



პროფესიული
უნივერსიტეტი
საქართველო

ციტიკური გარემონტი • ეკონომიკური გარემონტი

ეათეამატიკური ტიბნიკორება

რიცხვები და მოძრაობები

სახელმძღვანელო მომზადებულია გაეროს განვითარების პროგრამისა (UNDP) და შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოს (SDC) მხარდაჭერით. პროფესიული უნარების სააგენტოსა და გაეროს განვითარების პროგრამის საგრანტო პროექტის „საქართველოში სოფლის მეურნეობასთან დაკავშირებული სისტემების გაფართოება და პროფესიული განათლების მოდერნიზაცია, ფაზა – II“ ფარგლებში.

წინამდებარე გამოცემაში გამოთქმული მოსაზრებები ავტორისეულია და შეიძლება არ ასახავდეს გაეროს განვითარების პროგრამის, შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოსა და ა(ა)იპ პროფესიული უნარების სააგენტოს თვალსაზრისს.

სახელმძღვანელო წარმოადგენს პროფესიული უნარების სააგენტოს საკუთრებას და განკუთვნილია პროფესიული განათლების სტუდენტებისთვის, რომლებიც პროფესიული საგანმანათლებლო პროგრამის ფარგლებში გაივლიან საშუალო განათლების კომპონენტსაც.

სახელმძღვანელოზე მუშაობდა ავტორთა ჯგუფი:

- ქეთევან ცერცვაძე
- ევგენი გუგულაშვილი

მადლობას ვუხდით ჯულიეტა ტაბეშაძეს, მარინე ახალაიას, სვეტა გორგიშელს, მზია დადვანს, ნანა ცინცაძეს, თამარ მურუსიძეს, ნანი სალიას, ნატო გერგაიას, ციცო თორიას, ნინელი ცერცვაძეს და მაია გველესიანს სახელმძღვანელოს შექმნაში შეტანილი წვლილისთვის.

რედაქტორი: ზურაბ ვახანია

გრაფიკული დიზაინერი: ვერა პაპასკირი

საავტორო უფლებები დაცულია



Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

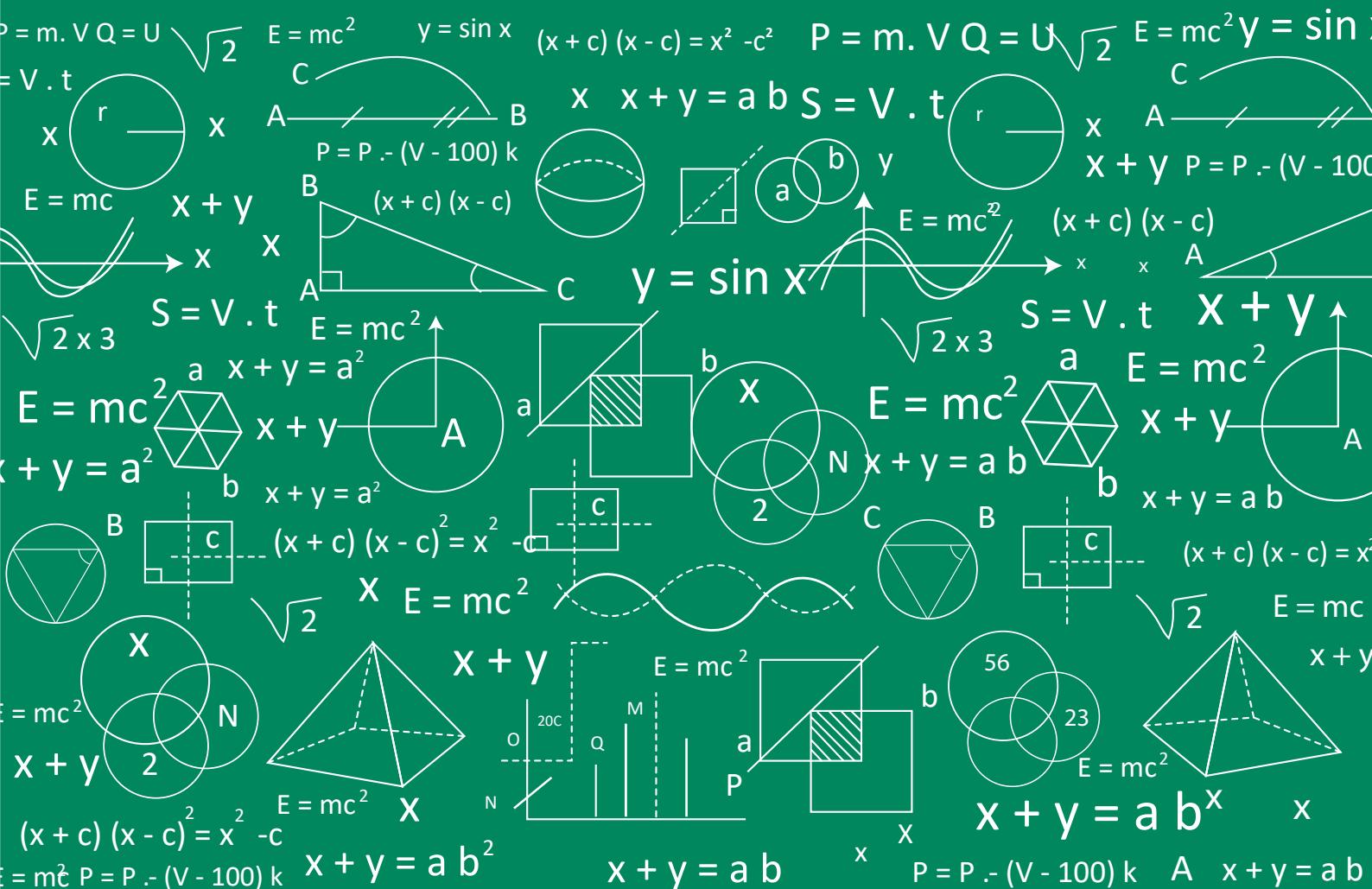
Swiss Agency for Development
and Cooperation SDC



პროფესიული
უნარების
სამსახური



მათემატიკური ნიზნივრება



რიცხვები და მოქმედებები

სწრაფი ეკონომიკური აღმავლობა მხოლოდ ინდუსტრიის განვითარებით არის შესაძლებელი, რომლის განხორციელება ისტორიულად ხდებოდა და დღესაც ხდება შესაბამისი თანამედროვე ინდუსტრიული პოლიტიკით.

