



კუთხით განვითარებული სამართლი

ეათეამატიკური წიგნის ება

სტატისტიკა და ალბათობა

სახელმძღვანელო მომზადებულია გაეროს განვითარების პროგრამისა (UNDP) და შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოს (SDC) მხარდაჭერით. პროფესიული უნარების სააგენტოსა და გაეროს განვითარების პროგრამის საგრანტო პროექტის „საქართველოში სოფლის მეურნეობასთან დაკავშირებული სისტემების გაფართოება და პროფესიული განათლების მოდერნიზაცია, ფაზა – II“ ფარგლებში.

წინამდებარე გამოცემაში გამოთქმული მოსაზრებები ავტორისეულია და შეიძლება არ ასახავდეს გაეროს განვითარების პროგრამის, შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოსა და ა(ა)იპ პროფესიული უნარების სააგენტოს თვალსაზრისს.

სახელმძღვანელო წარმოადგენს პროფესიული უნარების სააგენტოს საკუთრებას და განკუთვნილია პროფესიული განათლების სტუდენტებისთვის, რომლებიც პროფესიული საგანმანათლებლო პროგრამის ფარგლებში გაივლიან საშუალო განათლების კომპონენტსაც.

სახელმძღვანელოზე მუშაობდა ავტორთა ჯგუფი:

- ქეთევან ცერცვაძე
- ევგენი გუგულაშვილი

მადლობას ვუხდით ჯულიეტა ტაბეშაძეს, მარინე ახალაიას, სვეტა გორგიშვილს, მზია დადვანს, ნანა ცინცაძეს, თამარ მურუსიძეს, ნანი სალიას, ნატო გერგაიას, ციცო თორიას, ნინელი ცერცვაძეს და მაია გველესიანს სახელმძღვანელოს შექმნაში შეტანილი წვლილისთვის.

რედაქტორი: ზურაბ ვახანია

გრაფიკული დიზაინერი: ვერა პაპასკირი

საავტორო უფლებები დაცულია



Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Swiss Agency for Development
and Cooperation SDC



პროფესიული
უნარების
სამსახური



მათემატიკური ნიზნივრება

1 თემა – პომალექსური დავალება

თემა 1. მონაცემთა ანალიზი

- 1.1. მონაცემების შემროვება
- 1.2. მონაცემების კლასიფიკაცია
- 1.3. მონაცემების წარმოდგენა
- 1.4. ჰისტორიამა, დაამუშავებული მონაცემები
- 1.5. მაღის, მოდა, საშუალო, გაბნევის დიაკაზონი
- 1.6. მონაცემთა განაწილების ფორმები

2 თემა – პომალექსური დავალება

თემა 2. მოდელირება ფუნქციით

- 2.1. კორელაცია, მისადაგების წრევა
- 2.2. ორგანზომილებიანი სისტემის ცხრილი
- 3.3. პირსონის კორელაციის კოეფიციენტი

3 თემა – პომალექსური დავალება

თემა 3. კომპიუტორიკა

- 3.1. ვარიანტების დათვლა, ვარიანტების დათვლის გამორჩევების წესი
- 3.2. ფაქტორირება, გადანაცვლება, წყობა, ჯუზთება

4 თემა – პომალექსური დავალება

თემა 4. ხდომილობის ალბათობა

- 4.1. ხდომილობა; ხდომილობის ალბათობის განმარტება
- 4.2. ორი ხდომილობის ურთიერთდამოკიდებულება

მათემატიკური ნიგნივრება

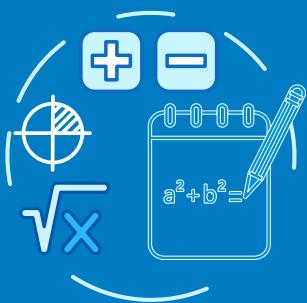


თავი V სტატისტიკა და ალბათობა

თანამედროვე სწრაფად ცვალებად ტექნოლოგიურ ხანაში კომპიუტერული მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების განვითარების საფუძველი მათემატიკაა. მომავალ ინჟინრებსა და მეცნიერებს, რომლებმაც ტექნოლოგიების საზღვრები უნდა გაარღვიონ, მათემატიკაში ძლიერი საფუძველი უნდა ჰქონდეთ. კომპიუტერული ინჟინერია და ზოგადად ინჟინერია მეტწილად მათემატიკასა და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებას იყენებს პრობლემების გადაჭრაში, მოვლენის მოდელირებასა და კვლევაში, რაც პროგრესისა და განვითარების საფუძველია.

მათემატიკა STEM განათლების საფუძველია, რაც პრობლემაზე და კვლევაზე დაფუძნებული სწავლების საშუალებას იძლევა.

I. დავალების წარდგენა



01010 თუ არა,

ყოველდღიურ ცხოვრებაში სატელევიზიო საშუალებების თუ ინტერნეტ მედიის საშუალებით ჩვენ ვეცნობით სხვადასხვა კვლევის შედეგს, რომელიც წარმოდგენილია გრაფიკულად, სიტყვიერად თუ ცხრილების მეშვეობით.

იმისათვის, რომ ვიცოდეთ ინფორმაციის სწორად შევძლოთ გაგება, აუცილებელია ვიცოდეთ, თუ როგორ ხდება კვლევის ორგანიზება, საკვლევი კითხვის დასმა, ასევე ინფორმაციის მაძიებელი კითხვების დასმა, მონაცემების შეგროვება, ანალიზი და ინტერპრეტაცია.

კომპლექსური დავალება



საკვანძო კითხვა:

- როგორ არის შესაძლებელი კლვევის დაგებმვა და მონაცემების ინტერპრეტირება?

მონაცემების შეგროვების ერთ-ერთი მეთოდი არის კითხვარის გამოყენება, საკვლევი კითხვის ჩამოყალიბების შემდეგ, დგება კითხვების ჩამონათვალი, რომელსაც გამოკითხულებმა პასუხი უნდა გასცენ. შეგროვებული ინფორმაციის საფუძველზე კეთდება დასკვნა.



თქვენი დავალება

მოიფიქრეთ თქვენთვის საინტერესო საკითხი და ჩამოაყალიბეთ საკვლევი კითხვა. საკვლევ კითხვასთან დაკავშირებით შეადგინეთ კითხვარი და დააორგანიზეთ კვლევა; გამოკითხვა შეგიძლიათ აწარმოოთ

Microsoft Forms (*Microsoft Forms* – კითხვარის შედეგა, ვიდეო ინსტრუქცია) ან Google Forms-ის მეშვეობით ინტერნეტით;

დავალება წარმოადგინეთ თქვენთვის მოსახერხებელი ფორმით; კითხვები და შედეგები გადაიტანეთ საპრეზენტაციო ფაილში:

დავალების წარდგენისას უპასუხეთ კითხვებს:

- რას ეხებოდა თქვენი საკვლევი საკითხი? რატომ იყო საინტერესო თქვენთვის?
- ვის მოიაზრებთ სამიზნე აუდიტორიად?
- როგორ დააორგანიზეთ კვლევა? რამდენად ობიექტურად და მიუკერძოებლად წარმართეთ პროცესი?
- როგორ წარმოადგინეთ კვლევის შედეგები? რამდენი სხვადასხვა მეთოდით არის შესაძლებელი?
- მონაცემების მოწესრიგების შემდეგ, რა აღმოაჩინეთ და დაადგინეთ კვლევის შედეგად?

დამხმარე ნიმუში დავალების პირობის გასააზრებლად

დავუშვათ, სკოლის მასწავლებლებმა ან განათლების სამინისტრომ გადაწყვიტა მოსწავლეების გამოკითხვა სასკოლო ცხოვრების შიდა კლიმატის დასადგენად. ამისათვის, მათ უნდა შეადგინონ კითხვარი.

გაგრძელება



I. დავალების წარდგენა



კომპლექსური დავალება



მას შემდეგ, რაც მკვლევარი გადაწყვეტს, რომელი საკითხის შესწავლა სურს, კვლევის დაწყებამდე მას უნდა ჰქონდეს ცოდნა, როგორ აწარმოოს კვლევა სწორად.

- როგორ ხდება მონაცემების შეგროვება?
- რა ტიპის მონაცემები არსებობს?
- რა წესით უნდა შევადგინოთ საკვლევი ჯმუფი?
- რა რაოდენობის მონაცემია საკმარისი, რომ დავწეროთ დასკვნა?
- რისთვის არის საჭირო დასკვნა?
- რა ხდის მონაცემების წარმოდგენას ეფექტურს?

პითევარი

1. რომელ კლასში სწავლობთ?

2. თქვენი სქესი: მდედრობითი მამრობითი

3. საშუალოდ რამდენ საათს ატარებთ სკოლაში ყოველდღე?

4. როგორ ფიქრობთ, აქვს თუ არა ბიჭს გოგოსთან შედარებით მეტი უფლებები?

5. ეთანხმებით თუ არა: მოსწავლეს, რომელიც კარგად სწავლობს, მეტ ყურადღებას აქცევენ

6. 10 ქულიანი სისტემით, როგორ შეაფასებდით სკოლას?

ვეთანხმები

არ ვეთანხმები

ნაწილობრივ ვეთანხმები

როგორც ნიმუშიდან ჩანს, არსებობს სხვადასხვა ტიპის მონაცემი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს გავარკვიოთ სკოლაში არსებული კლიმატი, ახალგაზრდების დამოკიდებულებები თუ ხელვები გარკვეული საკითხის მიმართ.

თამა 1. მონაცემთა ანალიზი

1.1. მონაცემთის შეგროვება

სტატისტიკა – არის მეცნიერება მონაცემების შეგროვების, დამუშავების, ანალიზის და მასზე დაყრდნობით დასკვნების გაკეთების შესახებ.

სტატისტიკას იყენებს ბიზნესი, სპორტი, მეცნიერება, მთავრობა და ა.შ.

სტატისტიკური კვლევის განხორციელებისთვის ყოველთვის არის გამოკვეთილი სამიზნე აუდიტორია, რომელთა შესახებაც არის აუცილებელი ინფორმაციის შეგროვება და დამუშავება, რათა შემდეგ გაკეთდეს დასკვნა, ეფექტური გადაწყვეტილების მიღება, საფუძვლიანი ვარაუდების გაკეთება, არსებული სიტუაციის ანალიზი.

არსებობს გამოკითხვის წარმოების სხვადასხვა მეთოდი.

მაგალითად, ინფორმაციის მოგროვება ხდება ხალხის გამოკითხვით. თუ უნდა გამოიკითხოს, თბილისის ყველა მოსახლე, ვიტყვით, რომ უნდა გამოიკითხოს სრული პოპულაცია. როდესაც გამოკითხვის დროს უნდა გამოიკითხოს სამიზნე (გამოსაკითხი) აუდიტორიის თითოეული წევრი, ამბობენ, რომ ხდება აღწერა. ხშირად, კვლევებისას, გამოიკითხავენ მცირე ჯგუფს, რასაც ეწოდება შერჩევითი მეთოდით გამოკითხვა და შემდეგ, გარკვეული წესების დაცვით, ინფორმაციის განზოგადება სრული პოპულაციისთვის.

შერჩევითი მეთოდით წარმოებული გამოკითხვის დროს, გამოიკითხავენ პოპულაციის მცირე ჯგუფს.

მცირე ჯგუფი უნდა შეირჩეს ისე, რომ აღწერდეს სრულ პოპულაციას. მცირე ჯგუფის მონაცემების ანალიზით დასკვნა კეთდება სრული პოპულაციისთვის.

შერჩევითი ჯგუფის გამოკითხვისას პროცესი მიმდინარეობს სწრაფად და საორგანიზაციოდ იაფია, თუმცა აღწერასთან შედარებით არ არის დეტალური და ცდომილება შედარებით მაღალია.



აღწერისას გამოკითხავენ პოპულაციის ყველა წევრს და აგროვებენ ინფორმაციას.
აღწერა დეტალურია, ზუსტი, მაგრამ საორგანიზაციოდ ქვირი და შრომატევადი. შესაძლებელია ადამიანების ან ობიექტების აღწერა



ტელესკოპი

როგორც ვხედავთ, აღწერისას ხდება სრული პოპულაციის გამოკითხვა, ხოლო შერჩევითი მეთოდით გამოკითხვისას კი მცირე ჯგუფის გამოკითხვა.

შერჩევითი მეთოდით გამოკითხვა გულისხმობს, მხოლოდ მოსახლეობის (ან გამოსაკითხი ჯგუფის) გარკვეული ნაწილის გამოკითხვას, რომელიც უნდა შეირჩეს შემთხვევის წესით.



ნიმუში 1

გვაინტერესებს, საქართველოში 12-18 წლამდე ახალგაზრდებს მათემატიკა უყვართ თუ არა და რატომ?

- პოპულაციიდან გამოვყავით **სამიზნე ჯგუფი** (ჯგუფი, რომელიც ჩვენი ინტერესის სფეროა) 12-18 წლის ახალგაზრდები.
- რადგან ყველას გამოკითხვა შრომატევადია, **შერჩევითი გამოკითხვის წესით** გამოვკითხავთ მცირე ჯგუფს და დასკვნას გავაკეთებთ ყველა მოსწავლის შესახებ.
- დასკვნის ობიექტურობისათვის, აუცილებელია გამოვკითხოთ **შემთხვევითი მოსწავლეები**.
- თუ მონაცემების შემგროვებელი მივიღა მათემატიკურ სკოლასთან და იქ შეარჩია მცირე ჯგუფი, მაშინ დასკვნა არ იქნება რეალობასთან ახლოს, რადგან სავარაუდოდ, მათემატიკური სკოლიდან გამოსულ ბავშვებს ეყვარებათ მათემატიკა, ამიტომ აუცილებელია, გამოიკითხოს სხვადასხვა სკოლის ბავშვები.



საკვანძო პიტება:

რას ეწოდება მიკერძოებული გამოკითხვა? არსებობს სამუშაო ჯგუფის შედეგების რამდენიმე გზა, ერთ-ერთია მიკერძოებული გამოკითხვა. მაგალითად, თუ გვაინტერესებს, გავიგოთ, მოსწავლეებს სპორტი ურჩევნიათ თუ ცეკვა და გამოვკითხავთ მხოლოდ სპორტული სკოლის ბავშვებს და შედეგს განვაზოგადებთ ყველა მოსწავლეზე, მაშინ მივიღებთ მიკერძოებულ გამოკითხვას. აღნიშნულ წესს ჰქვია BIAS Sample – მიკერძოებული შერჩევა.

მონაცემების მოგროვებისა და დამუშავებისათვის საჭიროა დავიცვათ შემდეგი წესები, მოქმედებათა თანმიმდევრობა:

ნაბიჯი 1:	ნაბიჯი 2:	ნაბიჯი 3:	ნაბიჯი 4:	ნაბიჯი 5:
ჩამოაყალიბეთ საკითხი, რომლის შესწავლაც იქნება შესაძლებელი და ჩამოწერეთ კითხვები, რომლებიც დაგეხმარებათ საკითხის შესწავლაში.	შეაგროვეთ მონაცემები	დაამუშავეთ მონაცემები	შეაჯამეთ და წარმოადგინეთ მონაცემები	მოახდინეთ შედეგების ინტერპრეტაცია; გააანალიზეთ მონაცემები და დაწერეთ დასკვნა



ნიმუში 2

ქვემოთ ჩამოთვლილი საკითხების კვლევისათვის, კვლევის რომელი მეთოდის გამოყენება იქნება სასურველი და მეტად ეფექტური?

- ა) თბილისში საგზაო შემთხვევების (ავარიების) გამომწვევი მიზეზები.
- ბ) ბიზნესს აინტერესებს, რა უფრო უყვარს მოსახლეობას – კოკა-კოლა თუ პეპსი?

ა) აღწერა – პირველი საკითხის საკვლევად აუცილებელია ზუსტი და დეტალური ინფორმაციის ფლობა. ამიტომ სასურველია თუ მკვლევარი დააფიქსირებს ყველა საგზაო შემთხვევის.

ბ) შერჩევითი გამოკითხვა – მსგავსი საკითხის საკვლევად საკმარისია გამოიკითხოს მოსახლეობის გარკვეული ნაწილი. გამოკითხვისას უნდა გამოიკითხონ „შემთხვევითი წევრები“. თუ გამომკითხველი გამოიკითხავს მხოლოდ იმ ადამიანებს, რომლებმაც კოკა-კოლა იყიდეს, გამოკითხვა იქნება მიკერძოებული.



