

VII

კლასი

მოსწავლის წიგნი

მათემატიკა



საქართველოს სახელმწიფო ჰიმნი

თავისუფლება

ჩემი ხატია სამშობლო,
სახატე მთელი ქვეყანა,
განათებული მთა-ბარი,
წილნაყარია ღმერთთანა.
თავისუფლება დღეს ჩვენი
მომავალს უმღერს დიდებას,
ცისკრის ვარსკვლავი ამოდის
და ორ ზღვას შუა ბრწყინდება,
დიდება თავისუფლებას,
თავისუფლებას დიდება.

ლექსი დავით მაღრაძის
მუსიკა ზაქარია ფალიაშვილის
ჰიმნად დაამუშავა იოსებ კეჭაყმაძემ

ავტორი: ქეთი ცერცვაძე

მათემატიკა

7 კლასი

მოსწავლის წიგნი

მათემატიკა, 7 კლასი
მოსწავლის წიგნი

გამოცემის წელი და რიგითობა 2019 წელი

ს ა რ ჩ ე ვ ი

თავი 1 მთელი და რაციონალური რიცხვები

1.1 მოპირდაპირე რიცხვები, უარყოფითი რიცხვი	12
1.2 რიცხვების შედარება, რიცხვის მოდული	17
1.3 მთელი რიცხვების მიმატება	21
1.4 მთელი რიცხვების გამოკლება	26
1.5 მთელი რიცხვების გამრავლება გაყოფა	30
1.6 რაციონალური რიცხვები პერიოდული ათწილადები	35

ტესტისთვის მზადება	39
--------------------	----

თავი 2 ფარდობა, პროპორცია

2.1 ფარდობა	42
2.2 პროპორცია	48
2.3 პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებები	48
2.4 ამოცანების ამოხსნა პროპორციის მეშვეობით	57

MathLab – კვლევა, პროექტი	60
---------------------------	----

2.5 მასშტაბი ტესტისთვის მზადება	62
	66

თავი 3 პროცენტი

3.1 პროცენტი	68
	69
3.2 რიცხვის პროცენტის პოვნა	73
3.3 რიცხვის პროცენტის და ნაწილების კავშირი	76
3.4 პროცენტის ცვლილება გამეორება	79
	82

თავი 4 გეომეტრია - კუთხეები

	85
4.1 ლოგიკური მსჯელობა გეომეტრიაში	86
4.2 გეომეტრიის ძირითადი ცნებები	89
4.3 კუთხეების კლასიფიკაცია	95
4.4 წრფეების ურთიერთმდებარეობა, ვერტიკალური კუთხეები	99
4.5 პარალელური წრფეებით და მკვეთით მიღებული კუთხეები	103
4.6 კუთხეები სამკუთხედში, სამკუთხედების კლასიფიკაცია	108
4.7 კუთხეები სხვადასხვა სამკუთხედებში	113
48 მრავალკუთხედები, კუთხეები მრავალკუთხედებში	118
MathLab – კვლევა, პროექტი	119
4.9 წრე, ცენტრალური კუთხე ტესტისთვის მომზადება	120
	124
თავი 5 - ხარისხი	129

5.1 ხარისხი	130
5.2 ხარისხის თვისებები	133
MathLab – კვლევა	136
5.3 რიცხვის მეცნიერული ჩანაწერი ტესტისთვის მომზადება	137
	139

თავი 6 ალგებრული

გამოსახულება

	141
6.1 ალგებრული გამოსახულება	142
6.2 ერთწევრების გამრავლება, გაყოფა	146
6.3 ერთწევრის ჯამზე გამრავლება	148
6.4 ორწევრის ორწევრზე გამრავლება	150

MathLab – პროექტი, კვლევა	83	6.5 შემოკლებული გამრავლების ფორმულები	153
		ტესტისთვის მზადება	157
თავი 7 საკოორდინატო სიბრტყე	158	თავი 9 — სტატისტიკა	203
7.1 საკოორდინატო სიბრტყე	159	თავის შესავალი ამოცანა	204
7.2 გარდაქმნები	165	9.1 მონაცემების შეგროვება	206
7.3 ღერძული სიმეტრია	170	9.2 მონაცემების კლასიფიკაცია	211
		მონაცემების წარმოდგენა	
7.4 პირდაპირპროპორციულობის გამოსახვა გრაფიკულად	174	9.3 სვეტოვანი დიაგრამა, წრიული დიაგრამა, პიქტოგრამა	219
MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	177	9.4 მედიანა, მოდა, საშუალო გაბნევის დიაპაზონი	224
ტესტისთვის მომზადება	179	MathLab - პროექტი კვლევა	230
		ტესტისთვის მომზადება	233
თავი 8 სამკუთხედები	181	თავი 10 განტოლება - უტოლობა	235
8.1 სამკუთხედების კლასიფიკაცია	182	10.1 განტოლება, ტოლობის თვისებები	236
8.2 სამკუთხედების გვერდების თვისებები	185	10.2 მოდულის განმრატება ალგებრულად	242
8.3 სამკუთხედების ტოლობა ტოლობის I ნიშანი	189	MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	
8.4 სამკუთხედების ტოლობის II და III ნიშანი	193	10.3. ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით	244
Math Lab - კვლევა	195	10.4 უტოლობა	247
ტესტისთვის მომზადება	198	ტესტისთვის მზადება	249
		MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	251
		თავი 11 სიმრავლეები	253
		11.1 სიმრავლე, სიმრავლის ელემენტები	255
		11.2 ტოლი სიმრავლეები, ქვესიმრავლეები, თანაკვეთა	258
		11.3 ვენის დიაგრამით ამოცანების ამოხსნა	261
		ტესტისთვის მზადება	265
		პასუხები	272
დამატებითი სავარჯიშოები	266		

ნიგნის სტრუქტურა

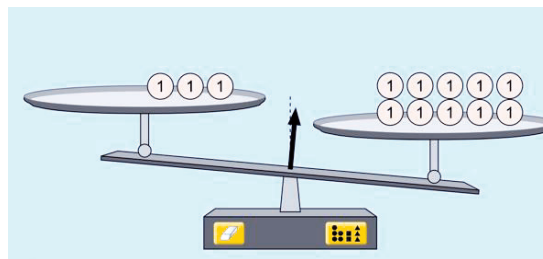
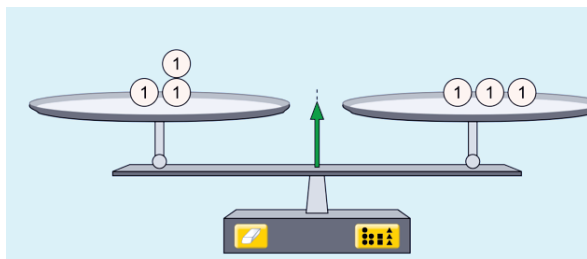
იმისათვის, რომ გაგიადვილდეთ ნიგნით ხელმძღვანელობა, გაეცანით ნიგნის აგებულებას.