თანამედროვე ქვეყნების ინდუსტრიული განვითარება უმაღლეს კვალიფიკაციას და უახლესი ინსტრუმენტების გამოყენებას მოითხოვს. ახალი ინდუსტრიული პოლიტიკა აღარ შემოიფარგლება მხოლოდ წარმოების სექტორით, არამედ ფარავს სერვისებსაც. თანამედროვე ინდუსტრიული პოლიტიკა მჭიდროდაა დაკავშირებული ისეთ სფეროსთან, როგორიცაა, მაგალითად, კვლევებისა და ტექნოლოგიების პოლიტიკა, რომელიც ცნობილია ასევე ინოვაციური პოლიტიკის სახელით. ამასთან, ინდუსტრიული პოლიტიკა ურთიერთშეგავლენაშია გარემოს-დაცვით, განათლების, ჯანდაცვის, აგრარულ და თავდაცვის პოლიტიკასთან.

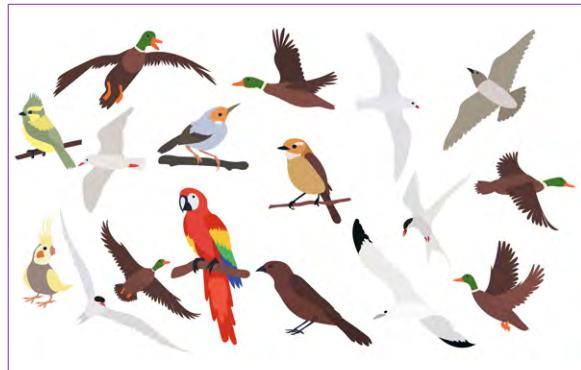
თამა 7. სიმრავლე, მოქმედებები სიმრავლეზე, რიცხვითი სიმრავლეები

7.1. სიმრავლე, მოქმედებები სიმრავლეზე

სიმრავლე არის სიმბოლოების, საგნების, ობიექტების ერთობლიობა. სიმრავლე შეიძლება იყოს: ადამიანების, საგნების, ობიექტების, ცხოველების, კომპანიების და ა.შ.

სიმრავლე შეიძლება იყოს სასრული ან უსასრულო.

საგნებს, ობიექტებს, სიმბოლოებს, რომელთა ერთობლიობაცაა სიმრავლე, **სიმრავლის ელემენტები** ეწოდება.



სიმრავლის აღნიშვნა

- სიმრავლე აღინიშნება დიდი ლათინური ასოებით: A, B, C...

სიმრავლის ელემენტებს ვწერთ ფიგურულ ფრჩხილებში { }

სიმრავლე შეიძლება იყოს მოცემული სიტყვიერად.

სიმბოლოების მნიშვნელობები

ε – ნიშნავს „ეკუთვნის“

∉ – ნიშნავს „არ ეკუთვნის“

$n(A)$ – ნიშნავს, რამდენი ელემენტია სიმრავლეში.

ცარიელი სიმრავლე

- სიმრავლეს, რომელიც არ შეიცავს არცერთ ელემენტს, **ცარიელი სიმრავლე** ეწოდება.

უნივერსალური სიმრავლე

- უნივერსალური სიმრავლე არის ისეთი სიმრავლეს, რომელიც შეიცავს განხილულ შემთხვევაში ყველა მოცემულ სიმრავლეს.

მაგალითად, A არის ერთნიშნა დადებითი რიცხვების სიმრავლე

$$A = \left\{ \begin{array}{l} \text{ერთნიშნა დადებითი} \\ \text{რიცხვების სიმრავლე} \end{array} \right\}$$

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$

- $1 \in A$ – ნიშნავს, 1 არის A სიმრავლის ელემენტი
- $15 \notin A$ – ნიშნავს, 15 არ არის A სიმრავლის ელემენტი
- $n(A) = 9$, A – სიმრავლეში 9 ელემენტია

∅ – ცარიელი სიმრავლის აღმნიშვნელი სიმბოლო

უნივერსალური სიმრავლე, აღინიშნება ლათინური ასო-ბერით U.

ტოლი სიმრავლეები

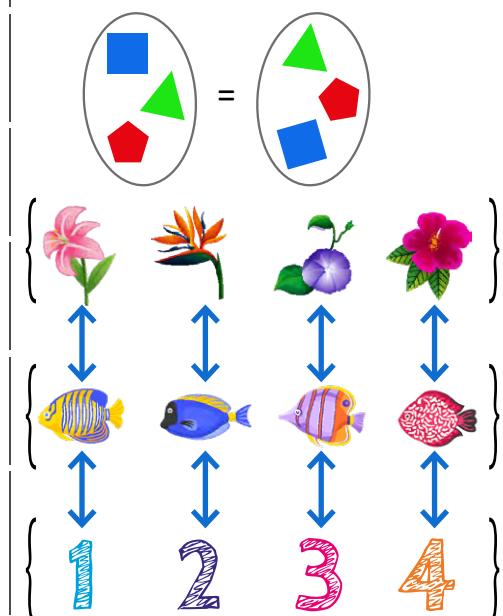
სიმრავლეებს ეწოდება ტოლი, თუ ისინი ზუსტად ერთი და იმავე ელემენტებისაგან შედგებიან.

