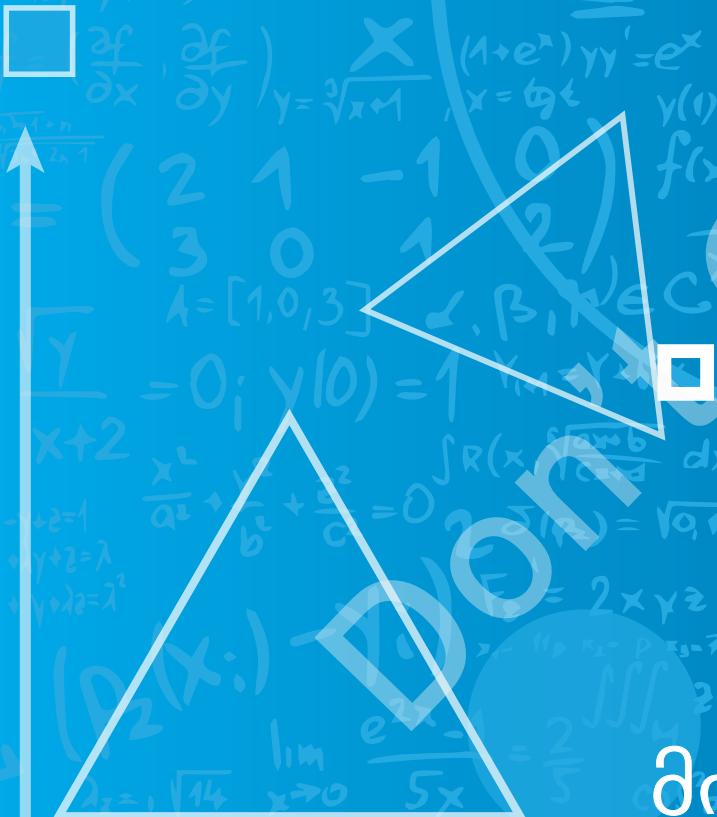


VII

კლასი



მოსწავლის ნიგნი

მათემატიკა



საქართველოს სახელმწიფო ჰიმნი

თავისუფლება

ჩემი ხატია სამშობლო,
სახატე მთელი ქვეყანა,
განათებული მთა-ბარი,
წილნაყარია ღმერთთანა.
თავისუფლება დღეს ჩვენი
მომავალს უმღერს დიდებას,
ცისკრის ვარსკვლავი ამოდის
და ორ ზღვას შუა ბრწყინვება,
დიდება თავისუფლებას,
თავისუფლებას დიდება.

ლექსი დავით მალრაძის
მუსიკა ზაქარია ფალიაშვილის
ჰიმნად დაამუშავა იოსებ კეჭაყმაძემ

ავტორი: ქეთი ცერცვაძე

გათვალისწინა

7 კლასი

მოსწავლის წიგნი

მათემატიკა, 7 კლასი
მოსწავლის წიგნი

გამოცემის წელი და რიგითობა 2019 წელი

სარჩევი

თავი 1 მთელი და რაციონალური რიცხვები		თავი 4 გეომეტრია - კუთხეები	
			85
1.1 მოპირდაპირე რიცხვები, უარყოფითი რიცხვი	12	4.1 ლოგიკური გეომეტრიაში	86
1.2 რიცხვების შედარება, რიცხვის მოდული	17	4.2 გეომეტრიის ძირითადი ცნებები	89
1.3 მთელი რიცხვების მიმატება	21	4.3 კუთხეების კლასიფიკაცია	95
1.4 მთელი რიცხვების გამოკლება	26	4.4 წრფეების ურთიერთმდებარეობა, ვერტიკალური კუთხეები	99
1.5 მთელი რიცხვების გამრავლება გაყოფა	30	4.5 პარალელური წრფეებით და მკვეთით მიღებული კუთხეები	103
1.6 რაციონალური რიცხვები პერიოდული ათწილადები	35	4.6 კუთხეები სამკუთხედები, სამკუთხედების კლასიფიკაცია	108
ტესტისთვის მზადება	39	4.7 კუთხეები სხვადასხვა სამკუთხედებში	113
თავი 2 ფარდობა, პროპორცია	41	48 მრავალკონტენტი, კუთხეები მრავალკუთხედებში	118
2.1 ფარდობა	42	MathLab – კვლევა, პროექტი	119
2.2 პროპორცია	48	4.9 წრე, ცენტრალური კუთხე ტესტისთვის მომზადება	120
2.3 პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებები	48	თავი 5 - ხარისხი	124
2.4 ამოცანების ამოხსნა პროპორციის მეშვეობით	57	5.1 ხარისხი	129
MathLab – კვლევა, პროექტი	60	5.2 ხარისხის თვისებები	130
2.5 მასშტაბი	62	MathLab – კვლევა	133
ტესტისთვის მზადება	66	5.3 რიცხვის მეცნიერული ჩანაწერი ტესტისთვის მომზადება	136
თავი 3 პროცენტი	68	თავი 6 ალგებრული გამოსახულება	137
3.1 პროცენტი	69	6.1 ალგებრული გამოსახულება	139
3.2 რიცხვის პროცენტის პოვნა	73	6.2 ერთნევრების გამრავლება, გაყოფა	142
3.3 რიცხვის პროცენტის დანწილების კავშირი	76	6.3 ერთნევრის ჯამზე გამრავლება	146
3.4 პროცენტის ცვლილება გამეორება	79	6.4 ორნევრის ორზევრზე გამრავლება	148
	82		150