ნიგნი შედგენა 11 თავისაგან. ყოველი თავი შედგება პარაგრაფებისაგან, ასევე თითოეული თავის საწყის გვერდზე წერია მიზნები და შედეგები, რა ინფორმაცია უნდა გაიაზროთ და დაგამახსოვრდეთ თავის შესწავლისას. რუბრიკაში “კითხვები ცოდნის გამოსავლენად” მოცემულია რა ტიპისა და შინაარსის კითხვებზე უნდა შეგეძლოთ პასუხის გაცემა თავის შესწავლის შემდეგ. თუ თავის დაწყებამდე გაეცნობით აღნიშნულ მასალას, გაგიადვილდებათ კონცენტრაციის გაკეთება მთავარ და მნიშვნელოვან ინფორმაციაზე.

თითოეული გაკვეთილი შეიცავს ნიმუშებს, რომლის მსგავსი მაგალითებიც იქნება პრაქტიკულ სავარჯიშოებში. ნიმუშების გააზრება დაგეხმარებათ საკითხის შესწავლასა და დავალების დამოუკიდებლად შესრულებაში.

ყოველი გაკვეთილი შეიცავს “მოსამზადებელ პრაქტიკას” და “სავარჯიშოებს”. “მოსამზადებელი პრაქტიკა” აგებულია გაკვეთილის ნიმუშების მსგავსი მაგალითებით. “სავარჯიშოებში” ახალი მასალის განმტკიცებისთვის მეორდება მსგავსი მასალა და შემდეგ მოსდევს რამდენიმე შედარებით რთული საკითხი. მსგავსი საკითხების ამოხსნა დაგეხმარებათ საფუძვლიანად გაიაზროთ მასალა და მზად იყოთ შემდეგი გაკვეთილისათვის.

 ნიმუში	 რეალური აპლიკაცი	 ტექნოლოგიების გამოყენება
 კვლევა	 Math Lab – კვლევა	 ტესტის ნიმუში
 მზადება ტესტისთვის	 რთული ამოცანა	გისურვებთ მასალის სახალისოდ და წარმატებით დაძლევას.



თავი 10 განტოლება - უტოლობა

განტოლება

10.1 განტოლება

ნაწილი 1: ტოლობის თვისებები

ნაწილი 2: ტოლფასი განტოლებები

10.2 მოდულის განმარტება ალგებრულად

10.3. ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით

უტოლობა

10.4 უტოლობა

ნაწილი 1. უტოლობა, უტოლობის წარმოდგენა რიცხვით ლერძზე

MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება

მიზანი და შედეგი

- ორბიჯიანი (ცვლადი ტოლობის ორივე მხარეს) განტოლების ამოხსნა
- მათემატიკური სტრატეგიების გამოყენება სხვადასხვა განტოლებების ამოხსნისთვის. თოლფასი განტოლებები.
- მოდულის გააზრება ალგებრულად
- უტოლობის წარმოდგენა რიცხვით ლერძზე.

კითხვები ცოდნის შემოწმებისთვის:

- როგორ და რა მეთოდებით შეიძლება განტოლებების ამოხსნა?
- რა განსხვავებაა ალგებრულ გამოსახულებასა და განტოლებას შორის?
- რით განსხვავდება განტოლება და უტოლობა?
- როგორ ხდება ტოლობის “განწონასწორება”?
- როგორ არის შესაძლებელი სიტუაციის მათემატიკური აღწერა, მოდელირება?

10.1 განტოლება, ტოლობის თვისებები

გავიხსენოთ რა ვიცით განტოლებასა და ალგებრულ გამოსახულებაზე:

ცვლადი — სიმბოლო, რომელიც გამოიყენება უცნობი რიცხვის აღნიშვნისთვის.

მუდმივი — იგივე კონსტანტა, არის რიცხვი რომელიც არ იცვლება.

რიცხვითი გამოსახულება — ეწოდება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს მარტო რიცხვებს და არითმეტიკულ ოპერაციებს.

ალგებრული გამოსახულება — ეწოდება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს ცვლადებს, არითმეტიკულ ოპერაციებსა და მუდმივს.

განტოლება ცვლადის ან ცვლადების შემცველი ტოლობაა. გავეცნოთ განტოლებას უფრო დეტალურად კი:

მათემატიკური გამოსახულება, რომელიც შეიცავს ცვლადს (ცვლადებს), მუდმივს, არითმეტიკულ მოქმედებებსა და ტოლობის ნიშანს „=“, **განტოლება ეწოდება.**

განტოლების ამონახსენი არის რიცხვი, რომელიც განტოლებას აკმაყოფილებს.

სხვა სიტყვებით: ცვლადის ნაცვლად, განტოლების ამონახსნის ჩასმის დროს, განტოლება გადაიქცევა რიცხვით ტოლობად.

ტოლფასი ეწოდებათ განტოლებებს, რომელთა ამონახსნთა სიმრავლე ერთმანეთის ტოლია.

როგორ ვიპოვოთ განტოლების ამონახსენი?

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ განტოლების ამონახსენი ჩვენ უნდა მოვახდინოთ ცვლადის იზოლირება. ამისათვის საჭიროა დავიცვათ არითმეტიკული ოპერაციების თანმიმდევრობა გარკვეული წესით.

ჩვენ ვიცით, რომ რიცხვით გამოსახულებაში ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას. ჯერ ვასრულებთ მოქმედებას ფრჩხილებში, შემდეგ ახარისხება, შემდეგ გამრავლება-გაყოფა, შემდეგ მიმატება-გამოკლება. ვნახოთ რა წესით ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას განტოლებების ამოხსნის დროს.

მოვახდინოთ საკითხის ვიზუალიზაცია

განვიხილოთ უმარტივესი განტოლებები:

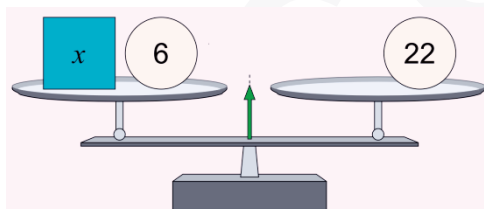
მაგ. 1

$$x + 6 = 22$$

$$-6 = -6$$

$$x = 22 - 6$$

$$x = 14$$



იმისათვის, რომ ვიპოვოთ x , ტოლობის ორივე მხარეს უნდა გამოვაკლოთ 6.