■ თუ ორ სიმრავლეში შეგვიძლია დავაწყვილოთ ელემენტები ისე, რომ არცერთი ელემენტი არ დარჩეს შესაბამისი წყვილის გარეშე, ვიტყვით, რომ ასეთ დაწყვილებას, ჰქვია **ბიუქცია**.

სიმრავლიდან ყოველ ელემენტს შეესაბამება ერთადერთი ელემენტი მეორე სიმრავლიდან.

$$A = \{1,2,3,4\}; \quad B = \{1,2,3,4\}; \quad A = B$$

ტოლი სიმრავლეები



ვანის დიაგრამა

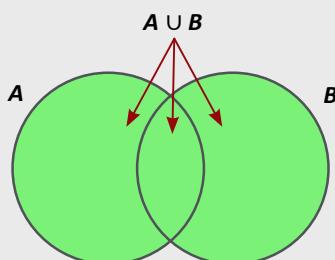
რიცხვების ან ობიექტების სიმრავლეზე მოქმედებების შესრულების თვალსაჩინოდ წარმოდგენისა და სიცხადისთვის იყენებენ დიაგრამებს (სხვადასხვა ბრტყელ ფიგურებს/არეებს), რომლებსაც ვენის დიაგრამები ეწოდება.

ვენის დიაგრამისთვის ძირითადად გამოიყენება წრეები (თუმცა, შეიძლება გამოყენებული იყოს სხვადასხვა ფორმის ფიგურა/არე). ამ არეების ფორმა შეიძლება იყოს წრე, ელიფსი, მართკუთხედი, სამკუთხედი, უსწორმასწორო არე და სხვა. არც ზომაა არსებითი. მთავარია ამ არეების ურთიერთგანლაგება, რომელი რომელს მოიცავს, რომელი რომლის გარეთ მდებარეობს და სხვა.

უნიკერსალური სიმრავლის წარმოსადგენად ხშირად იყენებენ მართკუთხედს, ხოლო დანარჩენი სიმრავლეების წარმოსადგენად წრეებს.

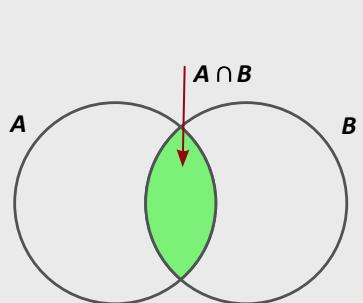
მოქმედებები სიმრავლეზე

$A \cup B$ – სიმრავლეთა
გაერთიანება



ორი სიმრავლის გაერთიანება ეწოდება სიმრავლეს, რომელიც შედგება **A** და **B** სიმრავლეების ყველა ელემენტისგან. მასში შემავალი ნებისმიერი ელემენტი ეკუთვნის ან **A** სიმრავლეს, ან **B** სიმრავლეს, ან ორივე სიმრავლეს ერთდროულად.

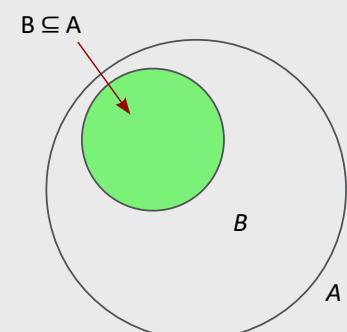
სიმბოლო **U** – აღნიშნავს გაერთიანებას.



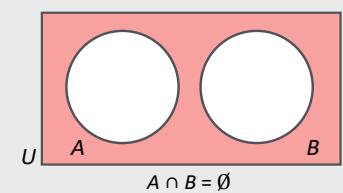
A ∩ B – სიმრავლეთა თანაკვეთა

ორი A და B სიმრავლის თანაკვეთა ეწოდება სიმრავლეს, რომელიც მოიცავს მხოლოდ A და B სიმრავლეების საერთო ელემენტებს.

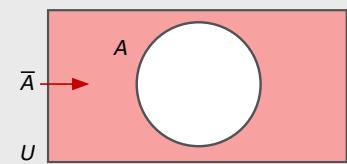
ი სიმბოლო აღნიშნავს თანაკვეთას



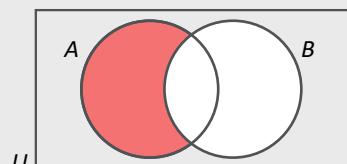
მეტი სიცხადისთვის, მოცემულ დიაგრამაზე: $B \subseteq A$



\bar{A} – სიმრავლის დამატება;



$A \setminus B$ – გამოკლების ოპერაცია



B სიმრავლეს ეწოდება A სიმრავლის ქვესიმრავლე, თუ A სიმრავლე შეიცავს B სიმრავლის ყველა ელემენტს.

\subset – ნიშნავს ქვესიმრავლეს

მოცემულ დიაგრამაზე B სიმრავლე A სიმრავლის ქვესიმრავლეა $B \subset A$,

თუმცა შეგვიძლია დავწეროთ ამგვარად,

$B \subseteq A$; B სიმრავლე A-ს ქვესიმრავლეა ან ტოლია (მოცემული ნიმუშით ვხედავთ, რომ $B \subset A$).