MathLab – პროექტი, კვლევა	83	6.5 შემოკლებული ფორმულები	153
		ტესტისთვის მზადება	157
თავი 7 საკონდინატო სიბრტყე	158	თავი 9 — სტატისტიკა	203
7.1 საკონდინატო სიბრტყე	159	თავის შესავალი ამოცანა	204
7.2 გარდაქმნები	165	9.1 მონაცემების შეგროვება	206
7.3 ღერძული სიმეტრია	170	9.2 მონაცემების კლასიფიკაცია	211
7.4 პირდაპირპროპორციულობის გამოსახვა გრაფიკულად	174	9.3 სვეტოვანი დიაგრამა, წრიული დიაგრამა, პიქტოგრამა	219
MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	177	9.4 მედიანა, მოდა, საშუალო გაბნევის დიაპაზონი	224
ტესტისთვის მომზადება	179	MathLab - პროექტი კვლევა	230
		ტესტისთვის მომზადება	233
თავი 8 სამკუთხედები	181	თავი 10 განტოლება - უტოლობა	235
8.1 სამკუთხედების კლასიფიკაცია	182	10.1 განტოლება, ტოლობის თვისებები	236
8.2 სამკუთხედების გვერდების თვისებები	185	10.2 მოდულის განმრატება ალგებრულად	242
8.3 სამკუთხედების ტოლობა ტოლობის I ნიშანი	189	MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	
8.4 სამკუთხედების ტოლობის II და III ნიშანი	193	10.3. ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით	244
Math Lab - კვლევა	195	10.4 უტოლობა	247
ტესტისთვის მომზადება	198	ტესტისთვის მზადება	249
		MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	251
თავი 11 სიმრავლეები		ტესტისთვის მზადება	
11.1 სიმრავლე, სიმრავლის ელემენტები		თავი 11 სიმრავლეები	253
11.2 ტოლი სიმრავლეები, ქვესიმრავლეები, თანაკვეთა		11.1 სიმრავლეები	255
11.3 ვენის დიაგრამით ამოცანების ამოხსნა		11.2 ტოლი სიმრავლეები	258
		ქვესიმრავლეები, თანაკვეთა	
		11.3 ვენის დიაგრამით ამოცანების ამოხსნა	261
		ტესტისთვის მზადება	265
დამატებითი სავარჯიშოები	266	პასუხები	272

წიგნის სტრუქტურა

იმისათვის, რომ გაგიადვილდეთ წიგნით ხელმძღვანელობა, გაეცანით წიგნის აგებულებას.

წიგნი შედგენა 11 თავისაგან. ყოველი თავი შედგება პარაგრაფებისაგან, ასევე თითოეული თავის საწყის გვერდზე წერია მიზნები და შედეგები, რა ინფორმაცია უნდა გაიაზროთ და დაგამახსოვრდეთ თავის შესწავლისას. რუბრიკაში “კითხვები ცოდნის გამოსავლენად” მოცემულია რა ტიპისა და შინაარსის კითხვებზე უნდა შეგეძლოთ პასუხის გაცემა თავის შესწავლის შემდეგ. თუ თავის დაწყებამდე გაეცნობით აღნიშნულ მასალას, გაგიადვილდებათ კონცენტრაციის გაკეთება მთავარ და მნიშვნელოვან ინფორმაციაზე.

თითოეული გაკვეთილი შეიცავს ნიმუშებს, რომლის მსგავსი მაგალითებიც იქნება პრაქტიკულ სავარჯიშოებში. ნიმუშების გააზრება დაგეხმარებათ საკითხის შესწავლასა და დავალების დამოუკიდებლად შესრულებაში.

ყოველი გაკვეთილი შეიცავს “მოსამზადებელ პრაქტიკას” და “სავარჯიშოებს”. “მოსამზადებელი პრაქტიკა” აგებულია გაკვეთილის ნიმუშების მსგავსი მაგალითებით. “სავარჯიშოები” ახალი მასალის განმტკიცებისთვის მეორდება მსგავსი მასალა და შემდეგ მოსდევს რამდენიმე შედარებით რთული საკითხი. მსგავსი საკითხების ამოხსნა დაგეხმარებათ საფუძვლიანად გაიაზროთ მასალა და მზად იყოთ შემდეგი გაკვეთილისათვის.

		
ნიმუში	რეალური აპლიკაცი	ტექნოლოგიების გამოყენება
		
კვლევა	Math Lab – კვლევა	ტესტის ნიმუში
		გისურვებთ მასალის სახალისოდ და წარმატებით დაძლევას.
მზადება ტესტისთვის	რთული ამოცანა	



თავი 6 - ალგებრული გამოსახულება

- 6.1 ალგებრული გამოსახულება
- 6.2 ერთნევრების გამრავლება და გაყოფა
- 6.3 ერთნევრის ჯამზე გამრავლება

- | | |
|---------------------------|-------------|
| 6.4 ორწევრის გამრავლება | ორწევრზე |
| 6.5 შემოკლებული ფორმულები | გამრავლების |

ტესტისთვის მზადება

მიზანი და შედეგი

- ცვლადის შემცველი გამოსახულების გარდაქმნა.
- ალგებრული გამოსახულებების გამარტივება.
- ერთნევრის გამრავლება ერთნევრზე, ორწევრზე.
- ორწევრის ორწევრზე გამრავლება.
- შემოკლებული გამრავლების ფორმულები.

კითხვები ცოდნის გამოსავლენად

- რა განსხვავებაა ალგებრულ გამოსახულებასა და განტოლებას შორის?
- ღოგორ ერთნევრებს ეწოდება მსგავსი?
- როგორ ხდება მართვულების ფართობის დახმარებით შემოკლებული გამრავლების ფორმულის გამოყვანა?

6.1 ალგებრული გამოსახულება

კინოთეატრში 11 რიგია, პირველ 10 რიგში 20 ადგილია, ხოლო ბოლო რიგში 8 ადგილი.

სურ. 1

იმისათვის, რომ გამოვთვალოთ კინოთეატრში ადგილების რაოდენობა, შევადგინოთ რიცხვითი გამოსახულება:

$$\text{ადგილების რაოდენობა} = 10 \cdot 20 + 8.$$

იმ შემთხვევაში, თუ არ გვეცოდინებოდა რამდენი ადგილია თითეოულ რიგში, ადგილების რაოდენობას აღვნიშნავდით x -ით და გამოსახულება მიიღებდა სახეს:

$$10 \cdot x + 8$$



ტერმინები

ალგებრაში უცნობი რიცხვის ნაცვლად ხშირად შემოაქვთ ლათინური ასოები, რომელიც შეიძლება იცვლებოდეს და იღებდეს სხვადასხვა მნიშვნელობას, ამიტომ მას **ცვლადი** ეწოდება.

ცვლადი

მუდმივი

რიცხვს, რომელზედაც ცვლადი მრავლდება, **კოეფიციენტი** ეწოდება.

კოეფიციენტი

რიცხვის, რომელიც ცვლადიან წევრს ემატება ან აკლდება და არ იცვლება, **მუდმივი** (კონსტანტა) ეწოდება.