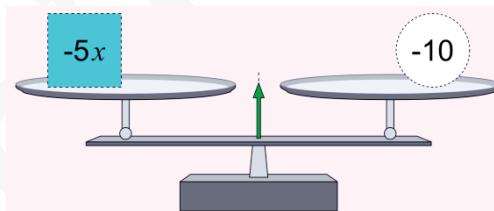
მაგ. 2

$$-5x = -10$$

$$: (-5) = : (-5)$$

$$x = (-10) : (-5)$$

$$x = 2$$



იმისათვის, რომ ვიპოვოთ x , ტოლობის ორივე მხარე უნდა გაგყოფოთ -5 -ზე.

მაგ. 3

$$5x + 5 = 25$$

$$-5 = -5$$

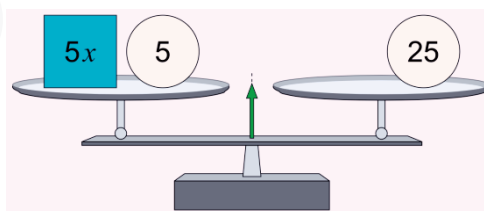
$$x = 25 - 5$$

$$5x = 20$$

$$: 5 = : 5$$

$$x = 20 : 5$$

$$x = 4$$



როდესაც გვაქვს შერეული ოპერაციები, ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას: ჯერ გამოვაკლებთ ორივე მხარეს რიცხვს, შემდეგ გაგყოფთ ორივე მხარეს კოეფიციენტზე.

ნაწილი 1 ტოლობის თვისებები, არითმეტიკის საბაზისო აქსიომები

ტოლობის თვისებები, მარტივი აქსიომები		
სიტყვიერად	რიცხვებში	ალგებრულად (ცვლადებში)
მიმატება — გამოკლების წესი. თუ ტოლობის ორივე მხარეს მივუმატებთ ან გამოვაკლებთ ერთი და იგივე რიცხვს, ტოლობა რჩება ჭეშმარიტი.	$5 = 5$ $5 + 2 = 5 + 2$ $7 = 7$ $5 - 2 = 5 - 2$ $7 = 7$	$a = b$ $a + c = b + c$ $a - c = b - c$
გამრავლება — გაყოფის წესი. თუ ტოლობის ორივე მხარეს ვამრავლებთ ან ვაყოფთ ერთი და იგივე რიცხვზე ტოლობის ორივე მხარე რჩება უცვლელი. შენიშვნა: 0-ზე გაყოფა არ შეიძლება.	$8 = 8$ $8 \cdot 2 = 8 \cdot 2$ $16 = 16$ $8 : 2 = 8 : 2$ $4 = 4$	$a = b$ $a + c = b + c$ $a - c = b - c$

წილადის შემცველი ტოლობის დროს, ტოლობის ორივე მხარეს ვამრავლებთ მნიშვნელზე.	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ $\frac{3}{5} \cdot 5 = \frac{3}{5} \cdot 5$ $3 = 3$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$ $\frac{a}{b} \cdot b = \frac{c}{b} \cdot b$ $a = c$
--	---	---

განტოლებებში შესაძლებელია ცვლადის შემცველი წევრი იყოს მხოლოდ ტოლობის ერთ მხარეს ან ტოლობის ორივე მხარეს.

თუ განტოლების ტოლობის ორივე მხარე შეიცავს ცვლადის შემცველ წევრს, მოქმედებათა თანმიმდევრობის სწორად დაცვის შედეგად უნდა დავაჯგუფოთ ცვლადის შემცველი წევრები ტოლობის ერთ მხარეს. (ამ ეტაპზე საუბარი გვაქვს იმ განტოლებებზე, რომელშიც ცვლადი არ არის ხარისხის სახით წარმოდგენილი)

- ✓ **ნულოვანი ნამრავლის თვისება:** ნამრავლი მაშინ არის ნულის ტოლი, როცა ერთ-ერთი თანამამრავლია ნული. $a \cdot b = 0$ მაშინ როცა $a = 0$ ან $b = 0$ ან $a=b=0$



ნიმუში 1 სხვადასხვა ტიპის განტოლებების ამოხსნა

ა) ცვლადები განტოლების ორივე მხარეს

$$4(2x + 1) = 12 - 2x$$

$$8x + 4 = 12 - 2x$$

$$-4 = -4 \quad \text{ტოლობის ორივე მხარეს ვაკლებთ}$$

$$8x = 12 - 2x - 4$$

$$8x = 8 - 2x$$

$$+2x = +2x$$

$$10x = 8$$

$$x = 0.8$$

განტოლების ამოხსნისას, თითოეული ოპერაცია სრულდება ტოლობის თვისებების დაცვის გათვალისწინებით

გადავიტანოთ $2x$ ტოლობის მარცხენა მხარეს ნიშნავს, ტოლობის ორივე მხარეს მივუმატოთ $2x$

ბ) ნამრავლის ნულთან ტოლობა

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

ჩვენ ვიცით, რომ ნამრავლი მაშინ არის ნულის ტოლი, როცა ერთ-ერთი თანამამრავლია ნული.

$$a \cdot b = 0 \quad \text{ნიშნავს } a = 0 \text{ ან } b = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{ან} \quad x + 3 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ან} \quad x = -3$$

შემოწმება

$$x = 2$$

ჩავსვათ x -ის ნაცვლად 2 და მივიღებთ: $(2-2)(2+3)=0 \cdot 5=0$

$$x = -3$$

ჩავსვათ x -ის ნაცვლად -3 და მივიღებთ: $(-3-2)(-3+3)=(-5) \cdot 0=0$

ე.ი. განტოლების ამონახსნებია 2 და -3

ნაწილი 2 ტოლფასი განტოლებები

ტოლფასი ეწოდებათ განტოლებებს, რომელთა ამონახსნთა სიმრავლე ერთმანეთის ტოლია.



ნიმუში 2

დავადგინოთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები

$$(2x-8)(5x+20)=0 \quad \text{და} \quad (-4x+16)(x-1)=0$$

$$(2x-8)(5x+20)=0$$

$$2x - 8 = 0$$

$$5x + 20 = 0$$

$$2x = 8$$

$$5x = -20$$

$$x = 4$$

$$x = -4$$

$$(-4x+16)(x-1)=0$$

$$-4x + 16 = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 4$$

$$x = 1$$

მოცემული განტოლებებია არ არის მოცემულ განტოლებებს აქვთ საერთო საერთო ამონახსნი და არა ორივე.