შენიშვნა: ცარიელი სიმრავლე ნებისმიერი სიმრავლის ქვესიმრავლეა

იმ შემთხვევაში, თუ ორ სიმრავლეს არ აქვს საერთო ელემენტი, ვამბობთ, რომ მათი თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

ორ სიმრავლეს შეიძლება არ ჰქონდეს საერთო ელემენტები, ასეთ შემთხვევაში ორი სიმრავლის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

$$A \cap B = \emptyset$$

\bar{A} – სიმრავლის დამატება წარმოადგენს იმ წერტილთა სიმრავლეს, რომლებიც არ შედიან A სიმრავლეში.

$$A \cup \bar{A} = U$$

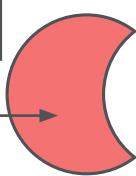
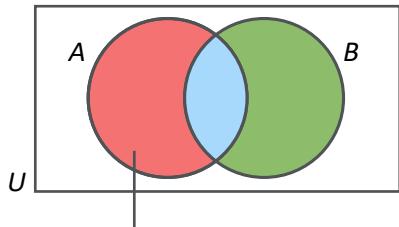
$$n(A) + n(\bar{A}) = n(U)$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

A და B სიმრავლეების სხვაობა ეწოდება იმ სიმრავლეს, რომელიც შეიცავს მხოლოდ იმ ელემენტებს, რომლებიც ეკუთვნის მხოლოდ A სიმრავლეს და არ ეკუთვნის B სიმრავლეს.

გაგრძელება





ელემენტები **A** სიმრავლეს
ეკუთვნის
არ ეკუთვნის **B** სიმრავლეს



ელემენტები **B** სიმრავლეს
ეკუთვნის
არ ეკუთვნის **A** სიმრავლეს

- $n(A) = a$ – აღნიშნავს **A** სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას.
- $n(B) = b$ – აღნიშნავს **B** სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას.
- $n(A \cap B) = c$ – აღნიშნავას იმ ელემენტების რაოდენობას, რომლებიც ორივე სიმრავლეს ეკუთვნის.

იმისათვის, რომ დავადგინოთ სულ რამდენი ელემენტია სიმრავლეთა გაერთიანებაში, ვიყენებთ ფორმულას:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

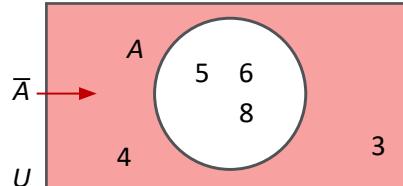
მოცემული ტოლობის სისწორეს დავინახავთ ნიმუშის მიხედვით (ნიმუში 3-ის განხილვისას)



ნიმუში 1

- რომელი ელემენტებია **A** სიმრავლის დამატებაში?

$$\bar{A} = \{3, 4\}$$



ნიმუში 2

- იპოვეთ **A** და **B** სიმრავლეების გაერთიანება, თანაკვეთა და სხვაობა

მოცემულია:

$$A \{1, 2\}; \quad B \{1, 3, 4\};$$

$U \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ – უნივერსალური სიმრავლე

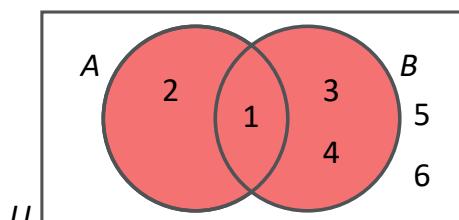
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cap B = \{1\}$$

$$A \setminus B = \{2\}$$

$$B \setminus A = \{3, 4\}$$

5-სა და 6-ს არ შეიცავს არც **A** და არც **B** სიმრავლე





ნიუში 3

- იპოვეთ A და B სიმრავლეების გაერთიანება, თანაკვეთა და სხვაობა

კლასის 10 მოსწავლე დადის ცეკვაზე, 8 ცურვაზე, 3 – ორივეზე ერთად. კლასის რამდენი მოსწავლე დადის ერთ-ერთ წრეზე მაინც?

ამოცანის პირობის გააზრება:

A სიმრავლით მოცემულია იმ მოსწავლეთა რაოდენობა, რომლებიც დადიან ცეკვაზე.

B სიმრავლით მოცემულია იმ მოსწავლეთა რაოდენობა, რომლებიც დადიან ცურვაზე.

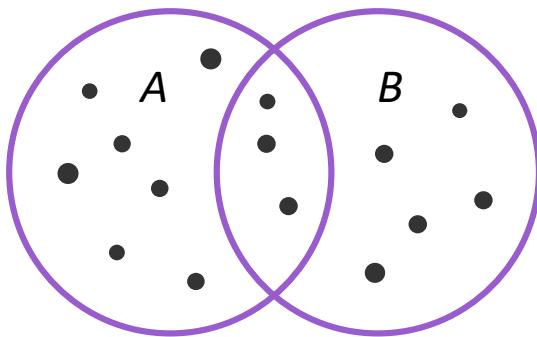
$$n(A) = 10 \quad \text{და} \quad n(B) = 8$$

ამოხსნა: $n(A \cap B) = 3$ – თანაკვეთაში 3 ელემენტია ნიშნავს, რომ 3 ელემენტი ერთ-დროულად შედის ორივე სიმრავლეში. ე.ი. ელემენტთა საერთო რიცხვი გაერთიანებაში (ჩვენს შემთხვევაში, კლასში) არის:

$$n(A \cup C) = 10 + 8 - 3 = 15$$

დასკვნა: $n(A \cup C) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

პასუხი: კლასის 15 მოსწავლე დადის ერთ-ერთ წრეზე მაინც.



