 1:

გაიაზრეთ პირობა და ამოწერეთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია:

ქეთის აქვს ნინიზე 2 ჯერ მეტი;

ქეთიმ გადაიხადა \longrightarrow 1000 ლარი;

ქეთიმ დედას მისცა დარჩენილი თანხის მესამედი;

თანხის მესამედის დედისთვის მიცემის შემდეგ, მას საბოლოოდ დარჩებოდა დარჩენილის $\frac{2}{3}$

გაფრთხილება:

სტუდენტები ხშირად შეცდომას უშვებენ ბოლო ოპერაციის გააზრებაზე.

ნაბიჯი 2:

შევადგინოთ გეგმა – აღვწეროთ სიტუაცია მათემატიკურად, შემოვიღოთ ცვლადები.

ქეთის ვადარებთ ნინის, რომლის თანხაც უცნობია.

ვთქვათ ნინის აქვს \longrightarrow x ლარი

მაშინ ქეთის ექნება \longrightarrow $2x$ ლარი

ქეთიმ დახარჯა 1000 ლარი, დარჩა \longrightarrow
 $\longrightarrow (2x - 1000)$

დედას მისცა დარჩენილის მესამედი $\frac{2x - 1000}{3}$
საბოლოოდ დარჩა $\longrightarrow \frac{2(2x - 1000)}{3}$

ქეთის საბოლოოდ დარჩენილი თანხა ნინის თანხის ტოლია, მივიღებთ განტოლებას:

$$\frac{2(2x - 1000)}{3} = x$$

ამოხსნის შედეგად მივიღებთ: $x = 2000$

პასუხი: ქეთის ჰქონდა 4000 ლარი, ხოლო ნინის 2000 ლარი.



ნიმუში 2 – მათემატიკური მოდელირება, ცვლადის შემოტანა

ადამიანის მაქსიმალური გულისცემის სიხშირე შეიძლება იყოს 220 ძგერა წუთში.

ყველა ასაკს თავისი მაქსიმალური გულისცემის სიხშირე შეესაბამება. იგი გამოითვლება შემდეგი წესით: ასაკს მიმატებული გულისცემის სიხშირე უდრის 220.

რა შეიძლება იყოს 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემა?

შენიშვნა: მაქსიმალური გულისცემის სიხშირე არ ნიშნავს იმას, რომ მოზარდს ან ზრდასრულს ჩვეულებრივ მდგომარეობაში შეიძლება ჰქონდეს ეს სიხშირე.

ნაბიჯი 1:

ამოვწეროთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია:

ასაკს დამატებული მაქსიმალური გულისცემის სიხშირე უდრის 220-ს. ყველა ასაკს თავისი მაქსიმალური ნიშნულები აქვს.

ნაბიჯი 2:

ცვლადის შემოტანა, საკითხის მოდელირება.

ვთქვათ 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემის სიხშირეა x , შევადგინოთ განტოლება: $x + 12 = 220$

ნაბიჯი 3:

ამოვხსნათ განტოლება

$$x + 12 = 220$$

$$x = 208$$

ე.ი. 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემის სიხშირე შეიძლება იყოს 208.

ნაბიჯი 4:

დაუბრუნდით საკითხს და გადაამოწმეთ.

 სავარჯიშოები

1. უცნობი რიცხვი x -ს გააორკვეცეს, შემდეგ დაუმატეს 8 და მიიღეს 32. ჩაწერეთ შესაბამისი განტოლება და იპოვეთ უცნობი რიცხვი.
2. უცნობისა და 4-ის ჯამი გაამრავლეს 7-ზე და მიიღეს 42. იპოვეთ უცნობის მნიშვნელობა.
3. 5-ისა და უცნობის სხვაობა გაამრავლეს 4-ზე და მიიღეს 84. იპოვეთ უცნობის მნიშვნელობა.
4. უცნობი რიცხვი x -ს შეამცირეს 5-ით, ხოლო შემდეგ მიღებული რიცხვი გაასამკვეცეს. საბოლოოდ მიღებულ რიცხვს გამოაკლეს 4 და მიიღეს 11. ჩაწერეთ შესაბამისი განტოლება და იპოვეთ უცნობი რიცხვი.
5. ორი რიცხვის ჯამი 120-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 24-ით მეტია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
6. ორი რიცხვის სხვაობა 94-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 12-ით ნაკლებია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
7. ორი რიცხვის სხვაობა 4.2-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 6-ჯერ მეტია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
8. ნოდომ გადაწყვიტა საცურაოდ აუზზე სიარული და გაარკვია, რომ ერთჯერადი სავალდებულო გადასახადის 40 ლარის შემდეგ ყოველ ვიზიტზე უნდა გადაიხადოს 8 ლარი. რამდენი ვიზიტისთვის ეყოფა ნოდოს 200 ლარი? შეადგინეთ განტოლება.