ტოლფასი განტოლებები ამონახსნთა სიმრავლე. აქვთ მხოლოდ ერთი

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. ამოხსენით განტოლებები:

$$ა) 3(2x - 5) = 21$$

$$გ) 4x - 12 = 6x + 20$$

$$ბ) 4(3 - 2x) = 4x - 12$$

$$დ) 5(2x + 1) = 2(6x - 8)$$

2. წილადის შემცველი განტოლებების ამოხსნა

$$ა) \frac{3a}{5} - 4 = 2$$

$$დ) -\frac{1}{2}x + 3 = \frac{2}{3}$$

$$ზ) \frac{5n}{6} + \frac{n}{2} = 1$$

$$ბ) \frac{b}{2} - \frac{b}{4} = -5$$

$$ე) \frac{x-4}{3} + 2 = \frac{1}{2}$$

$$თ) \frac{7x}{9} - 1 = \frac{5}{6}$$

$$გ) \frac{17y-24}{18} = \frac{5}{9}$$

$$ვ) \frac{a+3}{2} = \frac{2a-5}{3}$$

$$ი) \frac{4-5x}{6} = \frac{3x-2}{4}$$

3. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები:

$$ა) (2x-10)(x+2) = 0 \text{ და } (3x+6)(5x-25) = 0$$

$$ბ) \frac{5x}{6} + 2 = \frac{3}{4} \text{ და } 3x + 8 = 5x + 5$$

სავარჯიშოები

3. ტოლობის ორივე მხარეს ცვლადის შემცველი განტოლებები

$$ა) 4 - 2(x - 6) = -8 + 2x$$

$$ზ) 2(27 + 4x) + 7x = 21$$

$$ბ) 1.4 - 1.6(y + 5) = 4.6 + 1.6y$$

$$თ) 3(6x - 7) - 15x = 2(x + 9)$$

$$გ) -2(5 - 4x) + 5 = 3(x - 4.5)$$

$$ი) 3(2y + 3) - 4 = -3 + 4y - 4$$

$$დ) 16 - 12a - 8a = -9 + 5a$$

$$კ) 5 - 2x = 2(x + 1) - 3(1 - x)$$

$$ე) -3x + 6 + 5x = 8x + 9 - 2x$$

$$ლ) 10 + 8c + 15 = -2c - 40$$

$$ვ) 2(5x + 1) + 4 = 4(2x + 2) - 8$$

$$მ) 4(x - 1) - 3(2 - x) = 5 - 3x$$

4. წილადის შემცველი განტოლებები:

$$ა) \frac{9}{10}y - 40 = \frac{7}{10}$$

$$ე) \frac{13}{15} - \frac{y}{5} = \frac{5}{6} + \frac{y}{3}$$

$$ი) \frac{2}{5}x + \frac{7}{10}x - 2 = \frac{9}{10}$$

$$ბ) \frac{3y}{4} - \frac{2y}{3} = 65$$

$$ვ) \frac{1}{4}x + 10 = \frac{2}{3}x$$

$$კ) \frac{5}{6}x + 4 = \frac{11}{12}x - 8$$

ბ) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{3} = \frac{2}{5}$

ზ) $\frac{5}{8}x + 6 = \frac{3}{4}x$

ლ) $\frac{3-1.5y}{7} = \frac{4+y}{4}$

დ) $\frac{4}{9}x - \frac{1}{3}x = -9$

თ) $4\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) = -4$

მ) $\frac{3y-1}{2} = \frac{y}{3}$

მითითება: $\frac{a}{2} = a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot a$

5. კრიტიკული აზროვნება: იქნება თუ არა ა) $\frac{x}{2.5} = 4$ განტოლების ამონახსენი მეტი? პასუხი დაასაბუთეთ. ბ) $\frac{x}{0.5} = 6$ განტოლების ფესვი 6-ზე მეტი? რატომ?

6. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $(x+3)(x-2) = 0$

დ) $(3x+6)(2x-8) = 0$

ბ) $(x-6)(x-8) = 0$

ე) $(5x-0.5)(2x+1.8) = 0$

გ) $(3x-9)(4x+12) = 0$

ვ) $(0.2x-6)(0.5x+8) = 0$



7. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები?

ა) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{5} = \frac{7}{10}$ და $5x+8 = 7x+4$

ბ) $\frac{a}{4} + \frac{2a}{3} = \frac{1}{2}$ და $4(x-1) = -12$

გ) $\frac{3x}{5} - \frac{x}{6} = 3$ და $7(x-1) = 9(x+1) - 31$

დ) $\frac{x-1}{3} = \frac{x}{5}$ და $5x+8 = 7x+4$

8. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები?

ა) $(x-3)(x-8) = 0$ და $(3x-9)(2x-16) = 0$; დ) $x(x+3) = 0$ და $x+3 = 0$;

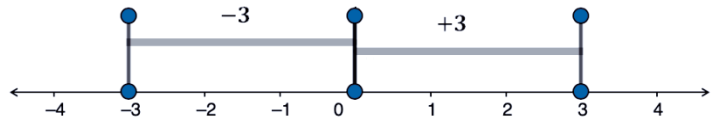
ბ) $(x+5)(x-5) = 0$ და $(2x-10)(x+1) = 0$; ე) $x(5x-1) = 0$ და $x(1-5x) = 0$;

გ) $(2x-1)(2x+1) = 0$ და $(x-2)(x+0.5) = 0$; ვ) $(0.5+2)(x-1) = 0$ და $(0.2x-1)(1-x) = 0$;

10.2 მოდულის განმარტება ალგებრულად

გავიხსენოთ, რომ რიცხვის მოდული ნიშნავს რიცხვით ღერძზე მანძილს სათავიდან. მაგალითად $|-3| = 3$ $|3| = 3$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოდული გვაცხადებს ინფორმაციას რიცხვით ღერძზე მდებარე რიცხვის კოორდინატიდან სათავემდე.



მოდულის განმარტება ალგებრულად:

ნებისმიერი მთელი და რაციონალური რიცხვისათვის, მოდული განმარტება შემდეგნაირად:

$$|x| = \begin{cases} x; & \text{თუ } x \geq 0 \\ -x; & \text{თუ } x \leq 0 \end{cases}$$

$|3| = 3$ რადგან მოდულის ქვეშ რიცხვი დადებითია.

$|-3| = -(-3) = 3$ რადგან მოდულის ნიშნის ქვეშ რიცხვი უარყოფითია, ვიღებთ მის მოპირდაპირე მნიშვნელობას, განმარტების თანახმად.