ნიმუში 3

მოსწავლემ გადაწყვიტა გაერკვია I-VII კლასის მოსწავლეებს რა უფრო უყვარდათ, კომპიუტერული თამაშები თუ გარე აქტივობები? (მაგ: ფეხბურთი, სირბილი და ა.შ.).

მოცემული კითხვარის მიხედვით, შეძლებენ თუ არა მოსწავლეები გამოკითხვის სწორად წარმოებას?

მოცემული კითხვარის მიხედვით, შეძლებენ თუ არა მოსწავლეები სწორად გამოკითხვას?

გამოკითხვა იქნება მიკერძოებული და არ იქნება ზუსტი ყველა 1-7 კლასის მოსწავლეთა პოპულაციისთვის.

ჩამონათვალში მითითებულია მხოლოდ კომპიუტერული თამაშების სახელები და არ არის არც ერთი გარე ან ფიზიკური აქტივობა.

ადამიანები ხშირად, გამოიკითხავენ მიკერძოებულად, რათა დაასაბუთონ თავიანთი აზრის უპირატესობა.

ფორტნაითის

თამაში

მაინკრაფტის

თამაში

ფორტნაითი და მაინკრაფტი კომპიუტერული თამაშებია.

გაფრთხილება: არ არის სასურველი კომპიუტერული თამაშების დიდი დროით თამაში



საპარკიშოები

1. დაწერეთ კვლევის რომელი მეთოდი უნდა იყოს გამოყენებული ჩამოთვლილი საკითხების ანალიზისთვის?

- I. რომელია ყველაზე პოპულარული სატელევიზიო შოუ?
- II. ფეხბურთის ჩემპიონატის დროს, კვირაში სულ რამდენი გოლი გადის?
- III. 10 წლამდე ბავშვებს კატა უფრო უნდათ რომ ჰყავდეთ თუ ძაღლი?
- IV. წლის განმავლობაში გოგო მეტი დაიბადა თუ ბიჭი?

ინფორმაციისთვის:

- ქვეყნის დემოგრაფიულ ვითარებაში გასარკვევად ატარებენ კვლევებს, იმასთან დაკავშირებით, იკლო შობადობამ თუ მოიმატა.
- მაგალითად, ბიზნესში მარკეტინგის წარმომადგენლებს აინტერესებთ, რომელი სატელევიზიო შოუ უფრო პოპულარულია და უყურებს მოსახლეობა იმისათვის, რომ განათავსონ რეკლამა და ა.შ.

2. აპლიკაციების კომპანიამ შექმნა ორი ახალი კომპიუტერული თამაში. იმისათვის, რომ გაეგოთ რომელი თამაში უფრო მოსწონთ ბავშვებს, რამდენიმე სკოლაში გამოკითხეს 500-მდე ბავშვი. გამოკითხვის რა მეთოდი გამოიყენეს კვლევისთვის?

3. მოსწავლეს უნდა დაამტკიცოს, რომ ახალგაზრდებს როკზე მეტად ჰიპ-ჰოპი მოსწონთ.

- როგორი მეთოდით უნდა ჩაატაროს გამოკითხვა: ჰიპითხოს ყველას – აღწეროს ახალგაზრდები ვინ რომელ მიმდინარეობას უსმენს? ჰიპითხოს შემთხვევითად შერჩეულ მოსწავლეებს, თუ ჰიპითხოს მარტო მათ, ვისაც უყვართ ჰიპ-ჰოპი?
- შეადგინეთ კითხვარის ფორმა.

4. იმისათვის, რომ დაედგინა, ცურვა უფრო მეტად უყვართ თანატოლებს თუ ცეკვა, ნუცამ გამოკითხა აუზზე მისული მისი თანატოლები.

- გამოკითხვის რა მეთოდით ჩაატარო კვლევა ნუცამ?

5. იმისათვის, რომ დადგინდეს, მოსახლეობის რაოდენობა შემცირდა თუ გაიზარდა, რა ტიპის კვლევა არის ჩასატარებელი?

6. ჩამოთვლილი საკითხების საკვლევად გადაწყვიტეთ, რომელი მეთოდით აჯობებს კვლევის ჩატარება: მთელი პოპულაციის გამოკითხვა (აღწერა) თუ შერჩევითი მეთოდის გამოყენება?

ა) რამდენი საათის განმავლობაში მეცადინეობენ მოსწავლეები კვირაში მათემატიკას?

ბ) მოსახლეობას თანამედროვე ფილმები უფრო მოსწონს თუ ძველი ფილმები?

გ) 14 წლამდე მოსწავლეებს ბეტმენი უფრო მოსწონთ თუ სუპერმენი?

პასუხი დაასაბუთეთ. (ბეტმენი და სუპერმენი ფილმის პერსონაჟებია).



საპარკიშოები



■ ჯგუფური სამუშაო

7. ლიტიმ, ელიმ და ანდრიამ გადაწყვიტეს მეშვიდე, მერვე და მეცხრე კლასელების გამოკითხვა თემაზე ზაფხულის კურორტები უყვართ თუ ზამთრის? სულ სამ კლასში მოსწავლეების რაოდენობა არის შემდეგი:

მე-7 კლასი	მე-8 კლასი	მე-9 კლასი
120	90	150

- ა) რამდენი მოსწავლე უნდა გამოკითხონ თითო კლასიდან?
 ბ) შეადგინეთ გამოკითხვის ფორმა, რომელშიც იქნება რამდენიმე მიზეზი თუ რა უპირატესობები აქვს თითოეულ კურორტს.
 გ) რომელია სამიზნე აუდიტორია?
8. ეკამ და სერგიმ გადაწყვიტეს სპორტსმენების გამოკითხვა, თუ რომელი პერსონაჟი უფრო მეტად მოსწონთ, პარი პოტერი თუ აირონ მენი. იმისათვის, რომ დაადგინონ, რის გამო რომელი ფილმის პერსონაჟს ანიჭებენ უპირატესობას, შეადგინეს კითხვარი. (პარი პოტერი წიგნია, რომლის მიხედვითაც გადაიღეს ფილმი)
- აღწერეთ, როგორ უნდა ჩატარონ გამოკითხვა?
 - რა ტიპის, კითხვები უნდა დაწერონ?
 - რა შემთხვევაში იქნება გამოკითხვა მიკერძოებული?

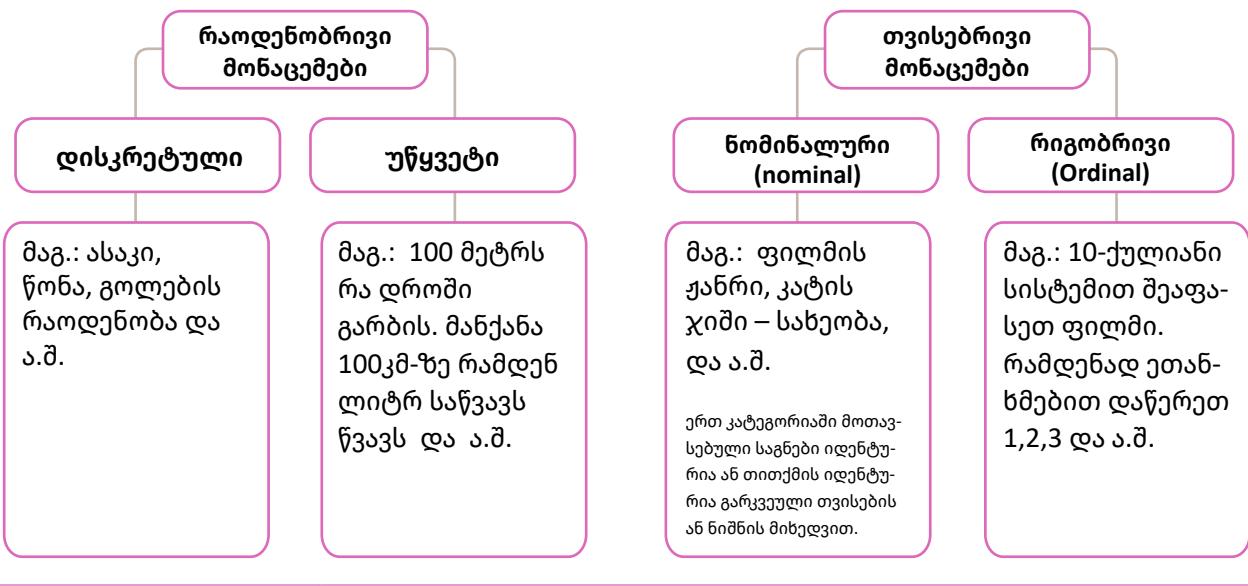
ტერმინები		
პოპულაცია	მიკერძოებული გამოკითხვა	შემთხვევითი წესით მონაწილის არჩევა
სამიზნე აუდიტორია	შერჩევითი გამოკითხვა	კითხვარი
აღწერა	კვლევა გამოკითხვა	

1.2. მონაცემების კლასიფიკაცია

მონაცემების დაუმავარა

სტატისტიკაში შეგროვებულ ინფორმაციას ეწოდება მონაცემები. თავის დასაწყისში წარმოდგენილ კითხვარს თუ დავაკვირდებით, მივწვდებით, რომ მონაცემები არის სხვადასხვა სახის: რაოდენობრივი და თვისებრივი.

თავის მხრივ, ხდება რაოდენობრივი და თვისებრივი მონაცემების კლასიფიკაცია



რაოდენობრივი მონაცემები	მიიღება თვლის ან დაკვირვების შედეგად და გამოისახება რიცხვებში. რაოდენობრივი, რიცხვებით გამოსახული ინფორმაციის წარმოდგენა შესაძლებელია სხვადასხვა სახით.
თვისებრივი მონაცემები	გამოხატავს ობიექტის მდგომარეობას ან თვისებას.

განვიხილოთ მაგალითი და დავალავოთ მონაცემები:

ნინიმ გადაწყვიტაჩაეტარებინა გამოკით-
ხვა კლასელებში, თუ რამდენი და-ძმა არის
თითოეულ ოჯახში (რამდენი დედმამიშვი-
ლია თითოეულ ოჯახში), გამოკითხვა 14
კლასელი და ჩაიწერა მონაცემები შემდეგ-
ნაირად:

1 2 2 3 3 2 1 1 3 2 2 1 1 2





მოვაწესრიგოთ მონაცემები ცხრილის მეშვეობით. სტატისტიკაში მონაცემების ორგანიზებისათვის და დასათვლელად გამოიყენება პატარა ჯოხები (გამოისახება სიმბოლოთი |).

შედეგები	რაოდენობის დათვლა	რაოდენობა რიცხობ- რივად	ფარდობითი სიხშირე
1		5	$\frac{5}{14}$
2		6	$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$
3		3	$\frac{3}{14}$
სულ		14	1

ფარდობითი სიხშირე – მონაცემის სიხშირის შეფარდებას მონაცემის საერთო რაოდენობასთან, ფარდობითი სიხშირე ეწოდება.

ფარდობითი სიხშირეების ჯამი უდრის ერთს.

ერთი ჯოხი აღნიშნავს ერთს. |||| – აღნიშნავს 5-ს.

გამომდინარე იქიდან, რომ ცხრილი გვიჩვენებს, რამდენად ხშირია თითოეული ვარიანტი (კატეგორია), ცხრილს ეწოდება სიხშირის გამომსახველი ცხრილი.

ცხრილიდან ჩანს, რომ 14 გამოკითხულიდან, 5 ოჯახშია მხოლოდ ერთი ბავშვი,

6 ოჯახში – 2 ბავშვი და 3 ოჯახში – 3 ბავშვი.

გამოკითხვის პროცესში „ჯოხების“ გამოყენება გვეხმარება მონაცემების შეგროვებასა და ორგანიზებაში. გამოკითხვისას, როდესაც რესპონდენტი გვპასუხობს, რომ ოჯახში არის 3 ბავშვი, ჩვენ 3-ის გასწვრივ ჩამოვალუსვამთ ერთ ჯოხს და ა.შ. სიხშირე და ფარდობითი სიხშირის სვეტი მარტივად აღქმადს ხდის ინფორმაციას, გვიჩვენებს რომელი მონაცემი უფრო ხშირად მეორდება.

მენიშვნა: რესპონდენტი არის ადამიანი, ვისი გამოკითხვაც ხდება.

მონაცემების რაომოდგენის ხარხები

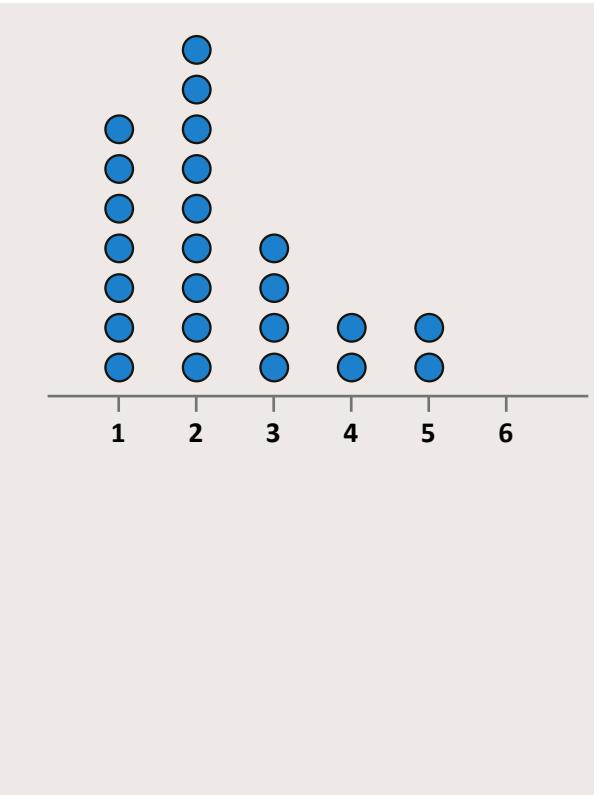
მონაცემების წარმოდგენა წერტილოვანი
დიაგრამის მეშვეობით

სიზშირეთა ცხრილის გრაფიკული წარმოდ-
გენა ხდება წერტილოვანი დიაგრამის მეშვე-
ობით.

რიცხვით ღერძზე ინიშნება მონაცემები, ხო-
ლო ვერტიკალურად ვსვამთ იმდენ წერტილს,
რამდენჯერაც გამოირდა აღნიშნული მონა-
ცემი. დიაგრამაზე განლაგებული ინფორმაცია
იყითხება შემდეგნაირად:

თითოეული მონაცემი გამოირდა:

- 1** — 7-ჯერ
- 2** — 9-ჯერ
- 3** — 4-ჯერ
- 4** — 2-ჯერ
- 5** — 2-ჯერ



ნიმუში 1 – პროგნოზირება – პროპორციის გამოყენება სტატისტიკაში

კომპანიაში 1600 ადამიანია დასაქმებული, შემთხვევითი წესით შერჩეულ 50 აპლიკანტს შორის 18 თქვა, რომ ჰყავს ავტომობილი. ივარაუდო, რამდენ ადამიანს შეიძლება ჰყავდეს ავტომო-
ბილი 1600 ადამიანიდან?

იმისათვის, რომ მიახლოებით ვივარაუდოთ, რამდენ ადამიანს შეიძლება ჰყავდეს მანქანა 1600
თანამშრომლიდან, დავწეროთ პროპორცია:

თუ 50-დან ჰყავდა 18-ს

სავარაუდოდ 1600-დან ეყოლება X-ს

ვადგენთ პროპორციას შემდეგი წესით:

$$\frac{\text{გამოკითხულთაგან ავტომობილის მფლობელთა რაოდენობა}}{\text{გამოკითხულთა რაოდენობა}} = \frac{\text{ავტომობილის მფლობელთა სრული რაოდენობა}}{\text{თანამშრომელთა სრული რაოდენობა}}$$

$$\frac{18}{50} = \frac{x}{1600}$$

პროპორციაში ჯვარედინი წევრების ნამრავლი ტოლია

$$50 \cdot x = 1600 \cdot 18$$

$$x = 576$$

რა საკვირველია, ამ შემთხვევაში, რადგან არ გამოიკითხა სრულად, პასუხი არ არის ზუსტი.
პროპორციის გამოყენებით, მიახლოებით, 1600 თანამშრომლიდან მანქანა ეყოლება 576-ს.



საპარკიშოები

■ მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. რადიო სადგურმა ჩაატარა გამოკითხვა შემთხვევითი გამოკითხვის წესით, თემაზე, რა ჟანრის მუსიკა უფრო მოსწონს მსმენელს. შედეგები მოცემულია ცხრილით.