**ალგებრული
გამოსახულება**

გამოსახულებას, რომელიც შედგება მუდმივისა და ცვლადისაგან, ასევე მათემატიკური ოპერაციებისგან +, -, ×, ÷ და ახარისხება, ალგებრული გამოსახულება ეწოდება.

$$10 \cdot x + 8$$

↓ ↓ ↓

კოეფიციენტი ცვლადი მუდმივი

გამოსახულებაში პლუსით ან მინუსით დაკავშირებულ ნაწილებს, ალგებრული გამოსახულების წევრები ეწოდებათ.

ჩამოსახულება $5x + 4y - 10$ შედგება 3 წევრისაგან: $5x, 4y, -10$

მათემატიკური გამოსახულება, რომელიც შეიცავს ცვლადს (ცვლადებს), მუდმივს, არითმეტიკულ მოქმედებებსა და ტოლობის ნიშანს „=“, განტოლება ეწოდება.

ალგებრული გამოსახულება ტოლობის ნიშანს არ შეიცავს

თუ გამოსახულებაში რამდენიმე წევრს აქვს ერთნაირი ცვლადები, მაშინ მათ მსგავსი წევრები ეწოდებათ, თუ განსხვავებული ცვლადები — მაშინ არამსგავსი.

მსგავსი წევრები	$5x ; 9x ; 11x$	$3x^2 ; 7x^2 ;$	$4xy ; 10 xy$	14 და 18
არამსგავსი წევრები	$5x ; 7y ; 11z$	$3x^2 ; 7y^2$	$4xy ; 10 xz$	14 და 18x

დაიმახსოვრეთ! $-a = -1 \cdot a = -1a$; $-b = -1 \cdot b$;

როდესაც კოეფიციენტი არის 1, არ იწერება



ნიმუში 1 მსგავსი წევრების შეკრება და გამოკლება

ა) $5x + 2x = x + x + x + x + x + x + x = 7x$

$5x + 2x =$ განრიგებადობის
გამოყენებით

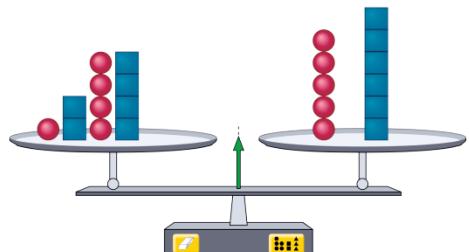
$$x(5+2) = 7x$$

ბ) $x + 2y + 4x + 4y =$

$$x + 4x + 2y + 4y = x(1+4) + y(2+4) = 5x + 6y$$

თვისების

ილუსტრაცია



წილადს, რომელიც ცვლადს შეიცავს, ალგებრული წილადი ეწოდება

მიმატება-გამოკლება, გამრავლება-გაყოფის ოპერაციები ალგებრულ წილადებზე ისეთივე წესით განისაზღვრება, როგორც რიცხვით წილადებზე.



ნიმუში 1 ალგებრული წილადის მიმატება და გამოკლება

ა) $\frac{5a}{6} + \frac{7a}{9} =$ როგორც რიცხვითი წილადების შეკრებისას, ჯერ ვიპოვოთ მნიშვნელების უ.ს.ჯ და შემდეგ შევკრიბოთ.

$$\frac{15a}{18} + \frac{14a}{18} = \frac{15a+14a}{18} = \frac{29a}{18} = 1 \frac{11a}{18}$$

ბ) $\frac{3a}{10} - \frac{2b}{15} =$ ჯერ გავაერთმნიშვნელიანოთ, შემდეგ გამოვაკლოთ.

$$= \frac{9a}{30} - \frac{4b}{30} = \frac{9a-4b}{30}$$

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. შეაერთეთ მსგავსი წევრები:

- | | | |
|-------------|-------------------|-------------------------|
| ა) $8y-4y$ | გ) $5a+6b+4a-3b$ | ქ) $18x^2-4x-20x^2+12x$ |
| ბ) $-8x+5x$ | დ) $-10a+20+7a-9$ | კ) $4ab-4a+5ab+12b$ |

2. შეკრიბეთ ალგებრული წილადები

ა) $\frac{5a}{12} + \frac{7b}{8}$	ბ) $\frac{7a}{9} - \frac{7a+5b}{12+36}$	გ) $\frac{3a}{4} - \frac{5b}{5} + 2a$
-----------------------------------	---	---------------------------------------

სავარჯიშოები

3. შეაერთეთ მსგავსი წევრები:

- | | | |
|-----------------|--------------------|-------------------------|
| ა) $-7y-5y+4$ | გ) $15a+6+8a-12$ | ქ) $18x^2-4x-20x^2+12x$ |
| ბ) $-14x+8x-2$ | ღ) $-20a-14+7a-6$ | კ) $4ab-4a+5ab+12b$ |
| გ) $-4y+4y+3$ | ღ) $-4ab+6b^2+3ab$ | ღღ) $-x^2-4x+x^2+x+2$ |
| ღ) $7xy-15xy-2$ | ღ) $-10a+20+7a-9$ | ღღ) $8ab-4b-15ab-2b$ |

4. ალგებრული წილადების შეკრება გამოკლება:

ა) $\frac{a}{6} + \frac{4b}{9}$ გ) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{8}$ ვ) $\frac{3a}{4} + \frac{a}{12} - 2$ ზ) $2b + \frac{b}{3} - \frac{5b}{6}$

ბ) $\frac{3a}{5} + \frac{7}{15}$ დ) $\frac{5a}{9} - \frac{5a}{6}$ ვ) $4a + \frac{a}{3} + 1$ თ) $5b - \frac{b}{4} + \frac{b}{6}$

5. გახსენით ფრჩხილები და შეაერთეთ მსგავსი წევრები.

ა) $-4(x+3)+2(x+8)$ დ) $5(3x+2y)+(x-4y)$

ბ) $7(2x-3)+4(x-1)$ ვ) $-3(5x-4y)-(2x+y)$

გ) $5(2a-3b)-(a-5b)$ ქ) $2(4a-7b)-(5a-2b)$

6. კინოთეატრში მოზარდისა და უფროსის ბილეთს სხავდასხვა ფასები აქვთ. ანამ იყიდა 14 ბილეთი მოსწავლეებისთვის და 3 მასწავლებლებისთვის. შეადგინეთ გამოსახულება, რამდენი ლარი დაჯდა ანას სულ ბილეთები. მითითება: x -ით აღნიშნეთ მოზრდილის ბილეთის ფასი, y -ით აღნიშნეთ მოსწავლის ბილეთის ფასი.