<p> აითითაა:</p> <p>ნაბიჯი 1: ამოწერეთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია.</p> <p>ნაბიჯი 2: შემოიტანეთ ცვლადი.</p>	<p>ვთქვათ ნოდომ შეიძლება ისარგებლოს აუზით x-ჯერ.</p> <p>აუზზე x-ჯერ შესვლაში იგი გადაიხდის $8x$ ლარს, ...</p>
--	--

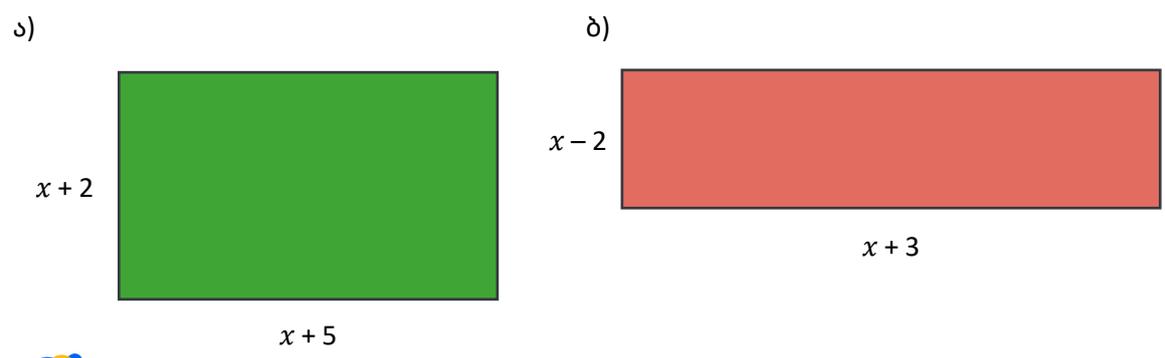
9. მას შემდეგ, რაც ლილეს ხელფასი გაიზარდა 15%-ით, მან აიღო 920 ლარი. რა იყო ლილეს ხელფასი გაზრდამდე?
10. 25 %-იანი ფასდაკლების შემდეგ ქურთუკის ღირებულება არის 200 ლარი. რა ღირდა ქურთუკი ფასდაკლებამდე?
11. რიცხვი შეამცირეს x -ს 10%-ით, შემდეგ გაზარდეს 20%-ით და მიიღეს 54. რა რიცხვი აიღეს თავდაპირველად?
12. რიცხვი x -ს გაზარდეს 2-ჯერ, შემდეგ შეამცირეს 25%-ით და მიიღეს 90. იპოვეთ რიცხვი.
13. რიცხვი x -ს გაზარდეს 20%-ით, შემდეგ დამატებით 10%-ით და მიიღეს 66. იპოვეთ რიცხვი.
14. სამი მომდევნო რიცხვის ჯამი 93-ია. იპოვეთ ეს რიცხვები.
15. სამი მომდევნო ლუწი რიცხვის ჯამი 102-ია. იპოვეთ უდიდესი რიცხვი.