ა) სულ რამდენი მსმენელი გამოიკითხა?

ბ) რა არის თითოეული ჟანრის სიხშირე?

ჟანრი	რაოდენობის დათვლა	სიხშირე	ფარდობითი სიხშირე
როკი			
პოპი			
რეპი			
პოპ-პოპი			
ელექტრონული			

გ) რა არის თითოეულის ფარდობითი სიხშირე?

მითითება: შეავსეთ ცხრილი, იმუშავეთ რვეულში.

2. კომპანიაში 1200 თანამშრომელი მუშაობს. იმისათვის, რომ მოაწესრიგონ პარკინგის პრობლემა, ანუკიმ და ზუკამ გადაწყვიტეს დაადგინონ რამდენს ჰყავს მანქანა. რადგან ყველა თანამშრომელის გამოკითხვა დიდ დროს მოითხოვს, მათ გამოიყენეს შერჩევითი გამოკითხვის წესით ჩაატარეს. შემთხვევით შერჩეული 60 გამოკითხული აპლიკანტიდან 24-მა თქვა, რომ ჰყავდა მანქანა. რა დასკვნის გაკეთება შეუძლია ანუკის და სანდოროს თანამშრომლების სრული რაოდენობისთვის? სავარაუდოდ, რამდენ თანამშრომელს ეყოლება მანქანა?

3. გამოკითხვა შერჩევითი წესით:

ქალაქში, სადაც მოსახლეობის რიცხვი არის 200000, გადაწყვიტეს ჩაეტარებინათ კვლევა, რომელი ბრენდის ნოუთბუქს ანიჭებენ უპირატესობას: ბრენდი A, ბრენდი B, ბრენდი C.

შემთხვევითი შერჩევის გამოკითხვის წესით გამოკითხეს 1000 მომხმარებელი. ცხრილში მოცემული შედეგების მიხედვით იპოვეთ:

ა) ფარდობითი სიხშირე და გამოსაზეთ პროცენტებში.

ბრენდი	მომხმარებელი	ფარდობითი სიხშირე
ბრენდი A	350	
ბრენდი B	250	
ბრენდი C		



საპარკიშოები

- ბ) რისთვის შეიძლება გამოიყენოს ბიზნესმა აღნიშნული ინფორმაცია?
- გ) დაწერეთ 2 მიზეზი მაინც, რატომ შეიძლებოდა ჩატარებინა გამოკითხვა კომპანია ბრენდ ა-ს?

- 4.** მოცემულია ინფორმაცია წერტილოვანი დიაგრამის მეშვეობით.

ლანამ გადაწყვიტა ყოველდღე ევარჯიშა და ერბინა ლისის ტბაზე.

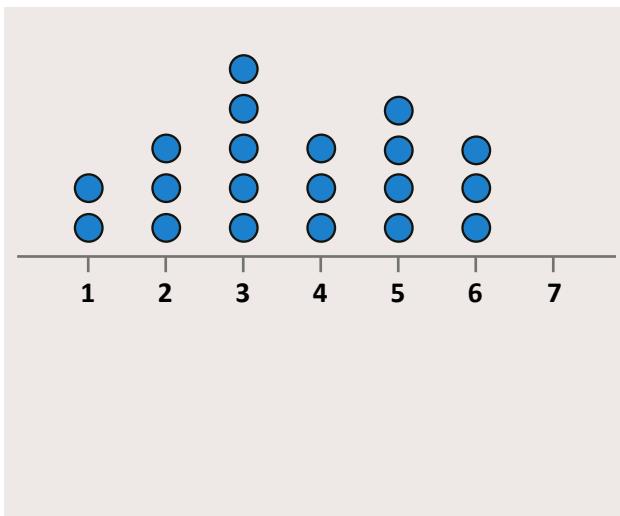
ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია რამდენ კმ-ს დარბოდა 20 დღის განმავლობაში თითოეულ დღეს.

ა) რამდენი დღის განმავლობაში ირბინა ლანამ 3 კმ?

ბ) რამდენი დღის განმავლობაში ირბინა ლანამ 4 და 5 კმ?

გ) სულ რამდენი კილომეტრი ირბინა ლანამ 20 დღის განმავლობაში?

დ) გამოითვალით თითოეული მონაცემის ფარდობითი სიხშირე.



- 5.** ორმა მოსწავლემ გადაწყვიტა შეესწავლა თუ რამდენად უყვართ კითხვა მაღალი კლასის მოსწავლეებს და ჩატარეს გამოკითხვა:

კვლევა: მე-10 – მე-12 კლასელების წიგნის კითხვის სიყვარულის შესახებ

კვლევის მეთოდი	კვლევის შედეგი
ელენემ გამოიკითხა 40 ნაცნობი მაღალკლასელი	75%-მა უთხრა, რომ მუდმივად კითხულობენ ნოველებს.
ტატამ გამოიკითხა სკოლის მასშტაბით 100 უფროსკლასელი შემთხვევითი შერჩევის წესით	40%-მა უთხრა, რომ მუდმივად კითხულობენ ნოველებს.

იმსჯელეთ და დაასაბუთეთ პასუხები:

ა) რომელმა რა მეთოდით ჩატარა გამოკითხვა?

ბ) რომელი მოსწავლის გამოკითხვა მოგვცემს მეტად ობიექტურ სურათს?

- 6.** რა განსხვავებაა პოპულაციის აღწერასა და შერჩევითი წესით მცირე ჯგუფის გამოკითხვას შორის?

- 7.** რა განსხვავებაა შემთხვევითი წესით შერჩეული ადამიანების გამოკითხვასა და მიკერძოებულ გამოკითხვას შორის?



საპარკიშოები

8. გიორგიმ გააგორა კამათელი და ჩამოწერა შედეგები, რაც მოვიდა კამათლის გაგორების შე-
ძეგ. შედეგები გამოიყურება შემდეგნაირად:

3 , 1, 2, 1, 2, 5, 6, 6, 4, 2, 1, 1, 2, 4, 5

4 ,2, 6, 2, 4, 5, 5, 3, 1, 3, 1, 2, 5, 6

ა) წარმოადგინეთ მონაცემები სიხშირის ცხრილის ან მონაკვეთის დახმარებით.

ბ) დაითვალეთ თითოეული რიცხვის მოსვლის სიხშირე.

გ) დაითვალეთ თითოეული რიცხვის მოსვლის ფარდობითი სიხშირე.

9. მოცემული მონაცემები გადაიტანეთ სიხშირის მონაკვეთზე და დაითვალეთ თითოეული მონა-
ცემის მოსვლის სიხშირე და ფარდობითი სიხშირე.

A	B	B	C	C	B	A	A	B	C
C	A	B	B	A	B	C	C	A	B



10. როკკონცერტის დასრულების შემდეგ, მარიამმა გამოკითხა კონცერტიდან გასული მსმენელი
იმის დასადგენად, თუ რა ჟანრის მუსიკა მოსწონდათ მეტად.

ა) სწორად დაგეგმა მარიამმა კვლევა?

ბ) რა ტიპის მონაცემებს შეაგროვებს მარიამი, მიკერძოებულს თუ ობიექტურს?



კვლევა სპორტში

11. მაიას და სანდროს სურდათ
კვლევის შედეგად დაედგინათ,
რამდენი მოსწავლეა დაკავებუ-
ლი სპორტით. სკოლაში 630 მოს-
წავლე სწავლობს, სრული რაო-
დენობის გამოკითხვის ნაცვლად,
მათ შემთხვევითი გამოკითხვის
წესით გამოკითხეს 70 მოსწავლე
და აღმოჩნდა, რომ 70-დან 14
მოსწავლე იყო სპორტით დაკავე-
ბული.



რა ვარაუდის გაკეთება შეუძლიათ მაიას და სანდროს თავიანთი კვლევისთვის?
კიდევ, რა შეუძლიათ დაადგინონ აღნიშნულ საკითხთან დაკავშირებით?



მინიშნება: რამდენი სხვადასხვა სახეობის სპორტით არიან დაკავებულები.
რა კითხვების დამატება შეუძლიათ კითხვარში კვლევის გამრავალფეროვნე-
ბისთვის? შეადგინეთ კითხვარის ნიმუში.



საპარტიშოები

- 12.** ბიზნესი: საბას საწარმო წელიწადში აწარმოებს 180 000 მაისურს. მას სურდა, დაედგინა, მიახლოებით, რამდენი დეფექტიან მაისურს აწარმოებს წლიურად. ამისათვის, მან შემთხვევითი შერჩევის წესით ამოარჩია 135 მაისური და აღმოჩნდა, რომ 15 იყო დეფექტით. რა ვარაუდის გაცეთება შეუძლია საბას? სავარაუდოდ, რამდენი დეფექტიანი მაისური იქნება 180 000 მაისურში?

■ კვლევის დაგეგმვა

- 13.** იმუშავეთ ჯგუფებში. შეადგინეთ კითხვარი იმის დასადგენად თუ:

- ა) რა ჟანრის ფილმები მოსწონთ კლასში? სკოლაში?
- ბ) რამდენად მოსწონთ 1-6 კლასელებს კომპიუტერული თამაშები და რა დროს უთმობენ კვირაში თამაშს?

- 14.** ოთომ და ნიკამ გადაწყვიტეს დაედგინათ თანატოლებს რა უფრო უყავრთ თეატრი თუ კინო? მათ გადაწყვიტეს 10 ქულიანი სისტემით შეფასებინათ გამოკითხულთა მოწონების ხარისხი.

- თუ მოსწავლეს ძალიან უყვარს რომელიმე, უნდა დაუწეროს 9 ან 10.
- თუ საშუალოდ უნდა მიანიჭოს 5-8 ქულა.
- თუ არც ისე მოსწონს, მაშინ 1-4 ქულა

	კინო	თეატრი
1-4		
5-8		
9-10		

დასკვნა: როგორი ტიპის მონაცემებს აგროვებენ ოთო და ნატა?

პ.ს. გამოკითხეთ კლასელები და დაწერეთ დასკვნა.

- 15.** წლის ბოლოს სკოლაში ჩატარდა გამოცდა მათემატიკაში, რომელშიც მოსწავლეებმა მიიღეს შეფასებები A, B ან P.

A ნიშნავს, რომ მოსწავლეს ძალიან კარგად აქვს დაძლეული პროგრამა.

B ნიშნავს, რომ მოსწავლეს კარგად აქვს დაძლეული პროგრამა, იცის მთავარი საკითხები და კონცეფციები.

P ნიშნავს, რომ მოსწავლეს კიდევ სჭირდება დამატებითი მეცადინეობა და ცოდნის განმტკიცება. გადაიტანეთ მონაცემები სიხშირის ცხრილში და დაადგინეთ, მოსწავლეთა რამდენმა პროცენტმა მიიღო A, B ან P.

შედეგები გამოიყერება შემდეგნაირად:

A,	B,	B,	P,	A,	A,	A,	B,	A,	P,	P,	A,	A,	A,	B,	B,	A,	A,	A,	B,
B,	B,	B,	A,	A,	P,	P,	A,	A,	P,	B,	B,	B,	A,	B,	B,	A,	B,	A,	B,
A,	B,	B,	B,	B,	B,	B,	A,	P,	P,	A,	A,	A,	B,	A,	A,	B,	A,	A,	B,
P,	B,	B,	P,	P,	P,	A,	B,	B,	B,	P,	P,	P,	A,	B,	B,	B,	A,	A,	B,

1.3. მონაცემების წარმოდგენა

ჩვენ უკვე ვნახეთ როგორ ხდება მონაცემების წარმოდგენა წერტილოვანი დიაგრამით, გავეცნოთ მონაცემების წარმოდგენის სხვადასხვა ხერხს:

ალგებრის ნაწილში და წინა კლასებში ისწავლეთ

- სვეტოვანი დიაგრამა
- წრიული დიაგრამა
- პიქტოგრამა

ჩვენ უკვე ვიცით, რომ მონაცემები არსებობს რაოდენობრივი და თვისებრივი.

ხშირ შემთხვევებში, თვისებრივი მონაცემების წარმოსადგენად გამოიყენებენ სვეტოვან დიაგრამებს.

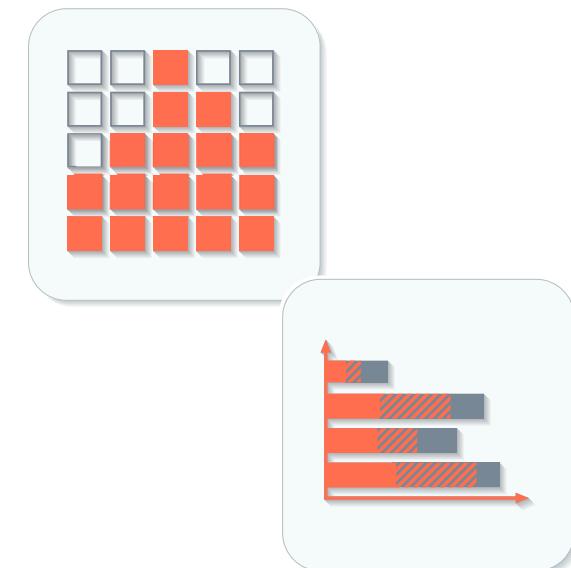
კვლევის ორგანიზებისას დგება კითხვარი, რომლის მეშვეობითაც გროვდება ინფორმაცია, ხოლო შემდეგ წარმოდგენილია ამ ინფორმაციის წარმოდგენა სხვადასხვა თვალსაჩინო ფორმით. სატელევიზიო საშუალებები, გაზეთები. ინტერნეტი ინფორმაციის წარმოსადგენად ხშირად იყენებენ გრაფიკებს, ცხრილებს, დიაგრამებს.

გავეცნოთ სხვადასხვა დიაგრამას, რომელსაც ხშირად ვხვდებით ყოველდღიურ ცხოვრებაში;

ფუნქციების შესწავლის დროს ჩვენ უკვე გავაცნით სხვადასხვა დიაგრამას და განვიხილეთ მათი აგების წესები; მოგვიანებით, ჩვენ დავაკავშირებთ ფუნქციებს სტატისტიკასთან. ამ ეტაპზე, გავიხსენოთ, როგორ ხდება ინფორმაციის წარმოდგენა;



- როგორ და რა წესით გადააქვთ ანალიტიკოსებს ინფორმაცია?
- როდის რა ტიპის დიაგრამების შერჩევა ხდება?



**დიაგრამები; წარმოვადგინოთ ინფორმაცია
სხვადასხვა დიაგრამის გამოყენებით**

სვეტოვანი დიაგრამა

ვიდეო ინსტრუქცია

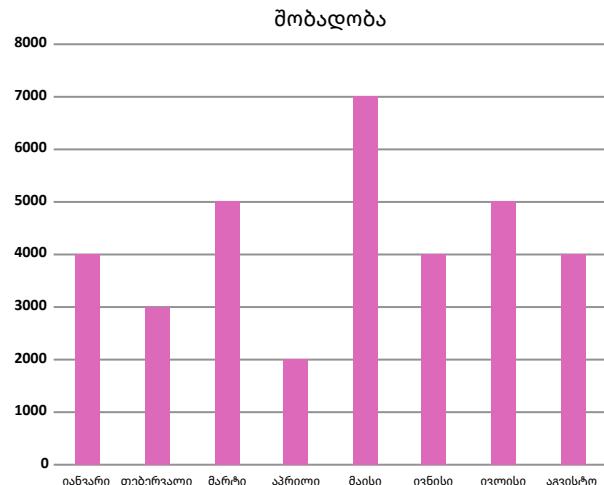
ცხრილით მოცემული ინფორმაცია გვაჩვენებს, თუ დაახლოებით რამდენი ახალშობილი დაიბადა თვეების მიხედვით (დავუშვათ 2020 წელს);

თვე	შობადობა
იანვარი	4000
თებერვალი	3000
მარტი	5000
აპრილი	2000
მაისი	7000
ივნისი	3000
ივლისი	5000
აგვისტო	4000

იმისათვის, რომ ინფორმაცია მეტად თვალსაჩინოდ იყოს მოწოდებული, ინფორმაცია წარმოვადგინოთ დიაგრამის მეშვეობით. კონკრეტულად, სვეტოვანი დიაგრამის მეშვეობით

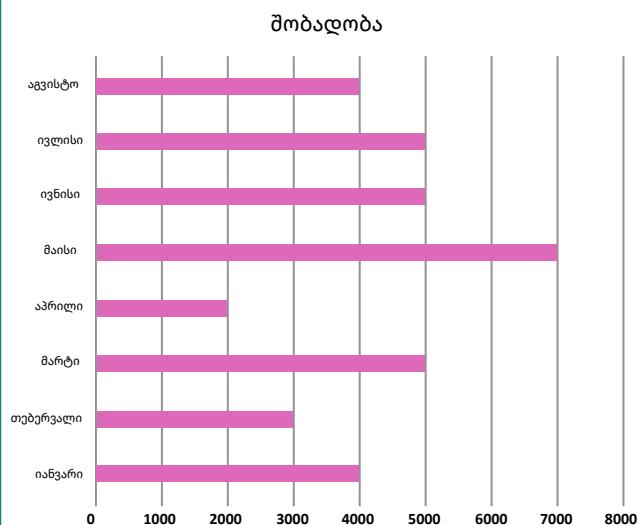
ვარიანტი 2

– ჰორიზონტალური სვეტოვანი დიაგრამა
შესაძლებელია სვეტები აღმართული იყოს
როგორც ვერტიკალურად, ასევე ჰორიზონტალურად;



ორი სხვადასხვა ინფორმაციის დაჯგუფებით (თვე, შობადობა) და სიბრტყეზე გადატანით, მივიღეთ გრაფიკი. გრაფიკის ფორმას ეწოდება დიაგრამა (სვეტოვანი დიაგრამა)

ჰორიზონტალურ ღერძზე გადავიტანოთ თვეები, ხოლო ვერტიკალურ ღერძზე გადავიტანოთ ახალშობილთა რაოდენობები. ჰორიზონტალურ ღერძზე აღმართული მართვული დების (სვეტების) სიმაღლეები გვაჩვენებს ახოლშობილთა რაოდენობებს. (ერთეულოვან მონაცვეთად აღებულია 1000);



(ასეთ შემთხვევაში ვერტიკალურ ღერძზე გადავზომავთ თვეებს. ხოლო ჰორიზონტალურზე ახალშობილთა რაოდენობებს).