დაიმასხოვრეთ შენიშვნა : მარტივად რომ ვთქვათ, მოდულის ქვეშ შეიძლება იყოს უარყოფითი რიცხვი, მაგრამ პასუხი ყოველთვის იქნება დადებითი. მოდულის პასუხი ვერ იქნება უარყოფითი.

მოდულის შემცველი განტოლების ზოგადი სახე: $|x| = a$

სიტყვიერად აღწერა	ცვლადებში
$ X = a$ განტოლებაში, მოდული “სვამს კითხვას”: რა რიცხვი უნდა ჩაისვას x -ის ნაცვლად, რომ პასუხად მივიღოთ a ? პასუხი იქნება, თავად რიცხვი a ან მისი მოპირდაპირე რიცხვი $-a$	$ X = 3$ $x = 3$ ან $x = -3$
გრაფიკულად:	$ X = a$ $x = a$ ან $x = -a$



ნიმუში 1 მოდულის შემცველი მარტივი განტოლებები

ა) $x+5 = 8$ მოდულის წესის მიხედვით $x+5 = 8 \quad \text{ან} \quad x+5 = -8$ $x = 8 - 5 \quad x = -8 - 5$ $x = 3 \quad x = -13$ შემოწმება: $ 3+5 = 8 \quad -13+5 = 8$ $ 8 = 8 \quad -8 = 8$	ბ) $2 x - 5 - 9 = 31$ ჯერ უნდა ვიპოვოთ მოდული და შემდეგ x $2 x - 5 - 9 = 31$ $+9 = +9$ $2 x - 5 = 40$ $\div 2 = \div 2$ $ x - 5 = 20$ $x - 5 = 20 \quad \text{ან} \quad x - 5 = -20$ $x = 25 \quad x = -15$	გ) $x + 4 = -7$ მოდული ვერ იქნება უარყოფითი. $x \in \emptyset$ განტოლებას ამონახსენი არ აქვს.
---	---	---

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. ამოხსენით მოდულის შემცველი განტოლებები

- ა) $|x - 2| = 4$ გ) $4|x + 1| = 12$ ე) $|x - 3| + 2 = 2.5$
 ბ) $|x + 1| = 6$ დ) $5|3 - x| = 15$ ვ) $|x + 5| - 2.5 = 4.5$

სავარჯიშოები

2. ამოხსენით მოდულის შემცველი განტოლებები

- ა) $|x + 2| = 0$ ე) $|2x + 1| = 2.4$ ი) $3|2x - 3| - 2 = 4$
 ბ) $|x - 1| = -3$ კ) $|3 - 5x| = 1.5$ ჯ) $2|5x| - 2.5 = 2.5$
 გ) $|x - 6| = 3$ ზ) $|4x + 1| = 15$ ლ) $-2|x - 3| + 2 = 2.5$
 დ) $|x + 1| = 1.5$ თ) $|3 - 2x| = 6$ მ) $4|3x| - 2.5 = 5.5$

3. **შეცდომის ანალიზი:** დემეტრემ ახალი საკითხის შესწავლის დროს დაწერა, რომ $|x+5| = |x|+5$. მოიყვანეთ ერთი მაგალითი მაინც, რომლითაც შოთიკოს დაუსაბუთებთ რატომ არის აღნიშნული ტოლობა მცდარი.

10.3 ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით

საკითხის მათემატიკური მოდელირება

ყოველდღიურ ცხოვრებაში, სხვადასხვა სფეროს წარმომადგენლებს სჭირდებათ საკითხის **ფორმულირების** აღწერა.

ფიზიკაში დაკვირვებების შემდეგ აუცილებელია პროცესის აღწერა, ცვლადების შემოტანა და ტოლობის ჩანერა.

ასევე ფინანსურ სექტორში, როდესაც ბანკისგან სესხს ვიღებთ ან ანაბარზე შეგვაქვს თანხა, ხდება საკითხის მათემატიკური ფორმულირება, პროცენტის დარიცხვა და ა.შ.



მეგობრებმა მოაგროვენ მონაცემები და ცდილობენ დაადგინონ ვინ უფრო სწრაფად დარბის, რისთვისაც სჭირდებათ სიჩქარის ფორმულა.

მათემატიკური მოდელირების და ჩანაწერის გეგმა

თიკოს ანაბარზე ჰქონდა 2 ჯერ მეტი ვიდრე დუდას. მას შემდეგ რაც მან 1000 ლარი სწავლის საფასური გადაიხადა და დარჩენილი თანხის მესამედით იყიდა საჩუქრები. რის დარჩა იმდენი, რამდენიც ჰქონდა დუდას. იპოვეთ რამდენი ლარი ჰქონდა თითოეულს.

ნაბიჯი 1. გაიაზრეთ პირობა და ამოწერეთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია:

თიკოს აქვს დუდაზე 2-ჯერ მეტი თიკომ გადაიხადა 1000 ლარი
თიკომ თანხის მესამედით იყიდა საჩუქრები

საჩუქრების ყიდვის შემდეგ, მას საბოლოოდ დარჩებოდა დარჩენილის

$$\frac{2}{3}$$

გაფრთხილება: მოსწავლეები ხშირად შეცდომას უშვებენ ბოლო ოპერაციის გააზრებაზე, გთხოვთ დააკვირდით და გაიაზრეთ.

ნაბიჯი 2. შევადგინოთ გეგმა -აღვწეროთ სიტუაცია მათემატიკურად, შემოვიტანოთ ცვლადები. თიკოს ვადარებთ ვადარებთ დუდას, რომლის თანხაც უცნობია.

ვთქვათ დუდას აქვს x თიკომ დახარჯა 1000

დარჩა $(2x - 1000)$

საჩუქრებში გადაიხადა თანხის

მესამედი ანუ $\frac{(2x-1000)}{3}$

საბოლოოდ დარჩა

დარჩენილი დუდას თანხის ტოლია, ე.ი.

$$\frac{2(2x-1000)}{3} = x$$

ამოხსნის შედეგად მივიღებთ $x = 2000$



ნიმუში 1 მათემატიკური მოდელირება, ცვლადის შემოტანა

ადამიანის მაქსიმალური გულისცემა შეიძლება იყოს 220 დარტყმა წუთში.

ყველა ასაკს თავისი მაქსიმალური გულისცემა აქვს და გამოითვლება შემდეგი წესით, ასაკს დამატებული გულისცემა უდრის 220.

რა შეიძლება იყოს 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემა?