სავარჯიშოები

- 16. ცნობილია, რომ პირველი რიცხვი 14-ით მეტია მეორეზე, ხოლო მესამე რიცხვი 9-ით ნაკლებია პირველზე. იპოვეთ ეს რიცხვები, თუ მათი ჯამია 79.
- 17. ცნობილია, რომ პირველი რიცხვი 2-ჯერ მეტია მეორეზე, ხოლო მესამე რიცხვი 3-ით მეტია პირველი და მეორე რიცხვების ჯამზე. იპოვეთ ეს რიცხვები, თუ მათი ჯამია 45.
- 18. ორ კალათაში ერთად 96 ცალი ვაშლია. თუ პირველი კალათიდან მეორეში გადავდებთ 7 ვაშლს, მაშინ პირველში დარჩება ორჯერ მეტი ვაშლი, ვიდრე მეორეში. რამდენი ვაშლი იყო თითოეულ კალათაში თავდაპირველად?
- 19. კახა რვა წლითაა დიდი მარიზე. ორი წლის შემდეგ კახა სამჯერ დიდი იქნება მარიზე. რამდენი წლისები არიან ახლა კახა და მარი ?
- 20. წილადის მრიცხველი მნიშვნელზე 4-ით ნაკლებია, თუ წილადის მრიცხველს გავზრდით 4-ით, ხოლო მნიშვნელს გავზრდით 5-ით, მივიღებთ 0.5-ს. იპოვეთ წილადი.
- 21. წილადის მრიცხველი მნიშვნელზე 5-ით მეტია. თუ წილადის მრიცხველს შევამცირებთ 3-ით, ხოლო მნიშვნელს გავზრდით 8-ით, მივიღებთ 0.4-ს. იპოვეთ წილადი.
- 22. **სიტუაციის ანალიზი:** თორნიკეს ხელფასი ჯერ შეამცირეს 30%-ით, შემდეგ გაზარდეს 40%-ით, რა იყო თორნიკეს ხელფასი თავდაპირველად, თუ შემცირებისა და გაზრდის მერე გახდა 1090 ლარი. შეადარეთ საბოლოო ხელფასი საწყისს და ჩაწერეთ საბოლოო ხელფასი საწყისზე მეტია თუ ნაკლები?

რთული ამოცანა:

- 23. მოცემულია მართკუთხედი, რომლის პერიმეტრი 94 სმ-ია. იპოვეთ მართკუთხედის გვერდები და ფართობი.



რთული ამოცანა:

- 24. ქეთიმ და ლანამ გადაწყვიტეს იოგაზე სიარული. სავარჯიშო დარბაზს აქვს შემდეგი პირობები: თუ გახდები იოგის მოყვარულთა კლუბის წევრი, იხდი საწევრო გადასახადს 100 ლარს და შემდეგ ყოველი ვარჯიში ღირს 10 ლარი. თუ არ გახდები კლუბის წევრი, მაშინ არ გადაიხდი ერთ-ჯერად გადასახადს, მაგრამ ყოველი ვარჯიშის ღირებულება იქნება 15 ლარი. ლანა გაწევრიანდა კლუბში, ქეთი არა. რამდენი ვარჯიშის შემდეგ ექნებათ მათ გადახდილი ერთი და იგივე თანხა? ჩაწერეთ განტოლება.

სავარჯიშოები

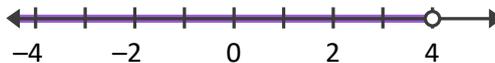
25. შეადგინეთ ამოცანა, რომლის ამოხსნასაც შეძლებთ ცვლადის შემოტანით.



ტესტი განმავითარებელი შეფასებისთვის

<p>1. იპოვეთ უცნობი: $-4(x + 8) - 5 = 51$</p> <p>2. იპოვეთ უცნობი: $-5(x - 2) = -3x - 26$</p> <p>3. ამოხსენით განტოლება: $-0.5(4x - 8) + 3(x - 1) = 8 - x$</p>	<p>4. იპოვეთ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე: $4(x - 3) + 12 < 20$</p> <p>5. იპოვეთ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე: $-x + 2 > 4$</p> <p>6. იპოვეთ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე: $12(x - 4) + 42 < 78$</p>
---	--

7. რომელი უტოლობის პასუხია მოცემული რიცხვით ღერძზე?



- ა) $3x + 1 - 2x > 25$
- ბ) $2x + 6 - x > 10$
- გ) $6(x - 2) + 3 < 15$
- დ) $6(x - 2) + 3 > 15$

8. გადაიტანეთ უტოლობის ამონახსნი რიცხვით ღერძზე:



9. ამოხსენით უტოლობა:
- ა) $|x - 3| > 5$
 - ბ) $|x - 1| + 5 < 2$

10. ჩაწერეთ განტოლება და ამოხსენით:

უცნობი რიცხვისა და 2,5-ის სხვაობა გაამრავლეს 4-ზე და მიიღეს 12. იპოვეთ უცნობი რიცხვი.

11. ორი მომდევნო მთელი რიცხვის ჯამია 55. ჩაწერეთ შესაბამისი განტოლება და იპოვეთ ეს რიცხვები.

12. **ბონუს ამოცანა:** ანამარიას ხელფასი გაიზარდა 20 %-ით და თვის ბოლოს მან აიღო 1440 ლარი. რამდენი იყო ანამარიას ხელფასი მომატებამდე?