7. ანდრიამ იყიდა 12 რვეული, 10 კალამი და 15 ლარად ერთი წიგნი. შეადგინეთ გამოსახულება, რამდენი ლარი დახარჯა ანდრიამ სულ.

8. მელანოს x წიგნი აქვს, გიორგის 4-ჯერ მეტი ვიდრე მელანოს, დემნას კი 5-ით ნაკლები, ვიდრე გიორგის. შეადგინეთ გამოსახულება, სულ რამდენი წიგნი აქვს სამივეს?

9. **გეომეტრია:** მართკუთხედის სიგანე x სმ-ია, სიგრძე 4-ით მეტი. შეადგინეთ პერიმეტრის გამოსათვლელი გამოსახულება.

10. **გეომეტრია:** მართკუთხედის სიგანე x სმ-ია, სიგრძე 3-ჯერ მეტი. შეადგინეთ პერიმეტრის გამოსათვლელი გამოსახულება.

11. **შეცდომის ანალიზი** მოსწავლემ ტესტში დაწერა შემდეგი $5x+4y=9xy$. რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ?

12. **შეცდომის ანალიზი** მოსწავლემ დაწერა: 5 მეტრს მივუმატოთ 4 სმ = 9 მ-ს. რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ?



რთული ამოცანა

13. ფორმულა $C = \frac{5(F-32)}{9}$ გამოიყენება იმისათვის, რომ ფარენჰიტებით მოცემული ტემპერატურა შევუსაბამოთ გრადუსებს. (ინფორმაციისთვის, ტემპერატურა შეიძლება იყოს მოცემული როგორც გრადუსით ${}^{\circ}\text{C}$, ასევე ფარენჰიტით ${}^{\circ}\text{F}$ -ით).
ა) რამდენი გრადუსი შეესაბამება 72°F ? ბ) რამდენ ფარენჰიტს შეესაბამება -8°C ? გ) რამდენ ფარენჰიტს შეესაბამება 32°C ?

6.2 ერთწევრების გამრავლება და გაყოფა

ხარისხის შესწავლისას ჩვენ ვისწავლეთ ტოლფუძიანი ხარისხებით გამრავლება-გაყოფა. ერთწევრის ერთწევრზე გამრავლებისა და გაყოფისას ჩვენ გვჭირდება ხარისხის თვისებების ცოდნა და გამოყენება. განვიხილოთ მაგალითები:



ნიმუში 1 ერთწევრის ერთწევრზე გამრავლება და გაყოფა

$$\text{ა) } 5x \cdot 7x^2 = 5 \cdot 7 \cdot x \cdot x^2 = 35x^3$$

ერთწევრის ერთწევრზე გამრავლებისას კოეფიციენტი კოეფიციენტზე მრავ-ლდება, ხოლო ცვლადი - ცვლადზე.

$$\text{ბ) } -4xy^3 \cdot 2x^2y^4 = -4 \cdot 2 \cdot x \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^4 = -8x^3 \cdot y^7$$

$$\text{გ) } 40x^2 : 5x = \frac{40x^2}{5x} = 8x$$

ერთწევრის ერთწევრზე გაყოფისას კოეფიციენტი კოეფიციენტზე იყოფა, ხოლო ცვლადი - ცვლადზე.

$$\text{დ) } -\frac{2y}{3} : \frac{4y}{9} = -\frac{2y}{3} \cdot \frac{9}{4y} = -\frac{3}{2}$$

წილადებით გამრავლებისა და გაყოფის წესები ჩვეულებრივად ვრცელდება ალგებრულ წილადებზე



ნიმუში 2 ერთწევრების უ.ს.გ. — უდიდესი საერთო გამყოფი

$$\text{ა) ვიპოვოთ უ.ს.გ. } 15a \text{ და } 9a \quad \text{როგორც ვიცით თითოეული წევრი უნდა დავშალოთ მარტივ მამრავლებად}$$

$$15a = 3 \cdot 5 \cdot a$$

$$9a = 3 \cdot 3 \cdot a$$

$$3 \cdot a = 3a$$

საერთო გამყოფებია 3 და a

$$\text{უ.ს.გ.} = 3a$$

$$\text{ბ) ვიპოვოთ შემდეგი ერთწევრების } 8x^2 \text{ და } 6x^3 \text{ უ.ს.გ.}$$

$$8x^2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x$$

დავშალოთ მარტივ მამრავლებად

$$6x^3 = 3 \cdot 2 \cdot x \cdot x \cdot x$$

$$2 \cdot x \cdot x = 2x^2$$

$$\text{უ.ს.გ.} = 2x^2$$

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. ერთნევრის ერთნევრზე გამრავლება და გაყოფა

- | | | |
|--------------------------|----------------------|-----------------------------------|
| ა) $-5x^2y \cdot 3xy$ | გ) $20y^4 : 4y^2$ | ი) $\frac{a}{4} : \frac{3a}{8}$ |
| ბ) $-2x^2 \cdot (-3x^4)$ | დ) $30xy^4 : 10xy^2$ | ვ) $\frac{3b}{10} : \frac{9b}{5}$ |

2. იპოვეთ შემდეგი ერთნევრების უ.ს.გ. უდიდესი საერთო გამყოფი

- | | | |
|-----------------------|---------------------|------------------------|
| ა) $12x^2$ და $18x^3$ | გ) $9xy$ და $6xy$ | ი) $21xy$ და $14y^2$ |
| ბ) $20x^3$ და $12x^4$ | დ) $15x$ და $30x^2$ | ვ) $24x^2y$ და $60x^2$ |

სავარჯიშოები

3. გაამარტივეთ:

- | | | |
|----------------------------|------------------------|--------------------------|
| ა) $2x \cdot (-3y)$ | გ) $24a^2 : (-6a)$ | ი) $-4x \cdot 5x$ |
| ბ) $5x^2 \cdot 3x$ | ვ) $-8x^2 : 2x$ | ვ) $-5xy^2 \cdot (-2xy)$ |
| გ) $-3x^2y \cdot (-xy)$ | ღ) $40x^3 : 5x^2$ | ღ) $18x^2y^4 : 3xy^3$ |
| დ) $5a^2b^3 \cdot 2a^4b^2$ | ღ) $15a^4b : (-5a^3b)$ | ღ) $8ab : 4ab$ |