შენიშვნა: მაქსიმალური გულისცემა არ ნიშნავს იმას, რომ ყოველდღიურობაში მოზარდს ან ზრდასრულს შეიძლება ჰქონდეს აღნიშნული გულისცემა.

ნაბიჯი 1: ამოვწეროთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია
ასაკს დამატებული მაქსიმალური გულისცემა უდრის 220. ყველა ასაკს თავისი მაქსიმუმი აქვს.

ნაბიჯი 2. ცვლადის შემოტანა, საკითხის მოდელირება.

ვთქვათ 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემაა x , შევადგინოთ განტოლება: $x + 12 = 220$

ნაბიჯი 3. ამოვხსნათ განტოლება

$$x + 12 = 220$$

$$x = 208$$

ე.ი. მოზარდის მაქსიმალური გულისცემა შეიძლება იყოს 208.

ნაბიჯი 4. დაუბრუნდით საკითხს და გადაამოწმეთ.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. უცნობი რიცხვი ჯერ გააორკეცეს, შემდეგ დაუმატეს 8 და მიიღეს 32, ჩანერეთ განტოლება და ამოხსენით.
2. ცვლადისა და 4 —ის ჯამი, გაამრავლეს 7-ზე და მიიღეს 42. იპოვეთ ცვლადი.
3. 5-ისა და ცვლადის სხვაობა გაამრავლეს 4-ზე და მიიღეს 84, იპოვეთ ცვლადი.
4. ნოდომ გადაწყვიტა საცურაოდ აუზზე სიარული და გაარკვია, რომ ერთჯერადი სავალდებულო გადასახადი 40 ლარის შემდეგ ყოველ ვიზიტზე უნდა გადაიხადოს 8 ლარი. რამდენი ვიზიტისთვის ეყოფა ნოდოს 200 ლარი? შეადგინეთ განტოლება.

მითითება:

ნაბიჯი 1. ამოწერეთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია.

ნაბიჯი 2. შემოიტანეთ ცვლადი

ვთქვათ ნოდომ შეძლება ისარგებლოს აუზით x — ჯერ.

x — ჯერ შესვლაში გადაიხდის $8x$ — ლარს ... გააგრძელეთ.

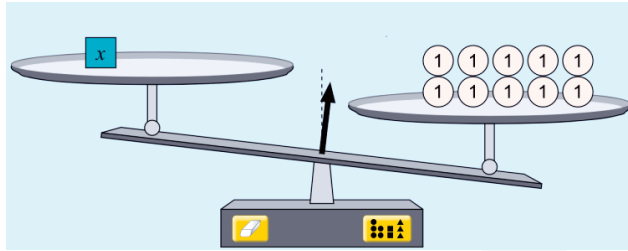
სავარჯიშოები

5. მას შემდეგ რაც ლილეს ხელფასი გაიზარდა 15%-ით, მან აიღო 920 ლარი, რა იყო ლილეს ხელფასი გაზრდამდე?
6. რიცხვი შეამცირეს ჯერ 10%-ით, შემდეგ გაზარდეს 20%-ით და მიიღეს 54. რა რიცხვი აიღეს თავდაპირველად?
7. **სიტუაციის ანალიზი:** თორნიკეს ხელფასი ჯერ შეამცირეს 30%-ით, შემდეგ გაზარდეს 40%-ით, რა იყო თორნიკეს ხელფასი თავდაპირველად თუ შემცირებისა და გაზრდის მერე გახდა 1090 ლარი. შეადარეთ საბოლოო ხელფასი სანყის და ჩანერეთ, საბოლოო ხელფასი სანყისზე მეტია თუ ნაკლები?
8. ორი რიცხვის ჯამი 120-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 24-ით მეტია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
9. ორი რიცხვის სხვაობა 94-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 12-ით ნაკლებია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
10. ორი რიცხვის სხვაობა 4.2 ია, ერთ-ერთი მეორეზე 6-ჯერ მეტია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
11. წილადის მრიცხველი მნიშვნელზე 4-ით ნაკლებია, თუ წილადის მრიცხველს გავზრდით 4-ით, ხოლო მნიშვნელს გავზრდით 5-ით, მივიღებთ 0.5-ს. იპოვეთ წილადი.
12. ქეთიმ და ცოტნემ გადაწყვიტეს იოგაზე სიარული. სავარჯიშო დარბაზს აქვს შემდეგი პირობები: თუ გახდები იოგის მოყვარულთა კლუბის წევრი, იხდი სანევროს გადასახადს 100 ლარს და შემდეგ ყოველი ვარჯიში ჯდება 10 ლარი, თუ არ გახდები კლუბის წევრი, მაშინ არ გადაიხდი ერთჯერად გადასახადს, მაგრამ ყოველი ვარჯიშის ღირებულება იქნება 15 ლარი. ცოტნე განეწვრიანდა კლუბში, ქეთი არა. რამდენი ვარჯიშის შემდეგ ექნებათ მათ გადახდილი ერთი და იგივე თანხა? ჩანერეთ განტოლება.
13. 25 %-იანი ფასდაკლების შემდეგ ქურთუკის ღირებულება არის 200 ლარი. რა იყო ქურთუკის ღირებულება ფასდაკლებამდე?
14. შეადგინეთ ამოცანა რომლის ამოხსნასაც შეძლებთ ცვლადის შემოტანით.
15. სამი მომდევნო რიცხვის ჯამი 93-ია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
16. სამი მომდევნო ლუწი რიცხვის ჯამი 102-ია, იპოვეთ უდიდესი რიცხვი.
17. a რიცხვი ჯერ გაზარდეს 20%-ით, შემდეგ დამატებით 10%-ით და მიიღეს 66. იპოვეთ a.
18. b რიცხვი ჯერ გაზარდეს 2-ჯერ, შემდეგ შეამცირეს 25%-ით და მიიღეს 90. იპოვეთ b.

10.4 უტოლობები, უტოლობის ძირითადი თვისებები

ჩემპიონატის წინ მოჭიდავეს უთხრეს, რომ მისი წონა უნდა ყოფილიყო 80კგ-ზე ნაკლები. ვისწავლოთ როგორ კეთდება აღნიშნული საკითხის მათემატიკური ჩანაწერი.

უტოლობა გვიჩვენებს, რომ ორი სიდიდე არ არის ტოლი. უტოლობის ჩანერა და სიდიდეების შედარება ხდება შემდეგი სიმბოლოებით.



სასწორი, რომელიც არ არის წონასწორობაში, გვაჩვენებს, რომ ორიდან ერთ-ერთი სიდიდე ან მეტია ან ნაკლები.