აღნიშნული სიტუაცია შეიძლება აღვწეროთ ასევე **დისკრეტული გრაფიკით.**

წრიული დიაგრამა

როგორც ხედავთ, ერთი და იგივე ინფორმაცია წარმოვადგინეთ 3 სხვადასხვა ფორმით;

გამომდინარე იქიდან, თუ როგორი ფორმით გვინდა ინფორმაციის

წარდგენა, ვირჩევთ ვიზუალიზაციას;

მაგალითად, აღნიშნულ მაგალითში

წრიულ დიაგრამაზე ინფორმაცია მოცემულია პროცენტებით;

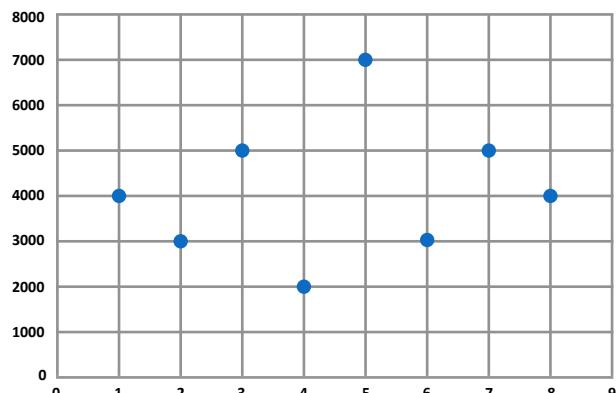
ხაზოვანი დიაგრამა

ჩვენ ვიცით, რომ რაოდენობრივი მონაცემები შეიძლება იყოს დისკრეტული ან უწყვეტი, გაზომვის შედეგად მიღებული (მანძილი, დრო, სიჩქარე და ა.შ.), რომელთა წარმოდგენა მოსახერხებელია ხაზოვანი დიაგრამით.

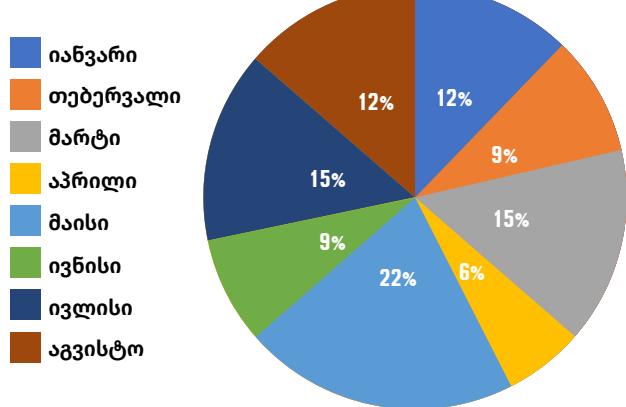
მობილურის აპლიკაციით ჩვენ შეგვიძლია ამინდის ყოველდღიური ან ყოველკვირეული პროგნზის შემოწმება, ასევე შეგვიძლია საათობრივი პროგნზის ნახვა.

განვიხილოთ დღის პროგნზი;

დისკრეტული გრაფიკი



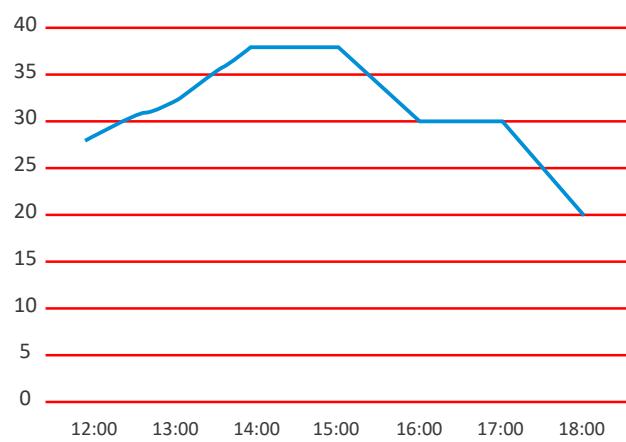
შობადობა



წრიული დიაგრამის აგება
კროგრამა უსერით



დღის პროგნზი



თუ ჩავთვლით, რომ ტემპერატურა თანაბრად იზრდებოდა, შეგვიძლია შევაერთოთ წერტილები სიბრტყეზე და ვივარაუდოთ, 12:00-დან 13:00 სთ-მდე შუალედში რა იქნებოდა ტემპერატურა ყოველი წუთისთვის.

სთ	ტემპ
12:00	28
13:00	32
14:00	38
15:00	38
16:00	30
17:00	30
18:00	20

გვაქვს ორი სხვადასხვა ტიპის ინფორმაცია, საათები და თითოეული საათისთვის შესაბამისი ტემპერატურა:

(სთ; ტემპერატურა)

პიქტოგრამა:

პიქტოგრამა (*pictus* – ლათინურად დახატულს ნიშნავს), ნახატით ან ნახატების მიმდევრობის საშუალებით აზრის გადმოცემის უძველესი ხერხია.

პიქტოგრამებს ჯერ კიდევ ქვის ხანაში იყენებდნენ უძველესი ადამიანები. პირველი პიქტოგრამა 30 000 წლის წინ გაჩნდა.

9000 წლის უკვე მსოფლიოში გავრცელდა, თუმცა აქტიური გამოყენება გავრცელებიდან 4000 წლის შემდეგ დაიწყეს.

თანამედროვეობაში, კომპიუტერის მომხმარებლები მას icon-საც ეძახიან.

პიქტოგრამებს თანამედროვეობაში ბევრი სხვადასხვა მიზნითა და დანიშნულებით გამოიყენება. მაგალითად, იდეის მკაფიოდ და მოკლედ გადაცემისთვის, შეხსენებისთვის და ა.შ.

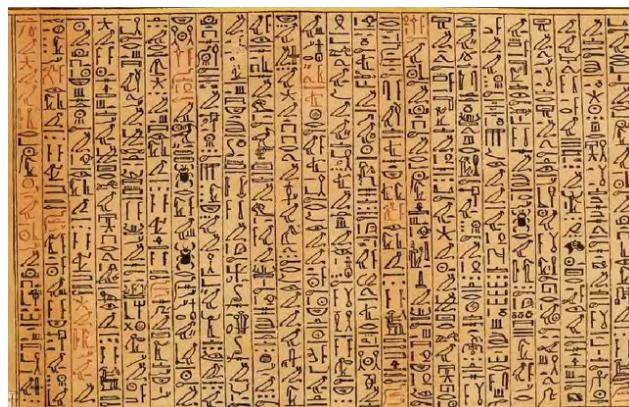
მოიძიეთ ინფორმაცია პიქტოგრამებზე და გაუზიარეთ თანატოლებს.

პიქტოგრამას ადრეული ასაკიდან სწავლობენ სკოლის პერიოდში; პიქტოგრამა არის მონაცემების ვიზუალიზაციის და დალაგების ისეთი ფორმა, როცა მონაცემი გამოსახულია ნახატით.

გრაფიკის მიხედვით, ჩვენ ვხედავთ, რომ დღის განმავლობაში ტემპერატურა იზრდებოდა, 14:00-დან 15:00-დან ტემპერატურა იყო მუდმივი, 15:00-დან დაიწყო კლება, 16:00-დან 17:00 სთ-მდე ისევ იყო მუდმივი, 17:00-დან კი დაიწყო კლება. შუადღისას დაფიქსირდა მაქსიმალური ტემპერატურა, დაახლოებით 38 გრადუსი.



უძველესი იეროგლიფები



ცეკვა	
სიმღერა	
ხატვა	

როდესაც მონაცემებს წარმოვადგენთ პიქტოგრამებით, ერთი პიქტოგრამა შეიძლება აღნიშნავდეს ერთს, ხუთს, ათს და სხვა. გამომდინარე იქიდან, თუ აღმწერი სიმარტივისათვის რამდენი მნიშვნელობის მინიჭებას მოინდომებს.

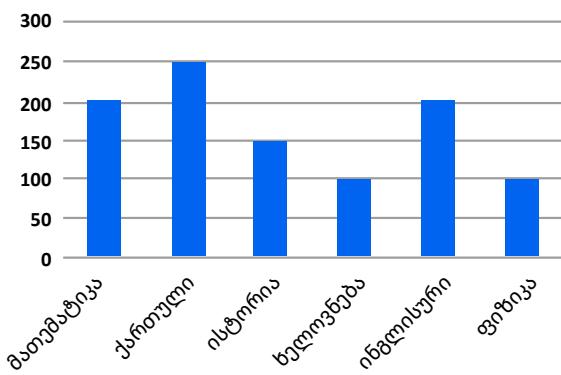


საპარკიშოები

1. სტუდენტებმა გადაწყვიტეს გამოეკვლიათ, რომელი საგანი უფრო მეტად უყვართ სკოლის მოსწავლეებს მე-7 დან მე-12 კლასის ჩათვლით. ცხრილში მოცემულია გამოკითხვის შედეგები. (პორიზონტალურ დერძზე მოცემულია საგნების ჩამონათვალი, ვერტიკალურზე იმ მოსწავლეების რაოდენობა, რომლებსაც ყველაზე მეტად უყვართ აღნიშნული საგანი).

დაამუშავეთ ცხრილით მოცემული ინფორმაცია:

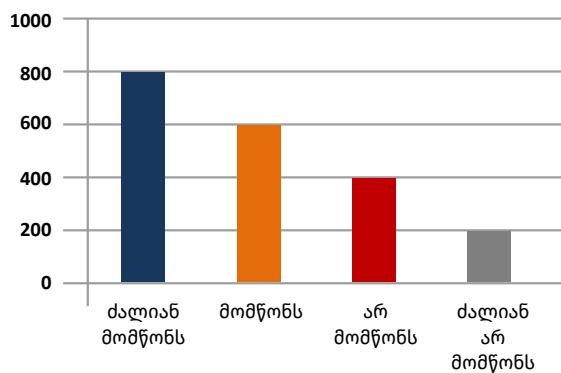
- ა) სულ რამდენი მოსწავლე გამოკითხა?
- ბ) რა არის თითოეული საგნის არჩევის ფარდობითი სიხშირე?
- გ) გამოსახეთ პროცენტებში, გამოკითხულთა რაოდენობის რა პროცენტს მოსწონს მათემატიკა ყველაზე მეტად?



2. ქალაქში ჩატარდა გამოკითხვა თემაზე: მოსწონდათ თუ არა რეკორნსტრუქციის შედეგად შეცვლილი ქუჩის ახალი იერსახე?

გამოკითხვაში მონაწილეებს უნდა ეპასუხათ:

- ძალიან მომწონს
- მომწონს
- არ მომწონს
- ძალიან არ მომწონს



3. ცხრილში მოცემული სიხშირეების მიხედვით, ააგეთ სვეტოვანი დიაგრამები (ასევე, წერტილოვანი დიაგრამები):

- იპოვეთ ფარდობითი სიხშირე;
- გამოსახეთ სიხშირე როგორც წილადის, ასევე პროცენტის მეშვეობით.

- ა) ყველაზე ხშირად განმეორებადი მანქანის ფერი

ფერი	თეთრი	წითელი	ლურჯი	შავი	სხვა
სიხშირე	47	44	31	23	18
ფარდობითი სიხშირე					



საპარკიშობობი

ბ) აუდიტორიებში სტუდენტთა რაოდენობა

სტუდენტთა რაოდენობა	21	22	23	24	25	26	27
სიხშირე	1	4	7	9	15	8	2
ფარდობითი სიხშირე							

გ) სხვადასხვა პიცის გასაკეთებლად საჭირო დრო (დამრგვალებული, წუთებში)

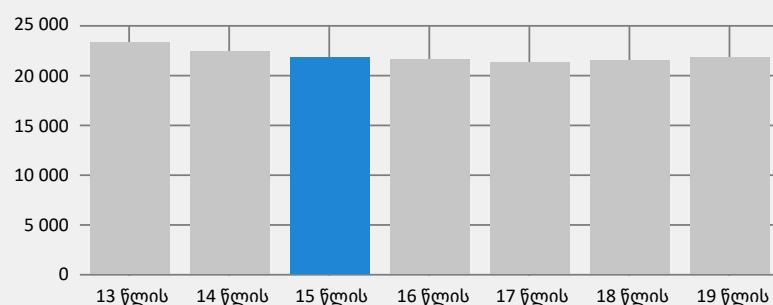
დრო	5	6	7	8	9	10	11
სიხშირე	1	2	3	7	10	8	5
ფარდობითი სიხშირე							

4. სვეტოვანი დიაგრამით მოცემულია 13-წლიდან 19 წლამდე, რამდენი ბიჭი ცხოვრობს საქართველოში; დიაგრამაზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე უპასუხეთ კითხვებს:

- ა) 13-დან 19 წლამდე ბიჭების დაახლოებით რამდენ პროცენტს წარმოადგენს 14 წლის ბიჭები? 18 წლის ბიჭები?
- ბ) წარმოადგინეთ აღნიშნული ინფორმაცია წრიული დიაგრამის მეშვეობით.

ინფორმაცია
აღებულია
ვებ-გვერდიდან

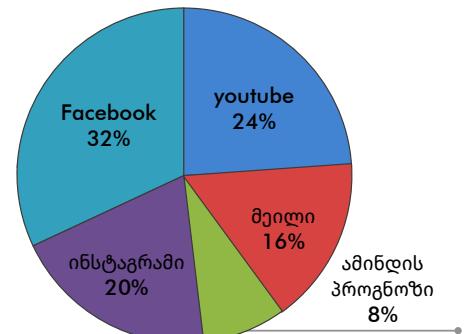
www.juniors.geostat.ge



5. წრიული დიაგრამა:

წრიულ დიაგრამაზე მოცემულია მონაცემები მომხმარებლების მიერ მობილურის აპლიკაციების თუ ფუნქციების გამოყენების შესახებ.

- ა) რომელი აპლიკაცია არის ყველაზე პოპულარული?
- ბ) რა ტიპის მონაცემების შეგროვება და ანალიზი მოხდა?
- გ) ჩაატარეთ გამოკითხვა კლასში: ჩამოთვლილთაგან, რომელი აპლიკაციით სარგებლობთ ყველაზე ხშირად და შეადარეთ მონაცემებს.



მინიშნება: Facebook – ფეისბუქი, სოციალური ქსელი, YouTube – პლატფორმა, სადაც განთავსებულია ვიდეო მასალა.