4. შეასრულეთ გამრავლება-გაყოფის ოპერაციები ალგებრულ წილადებზე:

- | | | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|--|-----------------------------------|------------------------------------|
| ა) $\frac{2a}{3} \cdot \frac{a}{5}$ | გ) $\frac{b}{4} \cdot \frac{2a}{3}$ | ი) $\frac{ab}{5} \cdot \frac{a}{b}$ | ღ) $\frac{a}{4} : \frac{a}{12}$ | ღ) $\frac{2b^2}{5} : 2b$ |
| ბ) $\frac{4a}{9} \cdot \frac{6}{5a}$ | ღ) $\frac{2a}{3} \cdot \frac{b}{5}$ | ვ) $\frac{4m}{9n} \cdot \frac{3n}{2m}$ | ღ) $\frac{3m}{5n} : \frac{2m}{n}$ | ვ) $\frac{5m}{8} : \frac{10m}{21}$ |

5. იპოვეთ შემდეგი ერთნევრების უ.ს.გ.

- | | | |
|--------------------|-------------------|-----------------|
| ა) $25x^2 ; 15x^3$ | გ) $x^2y; xy^2$ | ი) $10x^2 ; 5x$ |
| ბ) $12a^2 ; 8a$ | ღ) $16x^3; 24x^2$ | ვ) $18x; 9x^2$ |

6. ალგებრული წილადების შეკრება და გამოკლება

- | | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| ა) $\frac{a}{5} + \frac{a}{4}$ | გ) $\frac{2a}{8} - \frac{5a}{6}$ | ი) $\frac{2a}{8} - \frac{5a}{6}$ | ღ) $2\frac{a}{12} - \frac{3a}{4}$ |
|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|

6.3 ერთნევრის ჯამზე გამრავლება

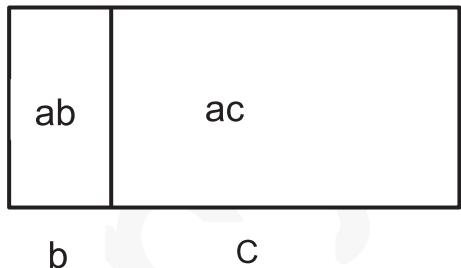
ალგებრაში გამარტივებებისათვის ხშირად გვჭირდება ერთნევრის ერთნევრზე ან მრავალნევრზე გამრავლება.

ჩანრიგებადობის თვისების თანახმად ჩვენ a ვიცით:

$$a(b+c) = ab+ac$$

$$a(b-c) = ab-ac$$

განრიგებადობის თვისება



ნიმუში 1 ერთნევრის ორნევრზე ან მრავალნევრზე გამრავლება:

$$\text{ა) } 5x(3x+4) = 5x \cdot 3x + 5x \cdot 4 = 15x^2 + 20x \quad \text{ბ) } x(2x^2 - 7) = x \cdot 3x^2 + x \cdot (-7) = 3x^3 - 7x$$



ნიმუში 2 მრავალნევრის ნამრავლად წარმოდგენა

წარმოვადგინოთ ნამრავლის სახით

$$\text{ა) } 20x - 15y \quad \text{ვიპოვოთ ერთნევრების უ.ს.გ.}$$

$$20x = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot x$$

$$15y = 3 \cdot 5 \cdot y \quad \text{უ.ს.გ.} = 5$$

$$\begin{aligned} 20x - 15y &= 4 \cdot 5 \cdot x - 3 \cdot 5 \cdot y \\ &= 5(4x - 3y) \end{aligned}$$

განრიგებადობის თვისების თანახმად:
 $ab - ac = a(b - c)$

$$\text{ბ) } 15x^2 - 10x^3$$

$$15x^2 = 3 \cdot 5 \cdot x \cdot x$$

$$10x^3 = 2 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot x \quad \text{უ.ს.გ.} = 5x^2$$

$$15x^2 - 10x^3 = 3 \cdot 5x^2 - 2x \cdot 5x^2 = 5x^2(3 - 2x)$$

$$1) -(a-b) = -1(a-b) = b-a ; \quad 2) a-b = -1(b-a) = -(b-a)$$

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. გახსენით ფრჩხილი განრიგებადობის თვისების გმოყენებით

- ა) $-5(2x+4y)$ გ) $-(2x-y)$ ქ) $-5(2x+4y)$
 ბ) $3x(2x+4)$ დ) $3a(2a+3b)$ ვ) $2x(5x-3x^2)$

2. წარმოადგინეთ ნამრავლის სახით:

- ა) $10a-15=5(\dots - \dots)$ გ) $25a+15b$ ქ) $9ab-3a$
 ბ) $8a^2-6a=2a(\dots - \dots)$ დ) $14x^2+21xy$ ვ) $24b+40b^2$

სავარჯიშოები

3. გახსნეთ ფრჩხილები

- ა) $-5(x+2)$ გ) $-2(3m-n)$ ქ) $-7(4a-5)$
 ბ) $2x(x-3)$ ქ) $5n(n-4)$ ვ) $-a(a+5b)$
 გ) $-4x(x^2+1)$ ვ) $-3n^2(n-2)$ ი) $3n(n+2m)$

4. გახსენით ფრჩხილი და შეაერთეთ მსგავსი წევრები:

- ა) $12+5(x-2)$ გ) $-15x-3x(4+x)$ ქ) $3(2a+3b)+4(a-4b)$
 ბ) $4-3(x+4)$ დ) $12x+5x(3-4x)$ ვ) $4(0.5a-b)-2(3a-5b)$

5. წარმოადგინეთ ნამრავლის სახით:

- ა) $-12a-24$ გ) $12x^2-8x$ ქ) $18ab-9b^2$ ქ) $7a+14$
 ბ) $-32a+8b$ დ) $21x^2+35x$ ვ) $24a^2+60a$ ი) $-40x^2+30x$



რთული ამოცანა გეომეტრია

6. მოცემულია მართკუთხედი, რომლის პერიმეტრი 94სმ-ია, იპოვეთ მართკუთხედის გვერდები და ფართობი.

$$x+5$$

$$x+3$$

ა)

$$x+2$$



ბ)

$$x-2$$



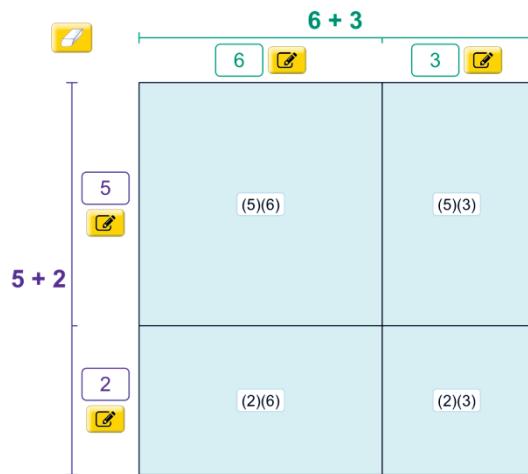
6.4 ორნევრის ორნევრზე გამრავლება

ორნევრის ორნევრზე გამრავლება.