	<	>	≤	≥	≠
შიტყვიერად	ნაკლებობა	მეტობა	ნაკლებია ან ტოლია	მეტია ან ტოლია	არ უდრის

ნაწილი 1 უტოლობის წარმოდგენა რიცხვით ღერძზე

სიტყვიერად		გრაფიკულად
ცვლადი ნაკლებია -2 -ზე მკაცრი უტოლობა (-2 -თან ცარიელი წრე გვიჩვენებს, რომ -2 არ ეკუთვნის)	$X > -3$	
ცვლადი ნაკლებია 1 -ზე	$X < 1$	
ცვლადი ნაკლებია ან ტოლი 2 -ზე	$X \geq 2$	
ცვლადი ნაკლებია ან ტოლი 1 -ზე	$X \leq 1$	

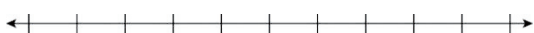
როდესაც არ არის მკაცრი უტოლობა და რიცხვი ეკუთვნის უტოლობას რიცხვს ღერძზე მოვნიშნავთ გამუქებული წერტილით.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. გადაიტანეთ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე რიცხვით სხივზე.
(იმუშავეთ რვეულში)

ა) $x \leq 4$ გ) $x > 8$ ე) $x < -2$ ზ) $x \geq -10$

ბ) $x \leq -5$ დ) $x \geq 9$ ვ) $x < 9$ თ) $x < -2$



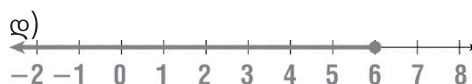
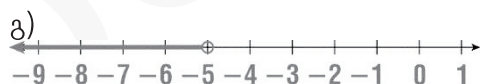
სავარჯიშოები

2. ამოხსენით უტოლობები:

ა) $x \leq 8$ გ) $x \geq -6$ ე) $x > -8.5$ ზ) $x \geq 5.5$

ბ) $x \leq -4$ დ) $x > -7$ ვ) $x < 1.5$ თ) $x < -2.5$

3. ჩანერეთ რიცხვითი უტოლობის სახით რიცხვითი ლერძით მოცემული ინფორმაცია:



4. კრიტიკული აზროვნება: წარმოადგინეთ რიცხვით სხივზე შემდეგი უტოლობების ამონახსნები: ა) $12 > x$; ბ) $-7 > x$ გ) $-5 < x$

5. გამეორება: ამოხსენით შემდეგი განტოლებები

ა) $2(3.5x - 2.4) - 2(x + 1) = 4(2.5x + 0.5)$

ბ) $-2(2.4 - x) + 4(3.2 - x) = 8 - 2x$

გ) $\frac{x-3}{2} + \frac{5-x}{3} = \frac{2x-1}{4}$

დ) $\frac{4x}{5} + \frac{x}{2} = \frac{1}{5} + \frac{3x-1}{2}$



ტესტისთვის მზადება

1. იპოვეთ ცვლადი:

$$-8y + 15 = 71$$

- ა) -56 გ) -8
ბ) -10.75 დ) -7

2. იპოვეთ ცვლადი:

$$-4(y + 8) - 5 = 51$$

- ა) -22 გ) 56
ბ) -17 დ) 68

3. იპოვეთ ცვლადი:

$$-5(x - 2) = -3x - 26$$

- ა) 3.25 გ) 52
ბ) 18 დ) 208

4. იპოვეთ ამონახსნთა სიმრავლე

$$(4x - 1)(5x + 10) = 0$$

- ა) 1 და 2 გ) 3 და 0.25
ბ) -0.25 და 2 დ) 0.25 და -2

5. ამოხსენით განტოლება:

$$-0.5(4x - 8) + 3(x - 1) = 8 - x$$

6. ჩაწერეთ განტოლება და ამოხსენით:

ცვლადისა და 2.5-ის სხვაობა, გაამრაველს 4-ზე და მიიღეს 12. იპოვეთ ცვლადი.

7. ორი მომდევნო რიცხვის ჯამი 55-ია, ჩაწერეთ განტოლება და იპოვეთ ეს რიცხვები.

8. **ბონუს ამოცანა:** ანამარიას ხელფასი გაიზარდა 20%-ით და თვის ბოლოს მან აიღო 1440 ლარი, რამდენი ლარი ჰქონდა ხელფასის მომატებამდე?



თავის დამატებითი სავარჯიშოები

1. ამოცანები

1) $15t = 17 + 8t - 24$

2) $6a - 42 = 2a + a$

3) $6k - k = 27 - 4k$

4) $-5f + 40 = 5f + 30$

5) $0.9m - 28 = 0.5m + 12$

6) $\frac{8}{15}x = 8 + \frac{2}{15}x - \frac{4}{15}x$

7) $18r - 2 - 12r = -6r - 26$

8) $10 + 8c + 15 = -2c - 40$

9) $-3x + 6 = 8x + 9 - 2x$

10) $0.8a - 6 = -0.6a + 22$

11) $0.5(x-2) = 5(2-1.2x) - 8$

12) $6(k-1) = 27 - 4k$

13) $2(27 + 4x) + 7x = 21$

14) $\frac{2y}{3} + 27 + \frac{3y}{4} = -24$

15) $3(6x-7) - 15x = 3$

16) $182d + 3.5 - 20d = 19.7$

17) $\frac{3k}{4} - 28 - \frac{2k}{3} = 379$

18) $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} = \frac{2}{5}$

ამოცანები

1. საახალწლო 20%-იან ფასდაკლებაზე ნაძვისხის ფასი გახდა 400 ლარი, რა იყო ნაძვის ხის ფასი ფასდაკლებამდე?
2. სანგავის ფასი 10%-იანი ფასდაკლების შემდეგ გახდა 2.16 ლარი. რა იყო სანგავის ფასი ფასდაკლებამდე?
3. ანამ თანხის 20%-ით იყიდა საჩუქრები მეგობრებისთვის, დარჩენილი თანხის 10%-ი მისცა დედას, ამის მერე მას დარჩა 1080 ლარი. რამდენი ლარი ჰქონდა ანას თავდაპირველად?
4. დეას უნდა იყიდოს მოპედი, რომლის ფასი 800 ლარია, მას აქვს დანაზოგი 320 ლარი. საჭირო თანხის შესაგროვებლად დეამ გადაწყვიტა იმუშაოს ყოველ შაბათ-კვირას. შაბათს შეუძლია იმუშაოს 4 სთ, კვირას 3სთ. რამდენი ლარი უნდა გადაუხადონ დეას თითო საათში, რომ მან შეძლოს მოპედის ყიდვა 3 კვირაში?
5. გადაიტანეთ რიცხვით ღერძზე შემდეგი განტოლების პასუხები და გააკეთეთ დასკვნა, რომელი რიცხვიდან არის პასუხები თანაბრად დაშორებული?