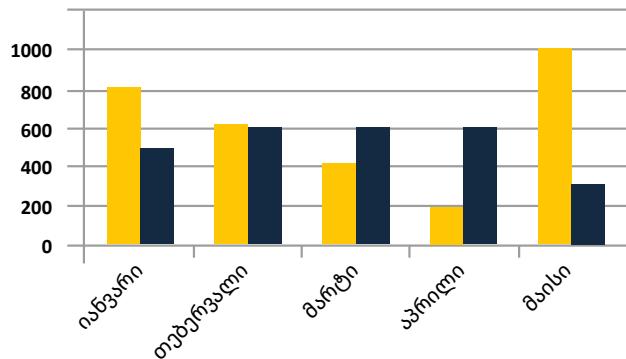


საპარკიშოები

- 6.** **ანალიტიკა:** მოცემულია სვეტოვანი დიაგრამები, რომელთა მეშვეობით შედარებულია ორი კომპანიის მონაცემების შედარება.

იმუშავეთ ჯგუფებში: ცხრილით მოცემულია კომპანია A-ს (ყვითელი ფერით) და კომპანია B-ს (მავი ფერით) გაყიდვების სტატისტიკა ერთ-ერთ ქალაქში თვეების მიხედვით.

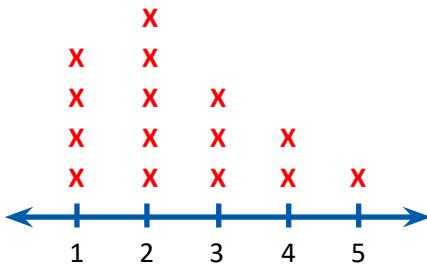
- ა) რომელ თვეს გაიყიდა ყველაზე მეტი
კომპანია A-ს პროდუქცია?
- ბ) სულ რამდენი კომპანია A-ს და B-ს პრო-
დუქცია გაიყიდა მარტის თვეში?
- გ) რამდენი პროცენტით მეტი გაიყიდა
მარტის თვეში კომპანია A-ს პროდუქცია
კომპანია B-სთან შედარებით?
- დ) მაისის თვეში პროდუქცია გაიყიდა?
- ე) იანვრის თვეში მაისის თვესთან შედარებით რამდენ პროცენტიანი კლება იყო ჯამურად გაყიდ-
ვებში?
- ვ) მოცემული ცხრილის მიხედვით, მოიფიქრეთ სამი კითხვა და უპასუხეთ.



■ ჯგუფური სამუშაო

- 7.** ვენერამ გადაწყვიტა ვარჯიში, ის ყოველდღე ცურავდა აუზზე მინიმუმ 1 კმ-ს და მაქსიმუმ 5კმ-ს. წერტილოვან დიაგრამაზე მოცემულია ვენერამ რამდენჯერ რამდენი კმ გაცურა. გადაიტანეთ მოცემული ინფორმაცია ცხრილში.

კმ	სიხშირე	ფარდობითი სიხშირე
1		
2		
3		
4		
5		



- 8.** გიორგიმ გადაწყვიტა გამოეკითხა სკოლის მოსწავლეები, თუ რა აქტივობით არიან დაკავებულები. გამოკითხვის შედეგად მის მიერ მოგროვებული ინფორმაცია გამოიყურება შემდეგნაირად:

მოცემული ცხრილით დაადგინეთ, სულ რამდენი მოსწავლე იყო დაკავებული ხატვით, სიმღერით და ცეკვით, თუ ერთი პიქტოგრამა ნიშნავს 20-ს.

ცეკვა	
სიმღერა	
ხატვა	

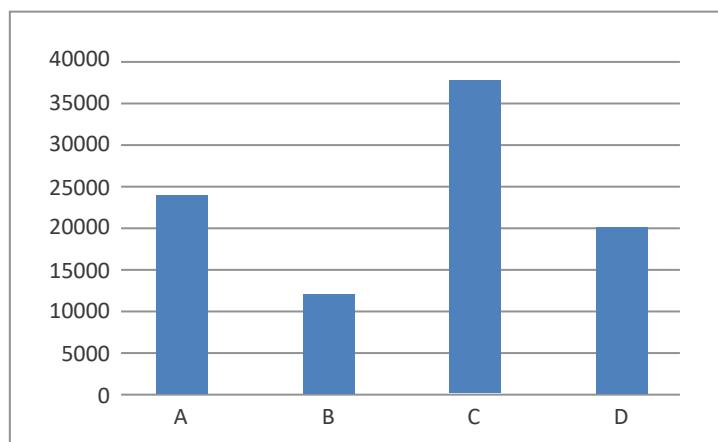


საპარკიშობობი

- 9.** დიაგრამით წარმოდგენილია იმ სტუდენტთა რაოდენობა, რომლებიც ფლობენ ინგლისურ (A), გერმანულ (B), რუსულ (C) და ფრანგულ (D) ენებს.

ამ მონაცემების მიხედვით დაადგინეთ:

- 1) სტუდენტების რა ნაწილმა იცის ფრანგული ენა?
- 2) სტუდენტების რამდენმა პროცენტმა იცის გერმანული ენა?



გამეორება

- 10.** კომპანიამ, რომელსაც კლიენტების ბაზაში 2700 მომხმარებელი ჰყავს, შემთხვევითი შერჩევის წესით გაუგზავნა მეილი 150 მომხმარებელს კითხვით: მოსწონთ თუ არა მათი მომსახურება?
- ა) გამოკითხვის რა წესი გამოიყენა კომპანიამ?
 - ბ) როგორ ფიქრობთ, იქნება თუ არა მისი გამოკითხვა მიკერძოებული?
- პასუხი დაასაბუთეთ.
- 11.** სათამაშოების მწარმოებელმა მაღაზიამ მაღაზიაში შესული 250 ბავშვიდან 40 გოგონას ჰქითხა მოსწონდათ თუ არა მათი სათამაშოები. რამდენად ობიექტური დასკვნის გაუეთებას შეძლებს მაღაზია? როგორი წესით ჩატარდა გამოკითხვა?

1.4. პისტოგრამა, დააგუფებული მონაცემები

მონაცემების წარმოდგენისას ხშირად გამოიყენება როგორც სვეტოვანი დიაგრამა, ისე ჰისტოგრამა. ერთი მხრივ აღნიშნული დიაგრამები თითქოს ჰგავს ერთმანეთს, თუმცა არის განსხვავებები, რომლებსაც განვიხილავთ მოცემულ გაკვეთილში.

როგორც ვიცით, სვეტოვანი დიაგრამის შემთხვევაში ჰისტოგრამას ჰერძის ფრენები გადაზომილია ცვლადები, ხოლო ვერტიკალურ ღერძე – სიხშირე;

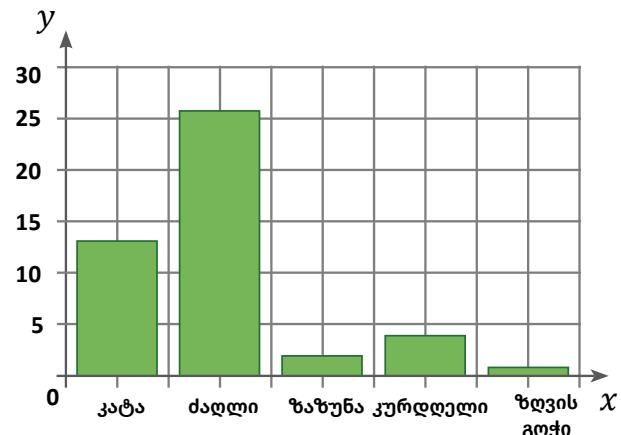
სვეტოვან დიაგრამაზე:

- როგორც ხედავთ, მართვულთხედებს აქვთ ერთი სიგანე
- მართვულთხედის სიმაღლე გვიჩვენებს სიხშირეს;
- მართვულთხედები არ ეხებიან ერთმანეთს.

ჰისტოგრამა გამოიყენება როგორც დისკრეტულ მონაცემების წარმოდგენისთვის, ასევე დააგუფებული მონაცემების წარმოდგენისთვის.

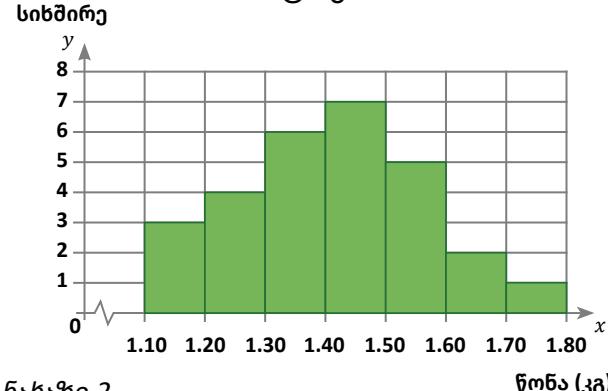
- ჰისტოგრამას დააგუფებული მონაცემების წარმოდგენისთვის მიმღებადურ ღერძზე გადავზომავთ ინტერვალებს
- ვერტიკალურ ღერძზე შესაბამის სიხშირეს
- ჰისტოგრამაშის აგების დროს მართვულთხედებს შორის თავისუფალი ადგილი არ არის

სვეტოვანი დიაგრამა



ნახაზი 1

ჰისტოგრამა



ნახაზი 2



ნიმუში 1 – როგორ ავაგოთ ჰისტოგრამა?

წინა გვერდზე ნახ.2-ით მოცემულია მონაცემები, განვიხილოთ ამოცანა, რომელსაც შეესაბამება აღნიშნული ჰისტოგრამა.

დავუშვათ, მეთევზემ დაიჭირა თევზები, რომელთა წონებია $1.12; 1.41, 1.42, 1.32, 1.35, 1.44, 1.54, 1.14, 1.51, 1.36, 1.11, 1.61, 1.35, 1.59, 1.47, 1.24, 1.48, 1.72, 1.62, 1.38, 1.39, 1.27, 1.42, 1.44, 1.67, 1.29, 1.52, 1.55$.

მოცემულ სიტუაციაში რთულია სვეტოვანი ან წერტილოვანი დიაგრამის აგება, იმიტომ, რომ თევზების წონა მცირედით განსხვავდება ერთმანეთისგან. ასეთ შემთხვევაში, ვაჯუფებთ მონაცემებს ინტერვალებად, შემდეგნაირად:

ვიღებთ თანაბარ ინტერვალებს და ვადგენთ თითოეულ ინტერვალში მოთავსებული მონაცემების რაოდენობას, ანუ სიხშირეს.

დაავირდით, როგორ არის ინტერვალები მოცემული;

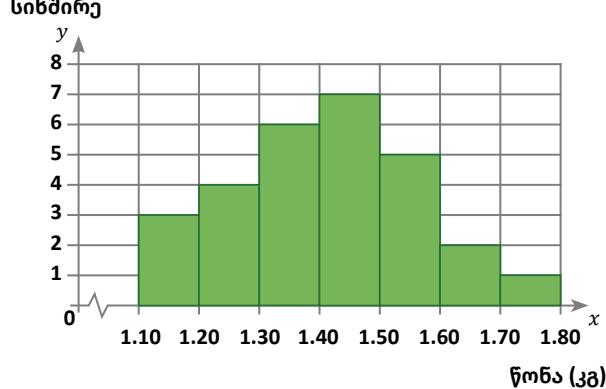
სიხშირის ცხრილის აგება

მონაცემები	სიხშირე
$1.1 \leq x < 1.2$	3
$1.2 \leq x < 1.3$	4
$1.3 \leq x < 1.4$	6
$1.4 \leq x < 1.5$	7
$1.5 \leq x < 1.6$	5
$1.6 \leq x < 1.7$	2
$1.7 \leq x < 1.8$	1
სულ	28

ჰისტოგრამის აგება

ინტერვალებს გადავზომავთ ჰისტოგრამურ ღერძზე, ხოლო შესაბამის სიხშირეს ვერტიკალურ ღერძზე. მართვულთხედები იქნება გვერდიგვერდ, ისე, რომ მათ შორის არ იქნება თავისუფალი სივრცე;

ჰისტოგრამა



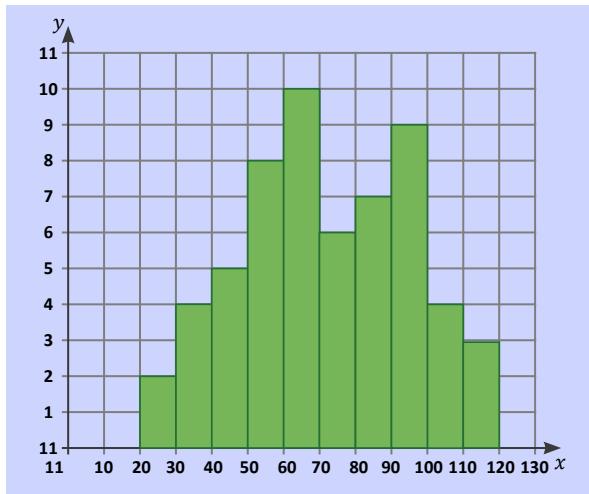


სავარჯიშოები

1. აღწერეთ ჰისტოგრამით მოცემული ინფორმაცია

- ა) მოცემულია ინფორმაცია მეთევზეზე და მის
მიერ დაჭერილ თევზებზე;
ჰორიზონტალურ ღერძზე მოცემულია თევზის
სიგრძე;
ვერტიკალურ ღერძზე კი თითოეული ინტერვა-
ლისთვის დაჭერილი თევზის რაოდენობა.

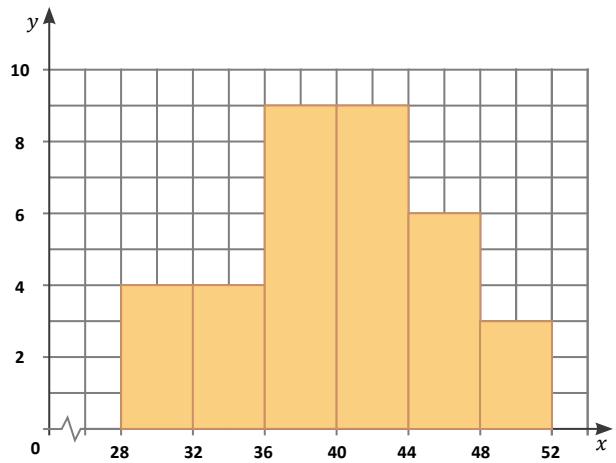
 - აღწერეთ ჰისტოგრამით მოცემული ინფორ-
მაცია;
 - სულ რამდენი თევზი დაიჭირა მეთევზემ?
 - ყველაზე მეტი რა სიგრძის თევზი დაიჭირა?



ბ) ჰისტოგრამით მოცემული ინფორმაცია ეხება
ერთ-ერთი სახეობის ჩიტების სიგრძეს.

- აღწერეთ ჰისტოგრამით მოცემული
ინფორმაცია
- სულ რამდენი ჩიტის სიგრძე დაადგი-
ნეს?
- რა იყო ჩიტების მაქსიმალური სიგრძე?
ყველაზე გრძელი რამდენი ჩიტი იყო?

2. ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია, რომელიც
დაკავშირებულია მარიობითი სქესის ფეხბურთის
მოთამაშების წონასთან.



ცხრილით მოცემული მონაცემებიდან გამომ-
დინარე ააგეთ ჰისტოგრამა;

გაეცით ჰასუხი კითხვებს:

- რომელი ინტერვალიდან არის ყველაზე
მეტი წონის ფეხბურთელი?
- სულ რამდენი ფეხბურთელია ისეთი,
რომელთა წონაც არ აღემატება 85 კგ-ს?
- რამდენი მოთამაშის წონაა 90 კგ-ზე
მეტი ან ტოლი?

წონა	სიხშირე
$70 \leq x < 75$	2
$75 \leq x < 80$	3
$80 \leq x < 85$	6
$85 \leq x < 90$	8
$90 \leq x < 95$	5
$95 \leq x < 100$	2
სულ	



სავარკიშოები

3. ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია, რომელიც დაკავშირებულია გამოცდების შედეგებთან:

ცხრილით მოცემული მონაცემებიდან გამომდინარე ააგეთ ჰისტოგრამა;

გაეცით პასუხი კითხვებს:

- რომელი ინტერვალის ქულის შედებია ყველაზე მეტი? ყველაზე ნაკლები?
- სულ რამდენი სტუდენტის ქულა აღემატება 70-ს?
- რამდენმა სტუდენტმა მიიღო 80 და მეტი ქულა?
- როგორ არის შესაძლებელი მონაცემთა საშუალოს პოვნა?

მიმოხილვა: იმისათვის, რომ იპოვოთ საშუალო, ყოველი ინტერვალიდან აიღეთ შუა მონაცემი, მაგალითად 25. დაუშვით, რომ აღნიშნული მონაცემის სიხშირეა აღებული სიდიდე და იპოვეთ მიახლოებითი საშუალო.