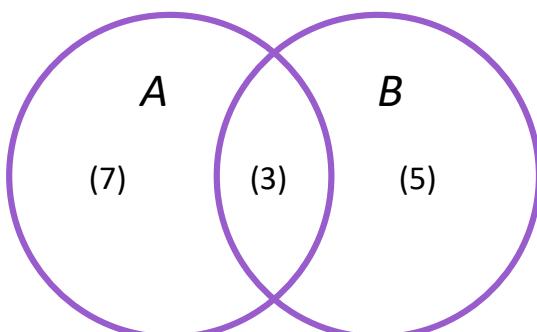
$$n(A) = 10 \quad \text{და} \quad n(B) = 8$$

ხშირად ელემენტების რაოდენობას დიაგრამებში შემდეგი წესით აღნიშნავენ:

(7) – ნიშნავს მხოლოდ A სიმრავლეში ანუ A-სა და B-ს სხვაობაში 7 ელემენტია.

$$N(A \setminus B) = 7; \quad n(B \setminus A) = 5;$$

$$n(A \cap B) = 3$$

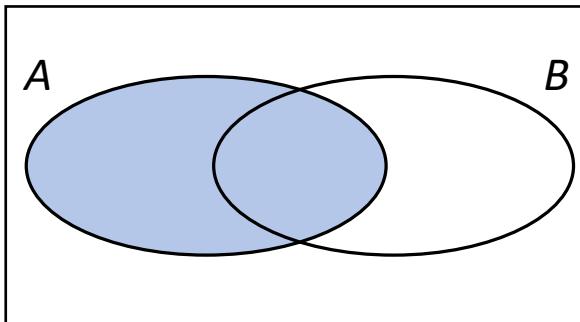




ნიუბი 4 – ვაჩვენოთ დიაგრამით შემდეგი $A \cap B'$

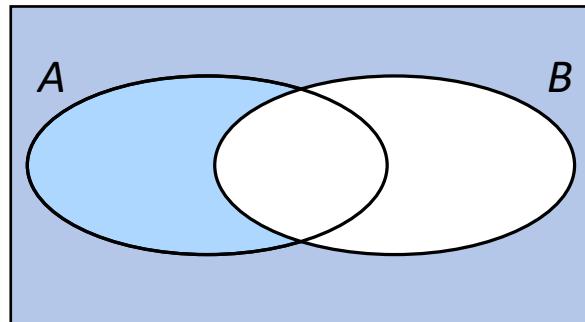
ნაბიჯი 1: ვაჩვენოთ დიაგრამით A

A



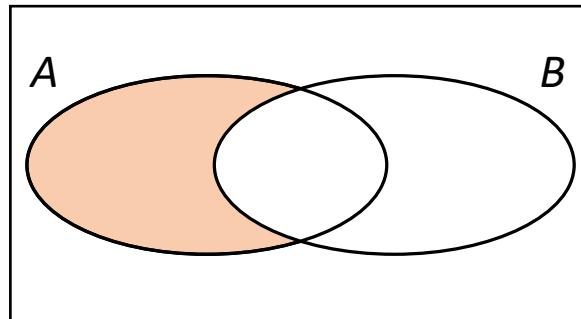
ნაბიჯი 2: ვაჩვენოთ დიაგრამით B'

B'



ნაბიჯი 3:

$$A \cap B' =$$



სიმბოლოების მნიშვნელობები:

\in	– „ეკუთვნის“
\notin	– „არ ეკუთვნის“
\subset	– ქვესიმრავლეა
\subseteq	– ქვესიმრავლეა ან ტოლია
\cap	– თანაკვეთა
\cup	– გაერთიანება
$n(A)$	– რამდენი ელემენტია სიმრავლეში.



საპარტიშოები

- 1.** გამოიყენეთ სიმრავლის აღმნიშვნელი სიმბოლოები და ჩაწერეთ შემდეგი სიმრავლეები:
 - ა) A არის 20-ზე ნაკლები ლუწი ნატურალური რიცხვების სიმრავლე;
 - ბ) B არის ნატურალური კენტი რიცხვების სიმრავლე 10-დან 24-მდე;
 - გ) C არის 40-ზე ნაკლები 5-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე;
 - დ) D არის 35-ზე ნაკლები მარტივი რიცხვების სიმრავლე;
 - ე) E არის 90-ზე ნაკლები 8-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე;
 - ვ) F არის 70-ზე ნაკლები იმ რიცხვების სიმრავლე, რომლებიც 6-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევენ 3-ს;
 - ზ) G არის 30-ზე მეტი და 90-ზე ნაკლები იმ რიცხვების სიმრავლე, რომლებიც 3-ზე და 4-ზე გაყოფისას ნაშთში გვაძლევენ 2-ს;
 - თ) H არის წესიერი წილადების სიმრავლე, რომელთა მნიშვნელია 9;
 - ი) M არის $\frac{1}{2}$ -ზე ნაკლები და $\frac{1}{3}$ -ზე მეტი იმ წილადების სიმრავლე, რომელთა მნიშვნელია 60;
 - კ) T არის 10-ზე მეტი ერთნიშნა რიცხვების სიმრავლე.
- 2.** სავარჯიშო N1-დან გამომდინარე, იპოვეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა $n(A); n(B); n(C); n(D); n(E); n(F); n(G); n(H); n(M); n(T)$.
- 3.** მოცემულია სიმრავლე $A = \{2; 4; 5; 6; 10; 12; 14; 18; 22; 26; 28\}$. შესაბამისი სიმბოლოების გამოყენებით ჩაწერეთ:
 - ა) 5 ეკუთვნის A სიმრავლეს;
 - ბ) 14 ეკუთვნის A სიმრავლეს;
 - გ) 23 არ ეკუთვნის A სიმრავლეს;
 - დ) 17 არ ეკუთვნის A სიმრავლეს;
 - ე) სიმრავლე $B = \{5; 6; 12; 14\}$ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე;
 - გ) სიმრავლე $C = \{4; 10; 22; 26; 28\}$ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე;
 - დ) სიმრავლე $D = \{2; 9; 18; 22; 29\}$ არ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე;
 - ე) სიმრავლე $E = \{2; 9; 18; 22; 29\}$ არ არის A სიმრავლის ქვესიმრავლე.
- 5.** მოცემულია $M = \{5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40\}$ და $N = \{10; 20; 30; 40; 50\}$ ორი სიმრავლე. ქვემოთ მოცემული ჩანაწერებიდან რომელია სწორი და რომელი არასწორი?