თვალსაჩინოებისათვის
განვიხილოთ მართკუთხედი,
რომლის თითოეული გვერდი
გაყოფილია ორ ნაწილად. ღოვორც
ვიცით, მართკუთხედის ფართობი
გამოითვლება ფორმულით
სიგრძე×სიგანეზე, მეორენაირად
მართკუხედის ფართობი მისი
ნაწილების ფართობთა ჯამის
ტოლია.

განვიხილოთ მართკუთხედი,
რომლის გვერდები დაყოფილია:
 $(5+2)$ და $(6+3)$ ნაწილებად, გამო-
ვითვალოთ მართკუთხედის
ნაწილების ფართობები და
შევკრიბოთ:

$$\begin{aligned}(5+2) \cdot (6+3) &= 5(6+3) + 2(6+3) = \\ &= 5 \cdot 6 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3 \\ 30 + 15 + 12 + 6 &= 63 = 7 \cdot 9 = 63\end{aligned}$$



ორი წევრის ჯამის ორი წევრის ჯამზე
გამრავლების ზოგადი ფორმულა
 $(a+b)(c+d) = a(b+c) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$

ნამრავლის ჯამად წარმოდგენის მეთოდს ფოილის მეთოდიენდება. (FOIL
აბრევიატურა განიმარტება შემდეგნარიად: First - პირველი, Outer - გარე, Inner -
შიდა, Last - ბოლო, იგულისხმება წევრები).

წესი დეტალურად აღიწერება შემდეგნაირად:

$$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

I-წევრი I-ზე ; I-წევრი II- წევრზე

II-წევრი I-ზე ; II-წევრი I- წევრზე

მოცემული წესი ხშირად გმოიყენება გამარტივებებისა და სწრაფი გამოთვლისთვის.

აღნიშნული წესიდან გამომდინარეობს ორი წევრის სხვაობის, ორი წევრის სხვაობაზე ან ორი წევრის ჯამზე გამრავლების წესი:

$$(a+b)(c-d) = (a+b) \cdot (c+(-d)) = a(c+(-d)) + b(c+(-d)) = ac - ad + bc - bd$$

$$(a-b)(c-d) = (a+(-b)) \cdot (c+(-d)) = a(c+(-d)) - b(c+(-d)) = ac - ad - bc + bd$$



ნიმუში 1 ორწევრის ორწევრზე გამრავლება

ა) $(x + 2y)(5x - 3y) = x \cdot 5x + x \cdot (-3y) + 2y \cdot 5x + 2y \cdot (-3y) =$
 $= 5x^2 - 3xy + 10xy - 6y^2 = 5x^2 + 7xy - 6y^2$

ზემოთ მოყვანილი წესიდან გამომდინარე ვიცით, რომ $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$.

$(a+b)(c+d)$ ალგებრული გამოსახულება, $ac+ad+bc+bd$ გამოსახულების ტოლია. მოცემული ტოლობა ჭეშმარიტია ცვლადების ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის. აღნიშნულ ტოლობას იგივეობა ეწოდება.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. წარმოადგინეთ ჯამის სახით.

- | | | |
|---------------------|---------------------|------------------------|
| ა) $(x + 4)(x + 3)$ | გ) $(a - 5)(a + 7)$ | გ) $(2a + 3)(3a - 4)$ |
| ბ) $(x + 5)(x - 3)$ | დ) $(a - 2)(a - 1)$ | ვ) $(3a + b)(5a - 2b)$ |

2. გახსენით ფრჩხილები და შეაერთეთ მსგავსი წევრები:

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| ა) $4(2a-3) - 5(a+2)$ | გ) $2(a+2b) - (4a+4b)$ |
| ბ) $-3(a+1)-(2a-8)$ | ვ) $5(3a+4b)-2(7a+10b)$ |

სავარჯიშოები

3. გახსნეთ ფრჩხილები

- | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|
| ა) $(n-5)(n+2)$ | გ) $(2m+n)(3m-n)$ | გ) $(a-7)(a+7)$ |
| ბ) $(2m+3)(m-3)$ | დ) $(n^2-1)(n+4)$ | ვ) $(5a-4)(5a+4)$ |

4. წარმოდაგინეთ ჯამი წამრავლის სახით:

- | | | | |
|-----------------|------------------|------------------|--------------|
| ა) $5a - 15b$ | გ) $-ab + 6a$ | ე) $4a - 12b$ | ზ) $5a - 5$ |
| ბ) $8a^2 - 12a$ | დ) $9ab - 15a^2$ | ვ) $27a^2 + 18a$ | ო) $a^2 + a$ |

5. ჯგუფური სამუშაო:

ა) მოცემული მართკუთხედის სიგანე უდრის a -ს, სიგრძე დაყოფილია 3 ნაწილად: b , c და d . მართკუთხედის ფართობის გამოყენებით როგორ დაიშლება:
 $a(b+c+d)$

ბ) მოცემული მართკუთხედის სიგანე დაყავით a და b ორ ნაწილად, სიგრძე - 3 ნაწილად: c , d , e . აჩვენეთ რას უდრის:
 $(a+b)(c+d+e)$

6.5 შემოკლებული გამრავლების ფორმულები

ჩვენ უკვე ვიცით ორწევრის ორწევრზე გამრავლება. განვიხილოთ ორი ტოილ ორწევრის ერთმანეთზე გამრავლება.