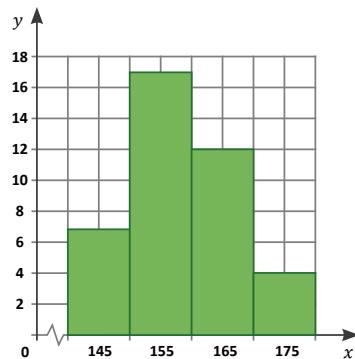
ქულა	სიხშირე
$20 \leq x < 30$	6
$30 \leq x < 40$	8
$40 \leq x < 50$	14
$50 \leq x < 60$	16
$60 \leq x < 70$	20
$70 \leq x < 80$	26
$80 \leq x < 90$	12
$90 \leq x < 100$	10
სულ	

4. ჩაატარეთ გამოკითხვა, ჰქონდეთ 14-17 წლის ახალგაზრდებს რა არის მათი სიმაღლე. წარმოადგინეთ ინფორმაცია სვეტოვანი დიაგრამის ან ჰისტოგრამის მეშვეობით.

5. ჰისტოგრამით მოცემულია ინფორმაცია, თუ რა თანხა ეხარჯება ოჯახს კვირის განმავლობაში საკვები პროდუქტების შესაძენად;

ჰისტოგრამით მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე:

- რამდენი ოჯახი ხარჯავს 155 ლარს კვირაში?
- რამდენი ოჯახი ხარჯავს 165 ლარს კვირაში?
- რა არის განსხვავება უდიდეს და უმცირეს მონაცემს შორის?





სავარჯიშოები

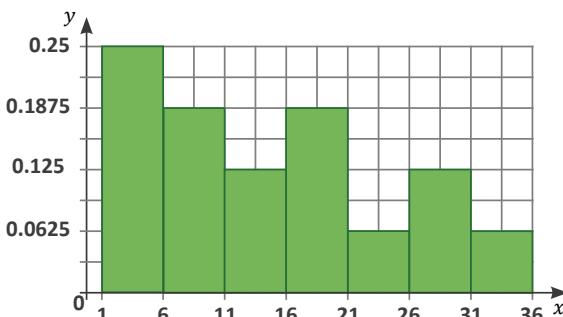
6. ქვემოთ მოცემულია 50 სირაქლემას წონა. მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე ააგეთ ჰისტოგრამა.

33	19	24	35	36	24	29	29	29	34
38	35	35	35	36	60	35	50	34	48
41	41	51	42	35	36	32	61	30	40
41	19	33	34	17	35	35	38	35	42
20	29	50	33	37	28	49	58	45	40

7. ქვემოთ მოცემული ინფორმაცია გვიჩვენებს საქველმოქმედო ღონისძიებაზე გაყიდული ნივთების რაოდენობას, ფასთან მიმართებით. სულ აუკციონზე გატანილი იყო 36 ნივთი.

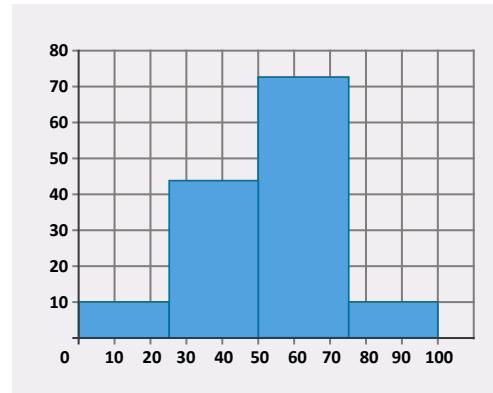
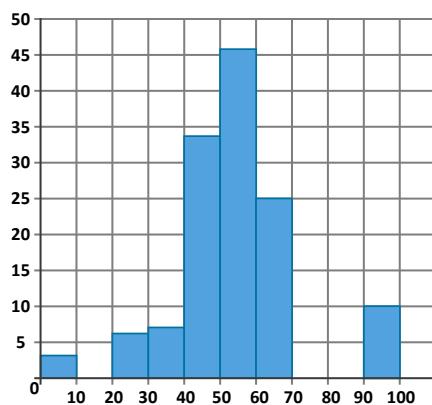
პორიზონტალურ ღერძზე გადაზომილია ფასი, ხოლო ვერტიკალურზე ფარდობითი სიხშირე.

- 11-16 ლარის ღირებულების რამდენი ნივთი გაიყიდა?
- 1-6 ლარის ღირებულების რამდენი ნივთი გაიყიდა?



8. ქვემოთ მოცემულია ორი ჰისტოგრამა. ორივე დიაგრამაზე პორიზონტალურ ღერძზე ნაჩვენებია წონა, ხოლო ვერტიკალურზე – სიხშირე;

- რა შეგიძლიათ თქვათ აღნიშნული ჰისტოგრამებიდან გამომდინარე?
- რა შეგიძლიათ თქვათ ინტერვალებზე?
- შეადარეთ ერთმანეთს ჰისტოგრამებით მოცემული ინფორმაცია.



1.5. მედიანა, მოდა, საშუალო, გაბნევის დიაკაზონი

წინა თავებში ჩვენ უკვე ვისწავლეთ, როგორ შეიძლება გამოკითხვის ორგანიზება, კვლევის დაგეგმვა, მონაცემების წარმოდგენა.

მონაცემების შეგროვების შემდეგ აუცილებელია მონაცემების დამუშავება.

ამოცანების ამოხსნისას შევნიშნეთ, რომ არსებობს მონაცემები, რომლებიც ხშირად მეორდება. ვიპოვეთ მონაცემების სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე. არსებობს მონაცემების დამუშავების წესი, რომლის მეშვეობითაც პოულობენ მონაცემების:

- საშუალოს
- მედიანას
- მოდას

მაგალითი სპორტიდან: ნიმუში როგორ ვიპოვოთ მედიანა, მოდა, საშუალო

ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია, ლიონელ მესის მიერ 12 წლის განმავლობაში წელიწადში გატანილი გოლების რაოდენობის შესახებ ჩემპიონთა ლიგის თამაშის დროს.

წელი	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2010	2009	2008	2007
გოლი	6	6	11	6	10	8	8	14	12	8	9	6

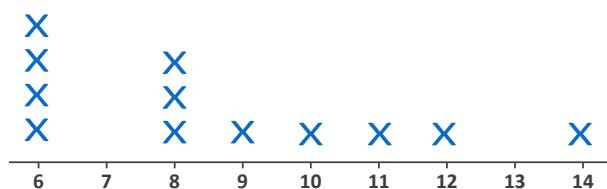
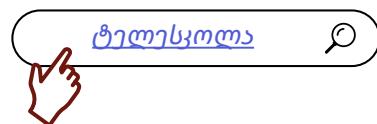
დავამუშაოთ ინფორმაცია, ვიპოვოთ მედიანა, მოდა და საშუალო.

მონაცემების დამუშავებამდე, იმისათვის, რომ შეცდომისაგან თავი დავიზღვიოთ, ჩავწეროთ მონაცემები ორგანიზებულად, გადავიტანოთ მონაცემებზე ან სიხშირის გამომსახველ ცხრილში.

დავალაგოთ მონაცემები ზრდის მიხედვით:



საშუალოს (საშუალო არითმეტიკულს), მედიანასა და მოდას ცენტრალური ტენდენციის საზომი ეწოდებათ.



6	6	6	6	8	8	8	9	10	11	12	14
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

<p>მონაცემების მოდა</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ მონაცემების მოდა არის რიცხვი, რომელიც ყველაზე ხშირად მომოწვდება მონაცემებში. <p>ზემოთ მოყვანილ ნიმუშში, მონაცემებში რიცხვი 6 გამოიყოფა 4-ჯერ, ე.ი. მონაცემების მოდა არის 6.</p> <p>შენიშვნა: მონაცემებს შეიძლება ჰქონდეს ორი ან მეტი მოდა, მაგ.:</p>																								
<p>მონაცემების საშუალო</p>	<p>მონაცემების საშუალო არის, მონაცემების ჯამის შეფარდება მათსავე რაოდენობასთან. (საშუალო, იგივე საშუალო არითმეტიკული გამოისახება სიმბოლოთი \bar{x}).</p> <p>საშუალო $\bar{x} = \frac{6 + 6 + 6 + 8 + 8 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 14}{12} = \frac{104}{12} = 8\frac{2}{3}$</p> <p>აღნიშნულ მაგალითში გვაქვს 12 წლის განმავლობაში თითოეულ წელს გატანილი გოლების რაოდენობა.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>ვხედავთ 6 გოლი განმორდა 4-ჯერ, 8-3 ჯერ და ა.შ.</p> <p>საშუალო</p> $\frac{6 \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 9 + 10 + 11 + 12 + 14}{12} = \frac{104}{12} = 8\frac{2}{3}$ </div> <p>საშუალოს გამოთვლა გამარტივდება თუ მონაცემები გვექნება ორგანიზებული სიხშირის ცხრილის ან წერტილოვანი დიაგრამის მეშვეობით:</p> <p>გამომდინარე იქიდან, რომ გოლების რაოდენობა ნატურალური რიცხვით აღიწერება, ჩვენ შეგვიძლია დავამრგვალოთ ერთეულამდე და ვთქვათ, რომ მესი საშუალოდ, ჩემპიონთა ლიგაზე წლიურად იტანს 9 გოლს.</p>																								
<p>მონაცემების მედიანა</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ მონაცემების მედიანა არის ზრდის (ან კლების) მიხედვით დალაგებულ მონაცემებში შუა ელემენტი (მონაცემი). თუ გვაქვს მონაცემთა კენტი რაოდენობა, მაშინ შუა ელემენტი, ხოლო თუ გვაქვს მონაცემების ლუწი რაოდენობა მაშინ შუა ორი ელემენტის საშუალო არითმეტიკული არის მედიანა. <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; text-align: center;"> <tr> <td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>14</td></tr> <tr> <td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>6</td><td>8</td><td><u>8</u></td><td><u>8</u></td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>14</td></tr> </table> <p>ლუწი რაოდენობის მონაცემის შემთხვევაში მედიანა შუა ორი წევრის ჯამის ნახევარია: $\frac{8 + 8}{2} = 8$</p> <p>მიმოხილვა: როდესაც გვაქვს კენტი რაოდენობის მონაცემი, მაშინ მედიანა შუა წევრია:</p> <p style="text-align: center;">მაგ. , 2 3 <u>5</u> 8 9 მედიანა = 5</p>	6	6	6	6	8	8	8	9	10	11	12	14	6	6	6	6	8	<u>8</u>	<u>8</u>	9	10	11	12	14
6	6	6	6	8	8	8	9	10	11	12	14														
6	6	6	6	8	<u>8</u>	<u>8</u>	9	10	11	12	14														
<p>მონაცემების დიაპაზონი (გაბნევის დიაპაზონი)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ■ მონაცემების დიაპაზონი – გაბნევის დიაპაზონი ეწოდება მონაცემების მაქსიმუმის და მინიმუმის სხვაობას. <p>მაგალითის შემთხვევაში დიაპაზონია: $14 - 6 = 8$.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; text-align: center;"> <tr> <td>2</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>5</td><td>7</td><td>8</td><td>8</td><td>8</td><td>12</td><td>14</td><td>14</td><td>14</td><td>18</td><td>100</td></tr> </table> <p>მონაცემების მოდა 5; 8; 14 თითო მონაცემი მეორდება 4-4 ჯერ</p>	2	5	5	5	5	7	8	8	8	12	14	14	14	18	100									
2	5	5	5	5	7	8	8	8	12	14	14	14	18	100											

!! ყურადღება მიაქციეთ:

საშუალომ შეიძლება არაობიერტური სურათი მოგვცეს ერთი წესრიგიდან ამოვარდნილი მინიმალური ან მაქსიმალური მონაცემის გამო. აღნიშნულ მაგალითში 100 ძალიან არის დამორჩებული და გაცილებით მეტია ძირითად და უმეტეს მონაცემებზე, ამიტომ 100-მა შეიძლება რადიკალურად შეცვალოს საშუალო. კვლევებისთვის მნიშვნელოვანია ვიპოვოთ: **მედიანა, მოდა, საშუალო და გაძნევის დიაპაზონი.**

მედიანას, მოდას და საშუალოს ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები ეწოდებათ.



ნიმუში 1

კომპანიაში დასაქმებულია 12 თანამშრომელი, ქვემოთ მოცემულია მათი ხელფასები; იპოვეთ საშუალო, მოდა და მედიანა .

ხელფასებია: 1200, 1200, 1200, 1200, 1200, 1500, 1500, 1800, 1800, 2000, 2400, 15 000

მოდა:

როგორც ვხედავთ, ყველაზე ხშირად გამოირჩებადი მონაცემია 1200; გამოდის, რომ მოდა არის 1200

მედიანა:

მონაცემები დალაგებულია ზრდადობით, სულ არის 12 მონაცემი, გამომდინარე აქედან, მედიანა იქნება მეექვსე და მეშვიდე მონაცემის საშუალო:

$$\frac{1500 + 1500}{2} = 1500$$

დიაპაზონი:

მინიმალური მონაცემი – 1200

მაქსიმალური მონაცემი – 15 000

$$\text{დიაპაზონი} = 15000 - 1200 = 13\,800$$

საშუალო არითმეტიკული:

საშუალო არითმეტიკული ნიშნავს მონაცემების ჯამი გაყოფილი რაოდენობაზე; ხშირად, მოსახერხებელია ცხრილში დაორგანიზება და ისე დათვლა ჯამის.

მონაცემები სიხშირის ცხრილში:

მონაცემი	სიხშირე	ჯამური მნიშვ.
1200	5	6000
1500	2	3000
1800	2	3600
2000	1	2000
2400	1	2400
15 000	1	15 000
სულ		32 000

$$\text{საშუალო} = \frac{32\,000}{12} \approx 2667$$

როგორც ხედავთ, საშუალო არ ასახავს ობიექტურ სურათს, იმიტომ, რომ ერთ-ერთი თანამშრომლის ხელფასი არის მონაცემებიდან ამოვარდნილი;

დიაპაზონიც მონაცემებს შორის არის დიდი;



სავარჯიშოები

1. წარმოადგინეთ მონაცემები სიხშირის ცხრილის მეშვეობით და იპოვეთ მოცემული მონაცემების: მედიანა, მოდა, საშუალო და დიაპაზონი.

გააანალიზეთ სიტუაცია:

- ა) 4 ; 1; 2; 1; 4; 5; 6; 1; 3; 5; 6; 4; 4; 1; 3;
 ბ) 2 ; 1; 1; 1; 4; 2; 5; 8; 1; 1; 2; 8; 100; 5; 10;
 გ) 150 ; 120; 120; 100; 180; 80; 200; 10; 200; 100.

2. მოცემული ცხრილები ასახავს ორი კალათბურთის ტურნირის დროს ორი კალათბურთელის მიერ დაგროვებულ ქულათა რაოდენობას 5 თამაშის განმავლობაში.

მოცემული ცხრილის მიხედვით იპოვეთ:

- ა) პირველი კალათბურთელის მონაცემების: მედიანა, მოდა და საშუალო.
 ბ) მეორე კალათბურთელის მონაცემების: მედიანა, მოდა და საშუალო.
 გ) შეადარეთ კალათბურთელების მონაცემები.

როგორ და როდის შეიძლება გამოიყენოს მწვრთნელმა აღნიშნული მონაცემები?

კალათბურთელი N 1					
თამაში	1	2	3	4	5
ქულა	19	14	14	11	17

კალათბურთელი N 2					
თამაში	1	2	3	4	5
ქულა	22	11	8	8	16

3. იპოვეთ შემდეგი მონაცემების ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები: მედიანა, მოდა და საშუალო, ასევე გაბნევის დიაპაზონი.

- ა) 4 ,1,7,5,3,8,200; ბ) 7,1 ,2,5,0,2,0,1; გ) 2,6,3,8,3,5,10,2; დ) 7 ,2,4,5,1,0,6,10.

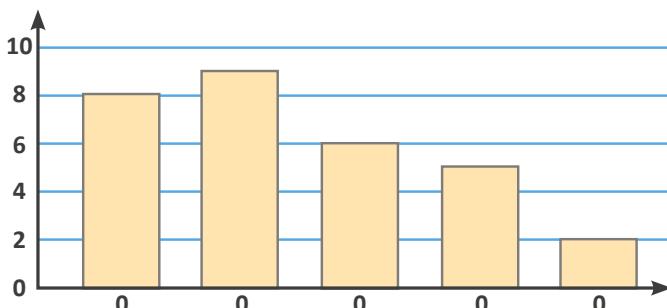
4. სამმა მეგობარმა გადაწყვიტა საახალწლოდ მოხუცთა თავშესაფარში მიეტანათ ტკბილეული და იყიდეს სხვადასხვა კანფეტი. კანფეტების წონის საშუალო არის 30 კგ, რამდენი კილოგრამი იყიდა პირველმა მეგობარმა, თუ მეორემ იყიდა 40 კგ და მესამემ 15 კგ?