ა) $|x+1| = 4$ გ) $|x-3| = 6$ ე) $|x-5| = 4$

ბ) $|x-1| = 5$ დ) $|x+5| = 2$ ვ) $|x+4| = 7$

6. კრიტიკული აზროვნება:

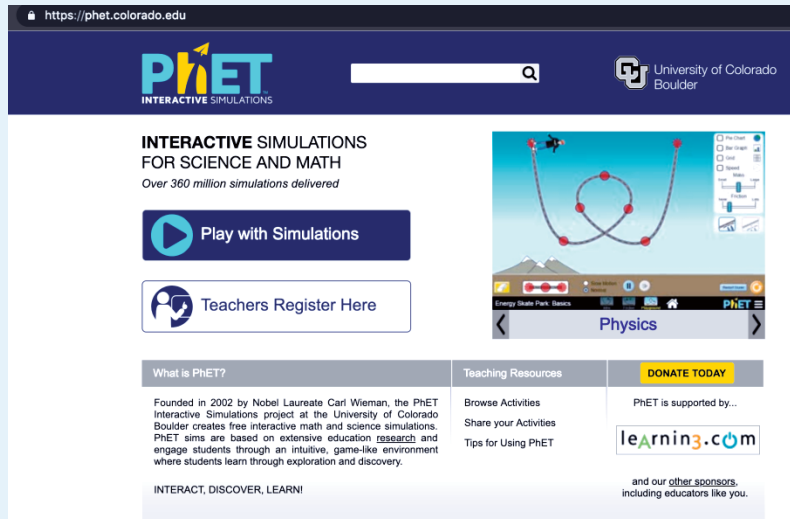
რა რიცხვი უნდა ჩავსვათ $a - x$ ნაცვლად, რომ
ჰქონდეს ერთი ფესვი?

$|x-1|=2$ განტოლებას



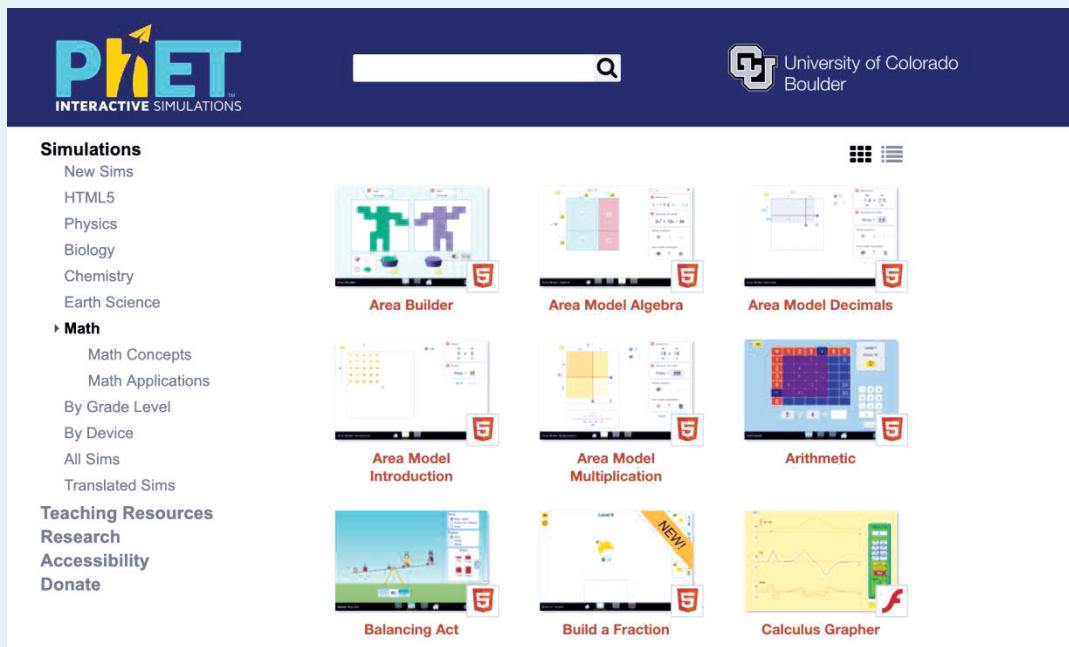
MATH LAB ტექნოლოგიების გამოყენებით ტოლობის განონასწორება

ნაბიჯი 1. კომპიუტერის მეშვეობით შედით საიტზე: [www.phet.colorado.edu](https://phet.colorado.edu)
ამოირჩიეთ Play With Simulations



ნაბიჯი 2. გამოჩნდება ჩამონათვალი სხვადასხვა სიმულაციების, ამოირჩიეთ Equality Explorer.

მითითება: შეგიძლიათ გაეცნოთ სხვა სიმულაციებს რომლებიც დაგეხმარებათ უკეთ გაიაზროთ და წარმოიდგინოთ საკითხები.



ნაბიჯი 3. გახსენით ფანჯარა , გამოჩნდება ორი სასწორი. მოცემული აპლიკაციის დახმარებით შეძლებთ განტოლებისა და უტოლობების შედგენას, ტოლობის განონასწორებას და საკითხის უკეთ გაგებას.

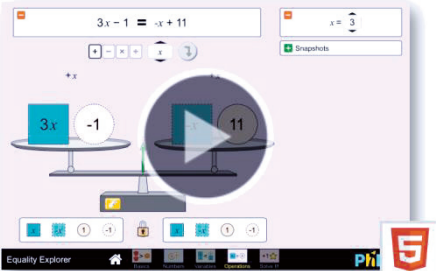


 University of Colorado
Boulder

Simulations

- ▶ New Sims
- ▶ HTML5
 - Physics
 - Biology
 - Chemistry
 - Earth Science
- ▶ Math
 - ▶ Math Concepts
 - Math Applications
 - By Grade Level
 - Elementary School
 - ▶ Middle School
 - ▶ High School
 - University
 - By Device
 - ▶ iPad/Tablet
 - ▶ Chromebook
 - All Sims
 - Translated Sims
- Teaching Resources

Equality Explorer



3x - 1 = -x + 11

x = 3
 Snapshots

DOWNLOAD
 EMBED

- Solving Equations
- Inequalities
- Inverse Operations

DONATE

PhET is supported by



and educators like you.





- ▶ ABOUT
- ▶ FOR TEACHERS
- ▶ TRANSLATIONS
- ▶ RELATED SIMULATIONS
- ▶ SOFTWARE REQUIREMENTS