ჩვენ ვიცით, რომ კვადრატის ფართობი, გვერდის კვადრატის ტოლია, ასევე კვადრატის ფართობი 4 მართულხედის ფართობის ჯამის ტოილ იქნება. ნახაზიდან გამომდინარე დავწეროთ ტოლობა:

$$\begin{aligned}(7+3)^2 &= 7 \cdot 7 + 7 \cdot 3 + 3 \cdot 7 + 3 \cdot 3 = \\ &= 7^2 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 3^2 = \\ &= 49 + 42 + 9 = 100 = 10^2\end{aligned}$$

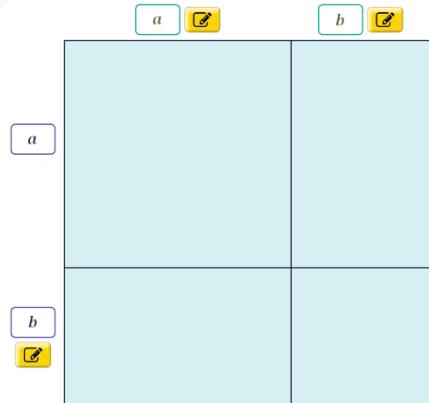
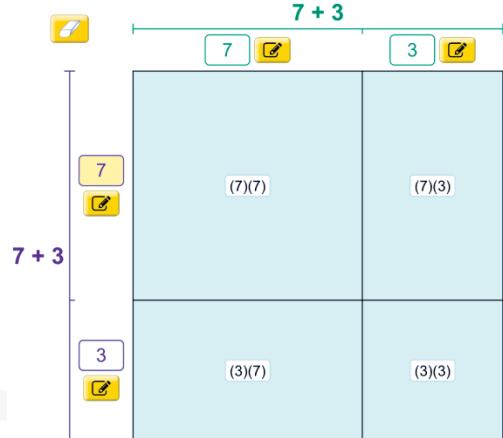
თუ რიცხვების ნაცვლად ჩავსვამთ ცვლადებს, მივიღებთ:

$$\begin{aligned}1. \quad (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = \\ &= a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2 = \\ &= a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2. \quad (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) = \\ &= a^2 - a \cdot b - a \cdot b + b^2 = \\ &= a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2\end{aligned}$$

3. ორი ცვლადის ჯამის ნამრავლი სხვაობაზე:

$$(a+b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b + b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$$



შემოკლებული გამრავლების ფორმულები

$$1. \quad (a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$2. \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$$3. \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$



ნიმუში 1 ნამრავლის წარმოდგენა ჯამად, შემოკლებული გამრავლების ფორმულის გამოყენებით

- ა) $(a+5)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 5 + 5^2 = a^2 + 10a + 25$
- ბ) $(5a-3b)^2 = (5a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 25a^2 - 12ab + 9b^2$
- გ) $(a-5)(a+5) = a^2 - 5^2 = a^2 - 25$
- დ) $(2a+7b)(2a-7b) = (2a)^2 - (7b)^2 = 4a^2 - 49b^2$



ნიმუში 2 ორწევრის წარმოდგენა ნამრავლის სახით:

- ა) $a^2 - 36 = a^2 - 6^2 = (a-6)(a+6)$
- ბ) $9x^2 - 100 = (3x)^2 - 10^2 = (3x-10)(3x+10)$

a^2+b^2 ნამრავლად არ

იშლება



ნიმუში 3 სამწევრის წარმოდგენა ნამრავლის სახით:

- ა) $a^2 + 10a + 25 =$ დავადგინოთ, არსებობს თუ არა კანონზომიერება
 $a^2 + 2 \cdot 5 \cdot a + 5^2 = (a+5)^2$ სამწევრის წევრებს შორის
- ბ) რა რიცხვი უნდა ჩაესვათ გამოტოვებულ ადგილას, რომ მივიღოთ სწორი ტოლობა:
 $4a^2 - 12a + \dots = (2a - \dots)^2$ $4a^2 = (2a)^2$, დავშალოთ შუა წევრი მამრავლებად
 $(2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + 3^2 = (2a-3)^2$

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. წარმოადგინეთ ჯამის სახით. ისარგებლეთ ფორმულებით:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2 ; \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- ა) $(a+4)^2$ ბ) $(2a+1)^2$ გ) $(a+3)(a+3)$ დ) $(a-10)(a+10)$
 ბ) $(a-6)^2$ დ) $(3a-1)^2$ გ) $(a-7)(a+7)$ ღ) $(2a+5)(2a-5)$

2. წარმოდგინეთ ორწევრი ნამრავლის სახით:

- ა) $x^2 - 4$ ბ) $m^2 - 36$ გ) $b^2 - 81$ ღ) $9x^2 - 49$

3. წარმოდაგინეთ სამწევრი ნამრავლის სახით:

- ა) $a^2+8a+16$ ბ) a^2-4a+4 გ) a^2+2a+1

სავარჯიშოები

4. გახსენით ფრჩხილები და წარმოადგინეთ ჯამის სახით:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2; \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

- | | | | |
|---------------|----------------|---------------------|---------------------|
| ა) $(b+1)^2$ | გ) $(2a+5)^2$ | ი) $(n-3)(n+3)$ | ხ) $(y^2+5)(y^2-5)$ |
| ბ) $(a+3b)^2$ | ქ) $(4+m)^2$ | კ) $(m+n)(m-n)$ | ო) $(x+2y)(x-2y)$ |
| გ) $(3a-5)^2$ | ზ) $(a^2-2)^2$ | ლ) $(m-6)(m+6)$ | პ) $(x-5y)(x+5y)$ |
| ღ) $(b+7)^2$ | თ) $(5+b^2)^2$ | ზ) $(m^2+1)(m^2-1)$ | ჟ) $(3y+x)(3y-x)$ |

5. შეავსეთ გამოტოვებული ადგილი ისე, რომ მიიღოთ სრული კვადრატი

- | | |
|---|--|
| ა) $a^2+6a+\dots=(\quad + \quad)^2$ | გ) $b^2+16b+\dots=(\quad + \quad)^2$ |
| ბ) $a^2-10a+\dots=(\quad - \quad)^2$ | ქ) $9a^2-12a+\dots=(3a-\quad)^2$ |
| გ) $b^2+4ab+\dots=(\quad + 2b \quad)^2$ | ზ) $b^2-14b+\dots=(\quad - 7 \quad)^2$ |
| ღ) $25b^2+10b+\dots=(\quad + 1 \quad)^2$ | თ) $36a^2-12ab+\dots=(\quad + b \quad)^2$ |