5. დიაგრამით მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე, იპოვეთ მონაცემების მედიანა, მოდა, საშუალო და დაიპაზონი.

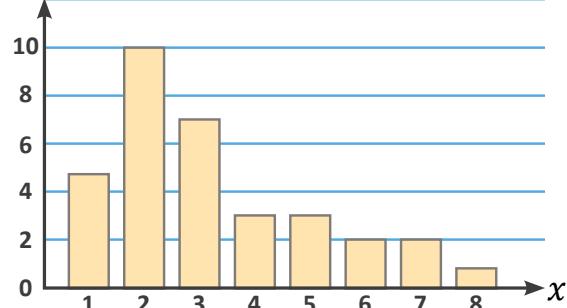


რეკომენდაცია: შეგიძლიათ ინფორმაცია ჯერ დააორგანიზოთ ცხრილში

ა)



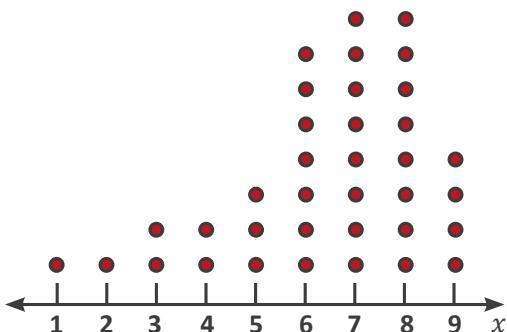
ბ)



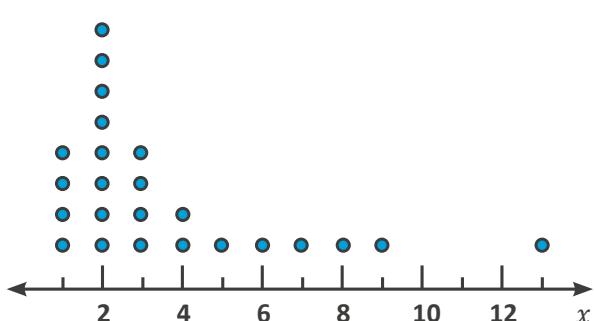


სავარჯიშოები

ა)



ღ)



6. ცხრილშიმოცემულიაბაკურიანშიიანვრისთვისტემპერატურა.მოცემულინფორმაციაზედაყრდნობით,იპოვეთსაშუალოტემპერატურა,ასევეტემპერატურისმედიანადამოდა.

თარიღი	1.02	2.02	3.02	4.02	5.02	6.02	7.02	8.02	9.02	10.02
°C	2°C	4°C	-1°C	-3°C	0°C	5°C	8°C	2°C	-4°C	-3°C

7. ყოველწლიურადამერიკისშეერთებულშტატებშისხვადანსაცხოვრებლადბევრიადამიანიჩადის.ერთ-ერთიწლისმონაცემებირამდენიმეასეთიქვეყნისშესახებცხრილითაამოცემული.

ინდოეთი	ჩინეთი	რუსეთი	მექსიკა	ფილიპინები	კუბა
45800	43800	22700	160500	58900	28500

1. იპოვეთამმონაცემებისსაშუალო;
2. მონაცემებიწარმოადგინეთპოლიგონისსახით;
3. აშშ-შიამწელსჩასულიმოსახლეობისრამდენიპროცენტიააზიისკონტინენტიდან?
4. რამდენიპროცენტითმეტიჩავიდააშშ-შიამწელსამერიკისკონტინენტიდანაზიისქვეყნებთანმიმართებაში?

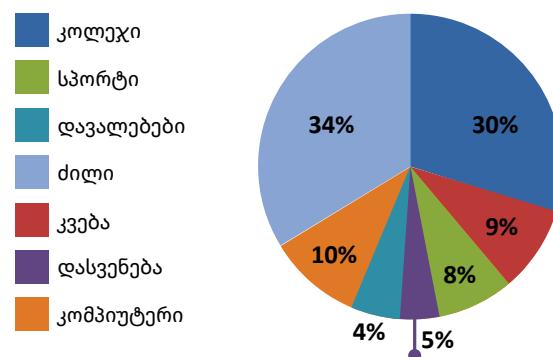
8. მოცემულია6მთელირიცხვი.უმცირესირიცხვიარის8,უდიდესი14.ამრიცხვებისმედიანა,მოდადასაშუალოარის11-ისტოლი.რასუდრისდანარჩენიოთხირიცხვი?იპოვეთერთისაარაუდოპასუხი.
9. მოცემულია7მთელირიცხვი,რომელთაგანუმცირესი10-ისტოლია,უდიდესი-20-ის.იპოვეთდანარჩენიხუთირიცხვითუვიცით,რომმედიანაარის16,მოდა-12დასაშუალო15-ისტოლი.
10. ექვსირიცხვისსაშუალო8-ისტოლია,სხვაექვსირიცხვისსაშუალოკი-20-ის.რისტოლიიქნებამოცემული12რიცხვისსაშუალო?
11. მაკომპირველსამტესტში100დან89ქულამიღო,მეოთხეტესტში100-დან-92ქულა.რაქულაუნდამიღოსმაკომმეხუთეტესტში,რომსაშუალოქულაგამოუვიდეს90?
12. ოთომმათემატიკისოთხტესტშიზედიზედაიღო100-დან95ქულა,შემდეგავადმყოფობისგამოგააცდინამეოთხეტესტიდამიღო0ქულა,ამისშემდეგმასდასაწერიაქვსკიდევორიტესტი.მინიმუმრაქულაუნდამიღოსმომდევნოორიტესტში,რომსაშუალოქულაგამოუვიდეს85?



სავარჯიშოები

13. მოცემული ოთხი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული 120-ის ტოლია, სხვა 5 რიცხვის საშუალო არითმეტიკული კი – 90-ს, რა იქნება მოცემული ყველა რიცხვის საშუალო არითმეტიკული?
14. მოცემული ხუთი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული 70-ის ტოლია, ამ რიცხვებიდან ოთხი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული 60-ის, რას უდრის მეხუთე რიცხვი?
15. თორნიკეტი და მარიამა მაღაზიაში იყიდეს 8კგ შოკოლადის კანფეტი, კილოგრამი – 8.5 ლარად და 12 კგ კანფეტების ასორტი, კილოგრამი – 6.5 ლარად. რა იქნება კანფეტების კილოგრამის საშუალო ფასი?
16. ინტერნეტის მეშვეობით, მოიძიეთ თქვენი საყვარელი სპორტსმენის ბოლო 10 თამაშის შედეგები და იპოვეთ მოიძიებული მონაცემების: მედიანა, საშუალო, მოდა და დიაპაზონი.
17. ვიქტორიას უნდა დაედგინა უყვარს თუ არა მოსახლეობას სატელევიზიო სერიალები. ამისათვის, იგი დადგა მეტროსთან და გამოიკითხა ყოველი მეხუთე გამვლელი, რამდენად ობიექტურ სურათს მოგვცემს ვიქტორიას გამოკითხვა?
18. დიაგრამაზე მოცემულია ინფორმაცია თუ როგორ ანაწილებს დროს სტუდენტი ერთი წლის განმავლობაში.

დროის განაწილება



მოცემულია აქტივობები:

- კოლეჯი
- ძილი
- სპორტი
- დავალებების შესრულება
- კვება
- კომპიუტერი
- დასვენება

- რას უთმობს ყველაზე ნაკლებ დროს სტუდენტი?
- რას უთმობს ყველაზე მეტ დროს?
- რა არის თანაფარდობა კოლეჯში გატარებულ დროსა და ძილს შორის?
- წარმოადგინეთ მოცემული მონაცემები სვეტოვანი დიაგრამის მეშვეობით
- 24 საათიდან რამდენ საათს უთმობს თითოეულ აქტივობას სტუდენტი?
- თუ ავიდებთ 200 საათს, რა აქტივობას რა დროს უთმობს სტუდენტი?
- შეადგინეთ დიაგრამა, თქვენ რა დროს უთმობთ თითოეულ აქტივობას?

19. **გამოთვევა:** 25 კაციანი ჯგუფის საგამოცდო შედეგები წარმოდგენილია სიხშირული ცხრილის საწით. ჯგუფის საშუალო შეფასებაა 1.08.

შეფასება	0	1	2	3	4	5	ჯამი
სიხშირე	15	3	2	1	x	y	25

1. იპოვეთ ყველაზე მაღალი შეფასების სიხშირეები (x და y)
2. იპოვეთ მოდა და მედიანა

მონაცემები წარმოადგინეთ წრიული დიაგრამის სახით, სადაც ყოველი ნიშნის სექტორზე მონიშნული იქნება მისი პროცენტი



1.6. მონაცემთა განაწილების ფორმები

მოდა არის მონაცემთა განაწილებაში ყველაზე ხშირად განვითარებადი მონაცემი. მონაცემთა სიხშირეთა განაწილებამ შეიძლება მიიღოს განსხვავებული ფორმები. იმის მიხედვით თუ სად აღმოჩნდება მოდა.

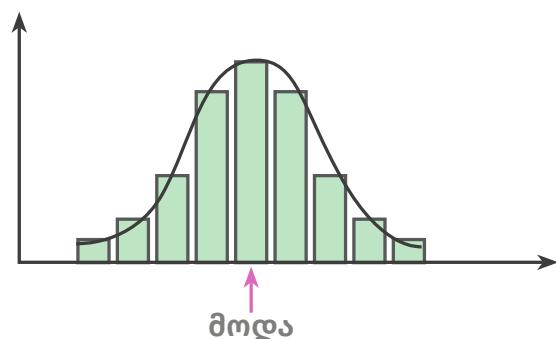
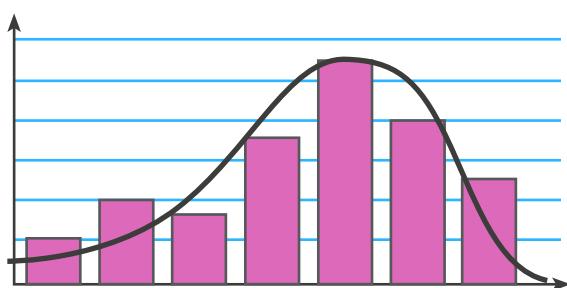
განაწილების 3 ძირითადი ფორმა მოყვანილია ქვემოთ. წყვეტილი ხაზი მიანიშნებს მონაცემთა მოდაზე.

ასიმეტრიული ეწოდება განაწილებას, როდესაც მონაცემები თავმოყრილია განაწილების ერთ ბოლოში განაწილების მეორე ბოლოში (ე.წ. კუდში) განლაგებულია იშვიათად დაფიქსირებული მონაცემები.

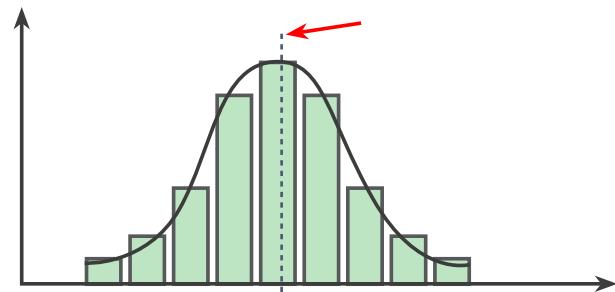


ნიმუში 1

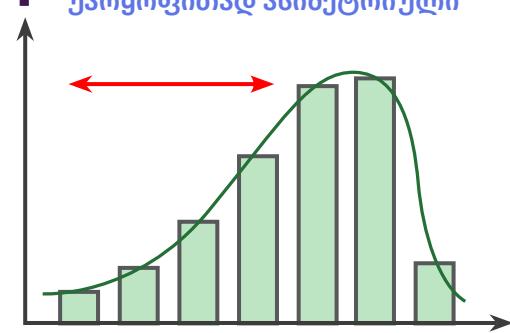
განხილული მაგალითის მიხედვით, განაწილება არის უარყოფითად ასიმეტრიული.



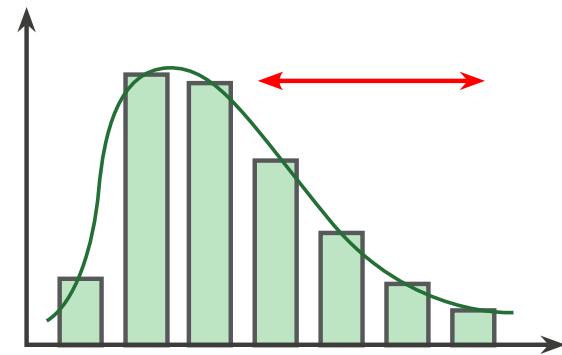
- **სიმეტრიული განაწილება**



- **უარყოფითად ასიმეტრიული**



- **დადებითად ასიმეტრიული**





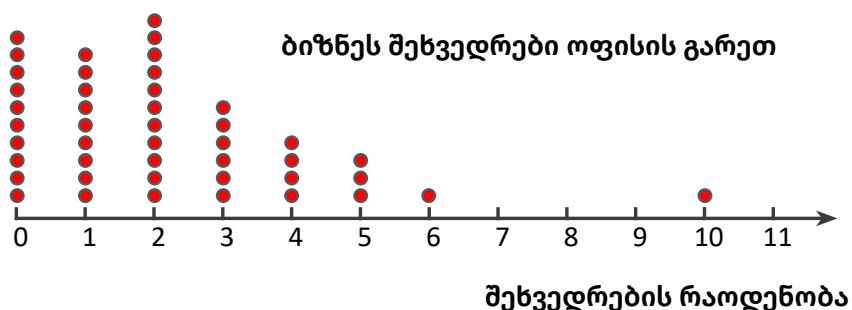
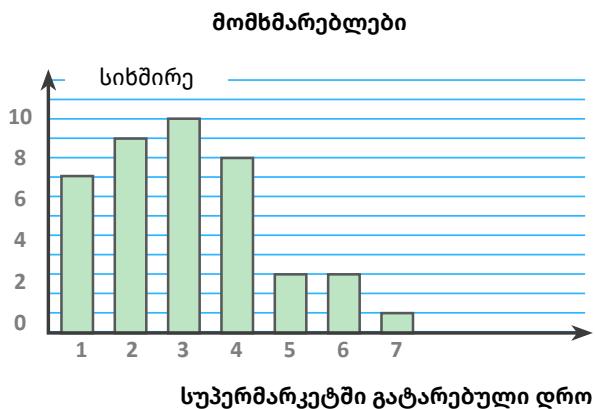
საპარტიშოები

1. გამოკითხეს შემთხვევითი წესით შერჩეული მომხმარებლები. მათ დაუსვეს კითხვა: „რამდენჯერ იყავით საყიდლებზე სუპერმარკეტში ბოლო კვირას?“ მონაცემთა დამუშავების შემდეგ, წარმოადგინეთ სვეტოვანი დიაგრამის სახით.

დიაგრამიდან გამომდინარე უპასუხეთ კითხვებს:

- რამდენმა მომხმარებელმა მიიღო მონაწილეობა გამოკითხვაში?
- რამდენი მომხმარებელი იყო საყიდლებზე ერთხელ, ორჯერ?
- რამდენი პროცენტი მიღის საყიდლებზე სუპერმარკეტში 5-ჯერ და მეტჯერ?
- აღწერე მონაცემთა განაწილება.

2. ერთ-ერთი კომპანიის თანამშრომლებს სთხოვეს ჩაენიშნათ, რამდენჯერ უხდებოდათ კვირის განმავლობაში ოფისის დატოვება საქმიანი შეხვედრების გამო. დიაგრამაზე მოცემულია გამოკითხვის შედეგები.



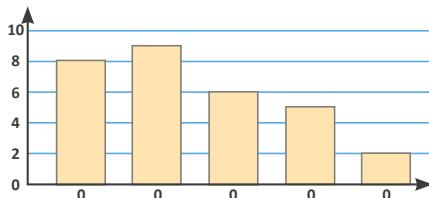
უპასუხეთ შეკითხვებს:

- რა არის ცვლადი ამ კვლევაში?
- ახსენით, რატომაა ეს მონაცემები დისკრეტული რიცხვითი მონაცემები?
- რამდენმა პროცენტმა არ დატოვა ოფისი?
- რამდენმა პროცენტმა დატოვა ოფისი 5-ჯერ და მეტჯერ?
- რომელია ამ მონაცემების ყველაზე ხშირად განმეორებადი მონაცემი?
- როგორ დაახასიათებდი მონაცემს, რომლის მნიშვნელობა არის 10-ის ტოლი?