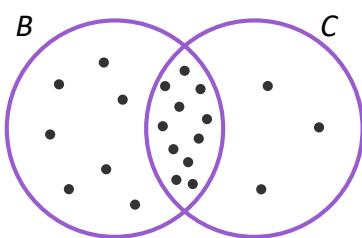
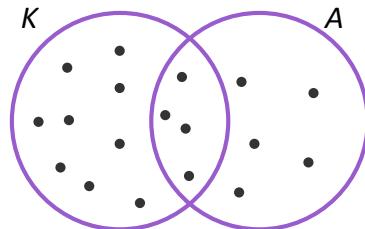
ა) $5 \in N$;	დ) $40 \notin N$;	ზ) $25 \in M$;	კ) $45 \in M \cap N$;
ბ) $20 \notin N$;	ე) $25 \in N$;	თ) $50 \notin M$;	ლ) $30 \in M \cup N$;
გ) $15 \in M$;	ვ) $35 \notin N$;	ი) $35 \notin M \cap N$;	მ) $20 \notin M \cup N$.
- 6.** მოცემულია სიმრავლეები $M = \{3; 5; 11\}$ და $N = \{12; 16; 24; 28\}$. დაწერეთ თითოეული სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლე.
- 7.** იპოვეთ $A \cup B$, $n(A \cup B)$ და $A \cap B$, $n(A \cap B)$, თუ მოცემულია, რომ

ა) $A = \{1; 4; 9; 15\}$ და $B = \{1; 5; 9; 13; 17\}$;	დ) $A = \{-12; -5; 0; 1; 7\}$ და $B = \{-15; -5; 0; 5; 10\}$;
ბ) $A = \{4; 7; 11; 16; 22\}$ და $B = \{11; 22; 33; 44\}$;	ე) $A = \{a; b; c; d; e\}$ და $B = \{b; d; e; k\}$;
გ) $A = \{14; 16; 19; 21; 24; 30\}$ და $B = \{12; 16; 19; 20; 24\}$;	ზ) $A = \{c; e; h; k; 9; 17\}$ და $B = \{e; f; h; 5; 9; 14; 19\}$.



სავარჯიშოები

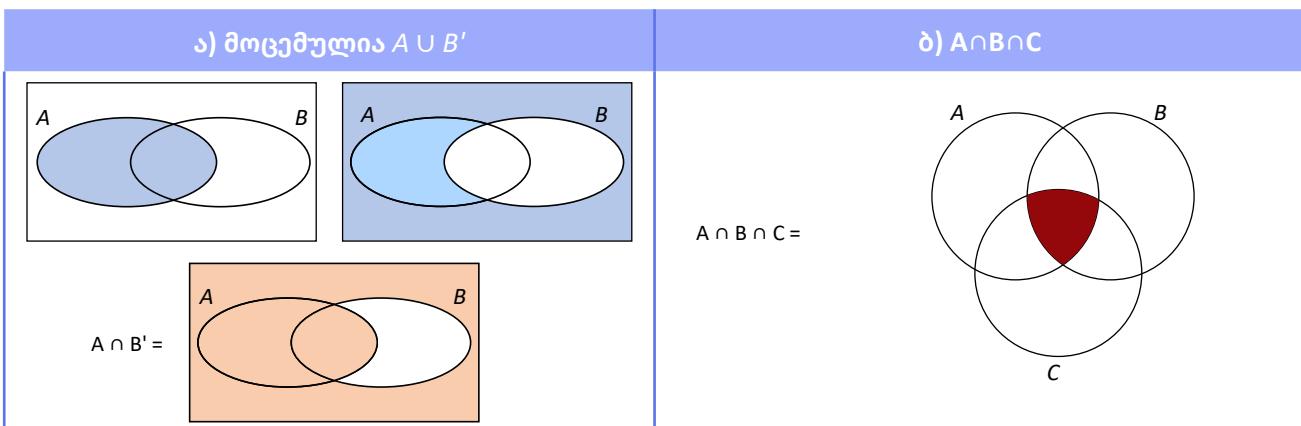
- 8.** სიმრავლეებისთვის იპოვეთ $A = \{25; 50; 75; 100\}$ და $B = \{20; 40; 60; 80; 100; 120\}$:
- ა) $A \cup B$; ბ) $A \cap B$; გ) $n(A)$; დ) $n(B)$; ე) $n(A \cup B)$; ვ) $n(A \cap B)$.
- 9.** A არის 100-ზე ნაკლები 8-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე, ხოლო B არის 105-ზე ნაკლები 10-ის ჯერადი რიცხვების სიმრავლე.
- ა) დაწერეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტები;
- ბ) დაადგინეთ, რომელი სიმრავლეა მეორის ქვესიმრავლე;
- გ) იპოვეთ $n(A)$ და $n(B)$;
- დ) იპოვეთ A და B სიმრავლეების თანაკვეთა და გაერთიანება;
- ვ) იპოვეთ $n(A \cup B)$ და $n(A \cap B)$.
- 10.** A არის 10-ის ჯერადი რიცხვები 100-დან 200-მდე, ხოლო B არის 5-ის ჯერადი რიცხვები 80-დან 155-მდე.
- ა) დაწერეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტები;
- ბ) დაადგინეთ, რომელი სიმრავლეა მეორის ქვესიმრავლე;
- გ) იპოვეთ $n(A)$ და $n(B)$;
- დ) იპოვეთ A და B სიმრავლეების თანაკვეთა და გაერთიანება;
- ვ) იპოვეთ $n(A \cup B)$ და $n(A \cap B)$.
- 11.** ნახაზზე მოცემულია ორი K და A სიმრავლე. იპოვეთ:
- ა) $n(A)$; ბ) $n(K)$; გ) $n(A \setminus K)$;
- დ) $n(K \setminus A)$; ე) $n(A \cup K)$; ვ) $n(A \cap K)$.
- 12.** ნახაზზე მოცემულია ორი B და C სიმრავლე. იპოვეთ:
- ა) $n(B)$; ბ) $n(C)$; გ) $n(B \setminus C)$;
- დ) $n(C \setminus B)$; ე) $n(B \cup C)$; ვ) $n(C \cap B)$.
- 13.** მოცემულია სიმრავლეები $M = \{3; 4; 5; 6; 9; 12; 15; 16; 18\}$ და $N = \{10; 12; 14; 16; 17; 24; 15; 28\}$. გამოსახეთ ეს ინფორმაცია ვენის დიაგრამის საშუალებით და იპოვეთ:
- ა) $M \cup N$; ბ) $N \setminus M$; გ) $n(M \cup N)$; დ) $n(N \setminus M)$;
- ბ) $N \cap M$; ე) $n(M)$; თ) $n(N \cap M)$; ლ) $(M \setminus N) \cup (N \setminus M)$;
- გ) $M \setminus N$; ვ) $n(N)$; ი) $n(M \setminus N)$; მ) $n((M \setminus N) \cup (N \setminus M))$.
- 14.** მოცემულია სიმრავლეები $A = \{5; 9; 11; 15; 17; 21\}$ და $B = \{9; 11; 18; 22; 26; 30\}$. გამოსახეთ ეს ინფორმაცია ვენის დიაგრამის საშუალებით და იპოვეთ:
- ა) $A \cup B$; ბ) $B \setminus A$; გ) $n(A \cup B)$; დ) $n(B \setminus A)$;
- ბ) $B \cap A$; ე) $n(A)$; თ) $n(B \cap A)$; ლ) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$;
- გ) $A \setminus B$; ვ) $n(B)$; ი) $n(A \setminus B)$; მ) $n((A \setminus B) \cup (B \setminus A))$.