6. წარმოადგინეთ ჯამი ნამრავლის სახით. (გაიტანეთ მამრავლი ფრჩხილის გარეთ ან შემოკლებული გამრავლების ფორმულის გამოყენებით)

- | | | |
|------------------|--------------|------------------|
| ა) $3a-9b$ | ღ) a^2-25 | ჟ) $x^2-2xy+y^2$ |
| ბ) $12a^2+16a$ | ქ) $9b^2-4$ | ი) $x^2+18x+81$ |
| გ) $5a^2b+15b^2$ | ზ) $400-m^2$ | ო) $4x^2-20x+25$ |

7. შეცდომის ანალიზი:

ა) მოსწავლემ ტესტზე x^2+25 წარმოადგინა ნამრავლის სახით შემდეგნაირად:

$x^2+25=(x+5)(x+5)$. რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ?

ბ) მოსწავლემ დავალების შესრულებისას x^2+4 წარმოადგინა ნამრავლის სახით

შემდეგნარიად: $x^2+4=(x+2)(x-2)$, რა შეცდომა დაუშვა მოსწავლემ?



რთული საკითხი

8. ნარმოადგინეთ ნამრავლის სახით:

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| ა) $25b^2 - 4a^2$ | გ) $4x^2 + 20xy + 25y^2$ |
| ბ) $100a^2 - 81b^2$ | ვ) $9a^2 - 12ab + 4b^2$ |
| გ) $8m^2 - 18n^2$ | ზ) $4x^2 + 20xy + 25y^2$ |
| დ) $x^4 - 64$ | ო) $x^4 + 10x^2 + 25$ |



რთული საკითხი

9. შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენებით გამოიანგარიშეთ მარტივად.

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| ა) $51^2 - 49^2$ | გ) $102^2 - 98^2$ | ი) $205^2 - 5^2$ |
| ბ) $97^2 - 96^2$ | ღ) $197^2 - 97^2$ | ვ) $58^2 - 42^2$ |



რთული საკითხი

10. შემოკლებული გამრავლების ფორმულების გამოყენებით გამოიანგარიშეთ მარტივად.

- | | |
|--|--|
| ა) $55^2 + 2 \cdot 55 \cdot 45 + 45^2$ | ღ) $101^2 + 2 \cdot 101 \cdot 99 + 99^2$ |
| ბ) $67^2 + 2 \cdot 67 \cdot 33 + 33^2$ | ი) $540^2 + 2 \cdot 540 \cdot 60 + 60^2$ |
| გ) $101^2 - 2 \cdot 101 + 1$ | ვ) $342^2 - 2 \cdot 342 \cdot 42 + 42$ |



ტესტის ნიმუში:

1. შეაერთეთ მსგავსი წევრები
 - ა) $12x + 14y - 5x - 4y$
 - ბ) $4x^2 - 5y - 10x^2 + y$
2. გახსენით ფრჩხილი და შეაერთეთ მსგავსი წევრები:
 - ა). $-4(x+2y) + 8y$
 - ბ). $3(2x-5y) + 15y$
3. იპოვეთ მოცემული ერთწევრების უ.ს.გ. (უდიდესი საერთო გამყოფი)
 - ა) $8a^3 - 12a^2$
 - ბ) $15ab - 20a^2$
4. ამოხსენით განტოლება:
 - ა) $4(2x-1) = -12$
 - ბ) $12 - 5(2-x) = 36$
5. გაამარტივეთ:
 - ა). $4a^2b^3 : 2b^2$
 - ბ). $15a^2b^4 \cdot 4ab^2$
 - გ). $5a^2b^3 \cdot (2b)^2$
6. წარმოადგინეთ ნამრავლის სახით:
 - ა). $24a^2 + 8ab$
 - ბ). $-15ab - 18a^2$
7. წარმოადგინეთ ჯამის სახით შემოკლებული გამრავლების ფორმულების თანახმად:
 - ა). $(x - 4)^2$
 - ბ). $(2a + 5)^2$
 - გ). $(a-6)(a+6)$
 - დ). $(3b - 1)(3b + 1)$
8. წარმოადგინეთ ჯამი ნამრავლის სახით:
 - ა). $a^2 - 25$
 - ბ). $4a^2 - 49$
 - გ). $a^2 + 12a + 16$
 - დ). $4b^2 - 20b + 25$
9. გამოიანვარიშეთ მარტივად:
 - ა) $89^2 - 11^2$
 - ბ) $135^2 - 2 \cdot 135 \cdot 35 + 35^2$
10. მართკუთხედის სიგანე 4 სმ-ია, სიგრძე $(a+5)$. შედგინეთ მართკუთხედის პერიმეტრისა და ფართობის გამოსათველელი გამოსახულება და გაამარტივეთ.

VII კლასი

$\frac{\partial}{\partial x} \text{sin } x \leq x = 1 \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow (f_1, f_2, f_3) \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad e^x - y = 0, \quad A(0, e^x)$

$\text{goof: } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad e^x - y = 0, \quad A(0, e^x)$

$\bar{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad f(x) = 2^{-x}, \quad L = 0.005$

$y^1 - \bar{Y} = 0; \quad y(0) = 1 \quad Y_{n+1} = Y_n + \bar{B}^{-1} \bar{f}(Y_n)$

$\sum (P_2(x_i) - y_i) \quad \text{ლებლის ნიგნი}$

• პიკა • პიკა •

VII კლასი

$\frac{\partial}{\partial x} \text{sin } x \leq x = 1 \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow (f_1, f_2, f_3) \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad e^x - y = 0, \quad A(0, e^x)$

$\text{goof: } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad e^x - y = 0, \quad A(0, e^x)$

$\bar{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad f(x) = 2^{-x}, \quad L = 0.005$

$y^1 - \bar{Y} = 0; \quad y(0) = 1 \quad Y_{n+1} = Y_n + \bar{B}^{-1} \bar{f}(Y_n)$

$\sum (P_2(x_i) - y_i) \quad \text{ლებლის ნიგნი}$

• პიკა • პიკა •

დაფინანსებულია „მოსწავლეების სახელმძღვანელოებით
უზრუნველყოფის პროგრამის“ ფარგლებში