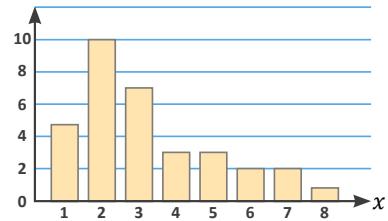
 სავარჯიშოები

3. როგორ არის განაწილებული მონაცემები დიაგრამაზე?

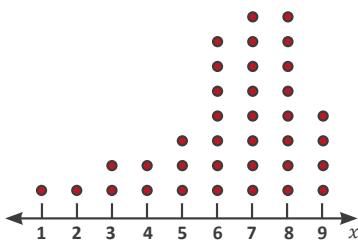
ა)



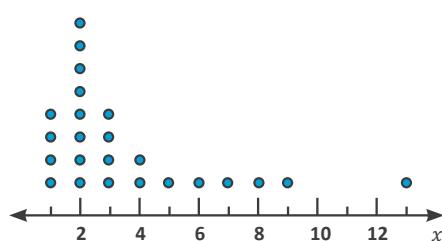
ბ)



გ)



დ)



გამოყრება

4. ცხრილში მოცემულია ფრენბურთის გუნდის მოთამაშეთა წონები.

ა) ცხრილის მიხედვით, ააგეთ სიხშირეთა პისტოგრამა. გარკვევით დაიტანეთ ღერძებზე ინტერვალები, გაითვალისწინეთ, რომ პისტოგრამის დასათაურება აუცილებელია;

ბ) აღწერეთ როგორია მონაცემთა განაწილება;

წონა (კგ)	სიხშირე
$75 < x \leq 80$	2
$80 < x \leq 85$	5
$85 < x \leq 90$	8
$90 < x \leq 95$	7
$95 < x \leq 100$	5
$100 < x \leq 105$	1

5. პროფესიულმა სასწავლებელმა გამოიკითხა 50 სტუდენტი, იმის გასარკვევად თუ რა დროს ხარჯავდნენ ისინი სასწავლებელში მისვლამდე. მოცემულია მონაცემები წუთებში:

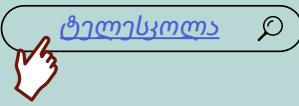
16	8	10	17	25	34	42	18	24	18	45	33	40
3	20	12	10	10	27	16	37	45	15	16	26	16
14	18	15	27	19	32	6	12	14	20	10	16	
21	25	8	32	46	14	15	20	18	8	10	25	

ა) როგორ დაახასიათებდით დროს?

ბ) დაალაგეთ მონაცემები ზრდის მიხედვით;

გ) როგორია მონაცემთა განაწილება?

მონაცემების დამუშავება მართკუთხედის ფორმის ყუთისა და მონაკვეთის მეშვეობით (Box and Whisker Plot)



9:30-დან განიხილება
აღნიშნული სკოტხი



ინტერნეტის მეშვეობით მოიპოვეთ ინფორმაცია და შეადარეთ აღნიშნული მეთოდით თქვენი საყვარელი სპორტსმენების მონაცემები და დაადგინეთ, რომელი უფრო ეფექტური მოთამაშე იყოს წლის განმავლობაში.

დაფიქრდით:
შეიძლება თუ არა ერთი მოთამაშის მაქსიმუმი იყოს მეორეზე გაცილებით მაღალი, მაგრამ მეორე მოთამაშე გაცილებით ეფექტური და სტაბილური მოთამაშე იყოს? როგორი სახე ექნება მსგავსი სიტუაციის დიაგრამას?

აღნიშნულ მონაცემთა დამუშავების წესით, ხშირად ხდება ორი სპორტ-სმენის ან ორი კომპანიის მონაცემების შედარება, იმისათვის, რომ მიიღონ გადაწყვეტილება, რომელი უფრო ეფექტური ან მომგებიანი იქნება.

ვთქვათ, მოცემულია რამდენი ქულა მოუტანა რომელიდაც კალათბურთელმა გუნდს ბოლო 12 თამაშში: 6, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 9, 10, 12, 12, 14.

ვისწავლოთ მონაცემების დამუშავების და წარმოდგენის კიდევ ერთი ძალიან პრაქტიკული მეთოდი. აღნიშნული მეთოდი მოიცავს შემდეგ ნაბიჯებს:

- ვიპოვოთ მონაცემების მედიანა
- მედიანის მეშვეობით გავყოთ მონაცემები ორ ნაწილად და ვიპოვოთ ზედა და ქვედა დანაყოფის მედიანები (წესი: მონაცემებს ვყოფთ შუაზე და ვპოულობთ ცალ-ცალკე თითოეული ნახევრის მედიანებს).
- ვიპოვოთ მონაცემების მაქსიმუმი და მინიმუმი.
- წარმოვადგინოთ მონაცემები მონაკვეთზე შემდეგი წესით:

მაქსიმუმი	14
მინიმუმი	4
მედიანა (Q_2)	8
მარცხენა ნახევრის მედიანა (ქვედა კვარტილი Q_1)	6
მარჯვენა ნახევრის მედიანა (ზედა კვარტილი Q_3)	11

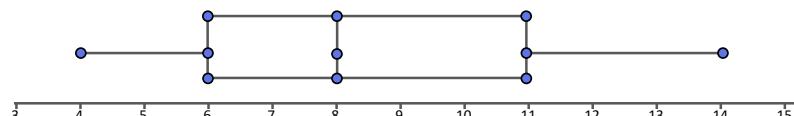


წარმოვადგინოთ მონაცემები რიცხვით სხივზე შემდეგი წესით:

- გადავიტანოთ რიცხვით სხივზე მონაცემების მინიმუმი და მაქსიმუმი, შესაბამისად 4 და 14.
- გადავიტანოთ რიცხვით სხივზე მედიანა 8.

გადავიტანოთ რიცხვით სხივზე ქვედა და ზედა დანაყოფების მედიანები (კვარტილები), 6 და 11.

- შევართოთ მართკუთხედით მედიანები ისე, როგორც ქვემოთ დიაგრამაზე ნაჩვენები
- შევართოთ მართკუთხედის გვერდები მინიმუმთან და მაქსიმუმთან.



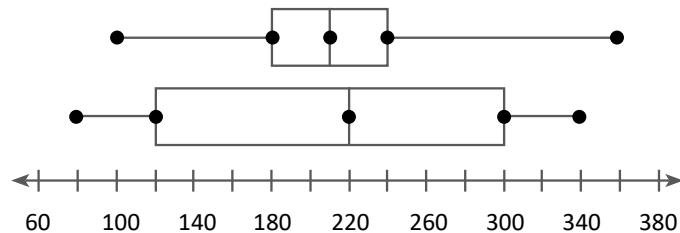
ზედა და ქვედა კვარტილების სხვაობა გვიჩვენებს თუ როგორ არის განაწილებული მონაცემები მედიანასთან მიმართებით. აღნიშნული დიაგრამა გვაძლევს საშუალებას გავაანალიზოთ და შევადაროთ ორი სიმრავლე მონაცემებისა.



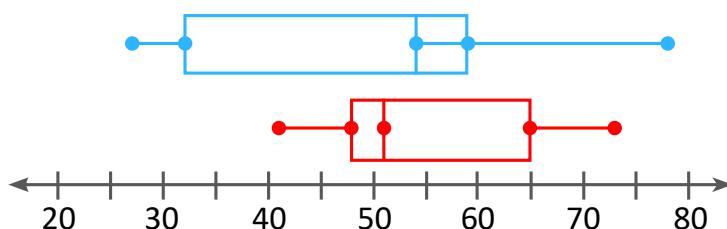
სავარკიშოები

MATH Lab – გააანალიზოთ შემდეგი დიაგრამა

1. აღნიშნული დიაგრამა გვაწვდის ინფორმაციას ორი კომპანიის გაყიდვების რაოდენობაზე. რისი თქმა შეგვიძლია? რომელი უფრო ეფექტურად მუშაობს? თქვენი აზრით, რომელია მეტად სტაბილური კომპანია გაყიდვებში?



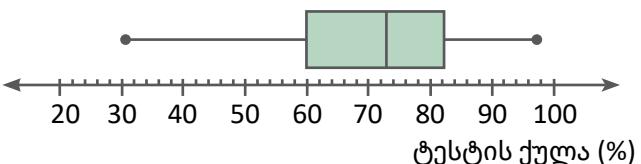
2. ქვემოთ დიაგრამით შედარებულია ორი მეწარმის მიერ დღეში გაყიდული პროდუქციის რაოდენობა (ჩავთვალოთ, რომ მეწარმეები ყიდიან ერთსა და იმავე პროდუქციას). N1-მეწარმის დიაგრამა მოცემულია ლურჯი ფერით, N2 მეწარმის – წითელი ფერით.



- რომელ დიაგრამაზეა მედიანა მეტი?
- რომელი დიაგრამით არის მოცემული უფრო დიდი დიაპაზონი?
- რას უდრის ზედა და ქვედა ნახევრების მედიანების სხვაობა და რატომ შეიძლება იყოს აღნიშნული ინფორმაცია საჭირო? გამოთქვით ვარაუდი

3. სურათზე მოცემული ყუთისებრი დიაგრამა გვიჩვენებს, კლასის მიერ ტესტში დაგროვებული ქულების განაწილებას. მისი მიხედვით უპასუხეთ:

ა) რამდენი იყო: I) ყველაზე მაღალი ქულა?





საპარტიშოები

II) ყველაზე დაბალი ქულა?

- ბ) რამდენი იყო ქულათა მედიანა?
- გ) რამდენი იყო გაბნევის დიაპაზონი?
- დ) თუ შენ დააგროვე 70 ქულა, მაშინ მოხვდები თუ არა საუკეთესო ქულების მქონე სტუდენტების 50%-ში?

გამოთქვი მოსაზრება მოცემული ყუთისებრი დიაგრამის სიმეტრიულობის შესახებ.

- 4.** მარიამმა გადაწყვიტა დაითვალოს და აღწეროს 33 სხვადასხვა პარკში არსებული ვაშლების რაოდენობა. მან ასეთი შედეგი მიიღო:

5, 8, 10, 4, 2, 12, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 13, 9, 3, 4, 4, 7, 8, 9, 5, 5, 4, 3, 6, 6, 6, 6, 9, 8, 7, 6.

- ა) იპოვე მონაცემთა მედიანა, ზედა და ქვედა მეოთხედები;
- ბ) დახაზუ ამ მონაცემების შესაბამისი ყუთისებრი დიაგრამა.

- 5.** ქვემოთ ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია თუ დღის განმავლობაში რამდენი საათი სძინავს მოსწავლეს და რამდენი მასწავლებელს;

- წარმოადგინეთ მონაცემები ყუთისებრი ფორმის დიაგრამით (Box and Whisker plot)
- გააანალიზეთ მონაცემები

ძილის დროის საშუალო ხანგრძლივობა ყოველ დღე	
მოსწავლე	9, 7, 10, 6, 11, 7, 9, 10, 10, 7, 9, 10, 8, 9, 11
მასწავლებელი	7, 6, 8, 9, 8, 7, 10, 6, 7, 9, 6, 7, 5, 7, 8



თესტის ნიმუში

1. დემეტრემ და საბამ გადაწყვიტეს ჩატარებინათ კვლევა, რომელი ტელეფონი უფრო ურჩევნიათ მომხმარებლებს: აიფონი თუ სამსუნგი? დაადგინეთ:
- რომლის კვლევის შედეგი იქნება უფრო მიახლოებული რეალობასთან?
 - რა მეთოდით ჩატარა კვლევა საბამ და რა მეთოდით დემეტრემ?

კითხვა: აიფონით უფრო კმაყოფილი ხართ თუ სამსუნგით?

კვლევის წესი	შედეგები
დემეტრე გამოკითხა შემთხვევით მეტ-როდან ამოსული 800 ადამიანი.	65 % — მოსწონს სამსუნგი
საბა გამოჭირებული აიფონის მაღაზიდან გამოსული მომხმარებელი	95 % — მოსწონს აიფონი

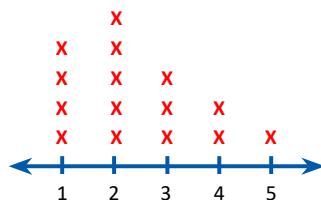
შენიშვნა: ამოცანაში მოცემული მონაცემები არ არის რეალური კვლევიდან აღებული.

2. დაწერეთ კვლევის რომელი მეთოდი უნდა იყოს გამოყენებული ჩამოთვლილი საკითხების ანალიზისთვის? (უნდა აღიწეროს სრული მოსახლეობის ანუ პოპულაციის თუ შერჩევითი შერჩევის წესით გამოკითხვა საკმარისია?).
- რომელია ყველაზე პოპულარული კომპიუტერული თამაში?
 - 15 წლამდე მოსწავლეებს კალათბურთის ყურება უფრო უნდათ თუ ფეხბურთის?
 - გაიზარდა თუ არა შობადობის რიცხვი წინა წელთან შედარებით?
3. იპოვეთ მოცემული მონაცემების მედიანა, მოდა, საშუალო და დიაპაზონი:

4 2 5 1 1 2 7 9 1.

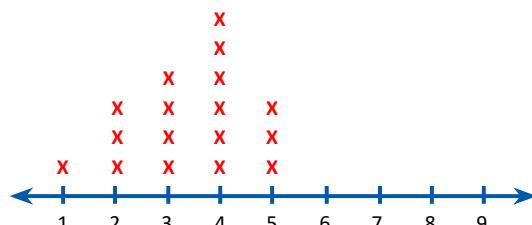
4. სიხშირის მონაცემზე განთავსებული მონაცემების მიხედვით, იპოვეთ:

მონაცემების მედიანა, მოდა და საშუალო.
ნახაზზე მოცემული რიცხვები.

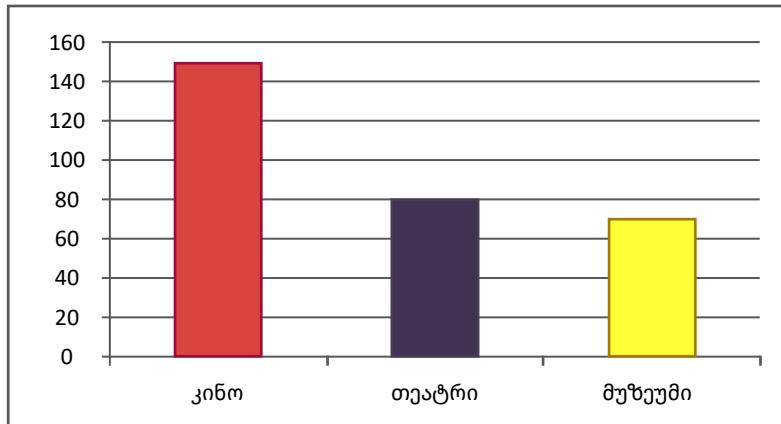


5. უნივერსიტეტის საკალათბურთო გუნდს ჰყავს 4500 ერთგული გულშემატკივარი, რომელთა ნაწილი შეჯიბრებებზე მუდმივად დადის გუნდის კალათბურთის მაისურებით. ლუკამ გამოკითხვა ჩატარა შემთხვევითი შერჩევის წესით და ჰქითხა გულშემატკივრებს: ვინ ჩაიცვამდა მაისურს მომავალი თამაშისთვის? გამოკითხული 30 გულშემატკივრიდან 24-მა განაცხადა, რომ მოვიდოდა მაისურით. რა ვარაუდის გამოთქმა შეუძლია ლუკას? სრული რაოდენობიდან სავარაუდოდ რამდენი გულშემატკივარი მოვა აღნიშნული მაისურით?

6. რა არის ცხრილით მოცემული მონაცემების მოდა?



7. აღნიშნული ინფორმაციის მიხედვით დაადგინეთ, საერთო გამოკითხულიდან რამდენს მოსწონს კინო? ინფორმაცია ჩაწერეთ ფარდობითი სიხშირის და პროცენტის მეშვეობით.



8. დიაგრამაზე მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე, იპოვეთ მონაცემების მოდა და დაახასიათეთ განაწილება.