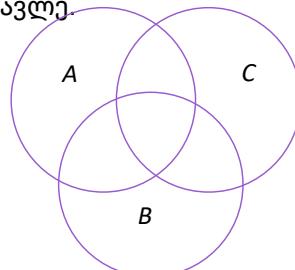
საპარტიშოები

15. ქვემოთ მოცემულია დიაგრამები და შესაბამისი ჩანაწერი. გააანალიზეთ და ახსენით თითოეული ჩანაწერის სისწორე; მოიყვანეთ რაიმე მაგალითი, რომელიც შესაბამება თითოეულ დიაგრამას.



16. **გამოწვევა:** ვენის დიაგრამაზე მოცემულია სამი A , B და C სიმრავლე. დიაგრამაზე დაშტრიხეთ შემდეგი სიმრავლეები:

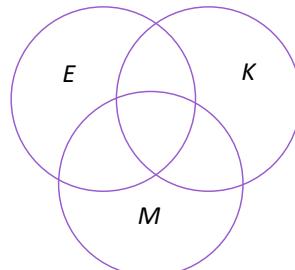
- ა) $A \cup B$; დ) $B \cap C$; ზ) $A \setminus B$; კ) $C \setminus A$;
 ბ) $B \cap A$; ე) $A \cap C$; თ) $C \setminus B$; ლ) $A \setminus C$;
 გ) $A \cup C$; ვ) $B \cap C$; ი) $B \setminus A$; მ) $B \setminus C$.



გამოწვევა:

17. ვენის დიაგრამაზე მოცემულია სამი E , M და K სიმრავლე. დიაგრამაზე დაშტრიხეთ შემდეგი სიმრავლეები:

- ა) $(E \cup M) \cup K$; ე) $(K \cap E) \cap M$; ი) $(K \cup E) \setminus M$;
 ბ) $(M \cap K) \cup E$; ვ) $(M \cap K) \setminus E$; კ) $(M \setminus K) \cup M$;
 გ) $(E \cap M) \setminus K$; ზ) $(K \setminus E) \setminus M$; ლ) $(E \setminus K) \cup (M \setminus E)$;
 დ) $(K \setminus M) \cup E$; თ) $(M \setminus E) \cap M$; მ) $(M \setminus K) \cap (E \setminus K)$.



18. კლასში 26 მოსწავლეა და ყველა სწავლობს უცხო ენას. მათგან 19 სწავლობს ინგლისურ ენას, 14 გერმანულს. რამდენი მოსწავლე სწავლობს ორივე ენას, ინგლისურსაც და გერმანულსაც?

19. სკოლაში გაკეთდა მათემატიკისა და ფიზიკის კლუბები, რომლებშიც გაწევრიანებულები არიან მე-9 კლასელები. მათემატიკის კლუბში 20 მოსწავლე გაერთიანდა, ფიზიკის კლუბში 18 მოსწავლე, 10-მა მოსწავლემ აირჩია ორივე კლუბი, ხოლო 12-მა არცერთი. რამდენი მე-9 კლასელია სკოლაში?

20. კლასში 28 მოსწავლეა და ყველა დადის სპორტულ სექციაში. ცნობილია, რომ 20 მოსწავლე დადის ფეხბურთზე, ხოლო 7 მოსწავლე დადის როგორც ფეხბურთზე, ისე ცურვაზე. რამდენი მოსწავლე დადის ცურვაზე? მხოლოდ ცურვაზე?

21. კოლეჯში 200 სტუდენტია, მათგან ჭადრაკის თამაში იცის 120-მა, შაშის თამაში – 90-მა, ხოლო 60-მა სრუდენტმა იცის როგორც ჭადრაკის, ისე შაშის თამაში. რამდენმა სტუდენტმა არ იცის არც ჭადრაკის და არც შაშის თამაში?



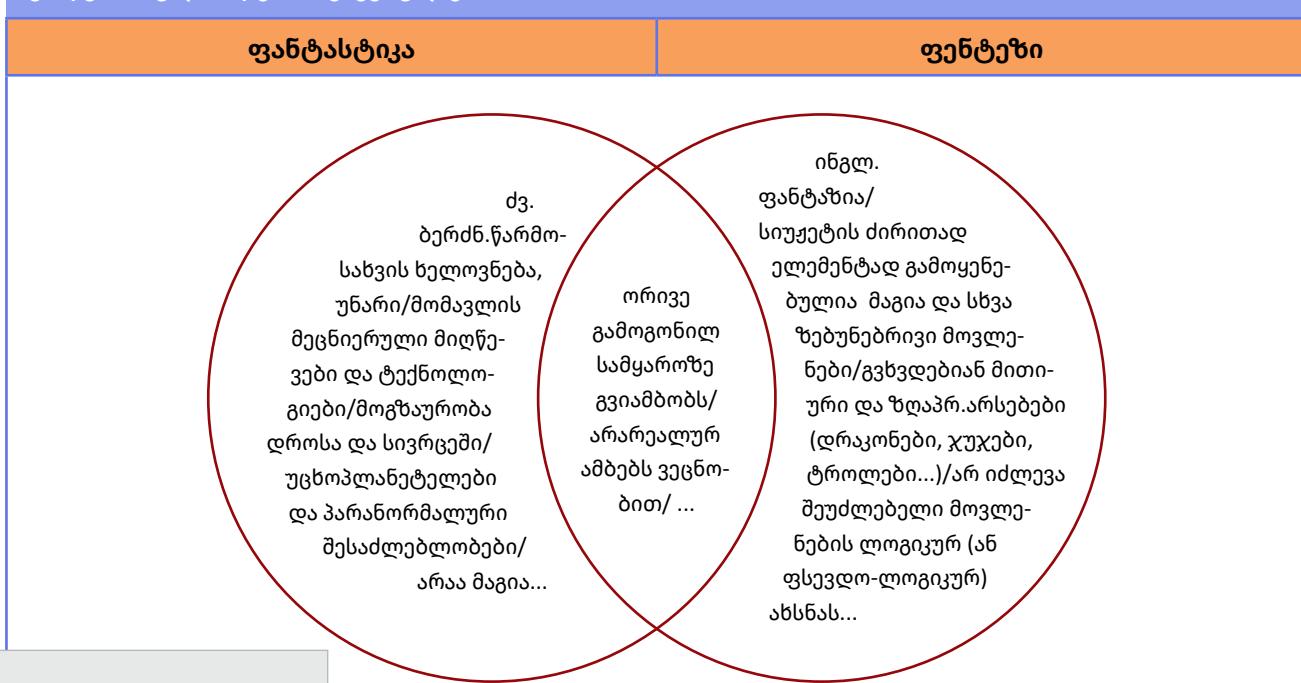
საპარკიშოები

22. ბათუმში 30 დღიდან მხოლოდ 18 დღე იყო სულ მზიანი, 4 დღე იყო მზიანი და თან წვიმდა, დანარჩენი დღეები სულ წვიმდა. რამდენი დღე იყო წვიმიანი და უმზეო?
23. ზამთრის დასასვენელ კურორტზე გაემგზავრა 55 დამსვენებელი. მათგან თხილამურებით სრიალი იცის 32-მა, ციგურებით სრიალი – 17-მა, ხოლო 11-მა დამსვენებელმა არ იცის არც ციგურებით და არც თხილამურებით სრიალი. რამდენმა დამსვენებელმა იცის როგორც ციგურებით, ისე თხილამურებით სრიალი?
24. კლასში 20 მოსწავლეა. მათგან ფანქარი აქვს 15-ს, კალამი – 16-ს, 10 მოსწავლეს – კალამიც და ფანქარიც, ხოლო დანარჩენს – არცერთი. რამდენ მოსწავლეს არ აქვს არც კალამი და არც ფანქარი?
25. სადარბაზოს მცხოვრებთაგან კატა ჰყავს 12 ოჯახს, ძაღლი – 6 ოჯახს, ორივე – 5-ს, ხოლო 8 ოჯახს არ ჰყავს არცერთი. რამდენი ოჯახი ცხოვრობს ამ სადარბაზოში?

გამოწვევა:

26. კლასში 30 მოსწავლეა, 19 მოსწავლეს აქვს შავი თმა, 14 მოსწავლეს აქვს ყავისფერი თვალები, 11 მოსწავლეს შავი თმა და ყავისფერი თვალები. 3 მოსწავლეს არც შავი თმა აქვს არც ყავისფერი თვალები.
- რამდენ მოსწავლეს აქვს შავი თმა ან ყავისფერი თვალები?
 - რამდენ მოსწავლეს აქვს შავი თმა და არ აქვს ყავისფერი თვალები?
27. **კავშირი ქართულთან:** ვენის დიაგრამები ხშირად გამოიყენება სხვადასხვა დისციპლინაში, მაგალითად ქართულში.

მოსწავლეები ხშირად ინტერესდებიან იმით, რა განსხვავებაა დოქსდოქობით ძალიან პოპულარულ **ფენტეზის** ჟანრსა და **ფანტასტიკას** შორის. ამ საკითხის დამუშავება ვენის დიაგრამის გამოყენებით თვალნათვი წარმოაჩენს განსხვავებებს ორ, ბეგრობრივად მსგავს, შინაარსობრივად კი სრულიად განსხვავებულ ჟანრს შორის.





საპარტიშოები



კავშირი ბუნების მატყვალებასთან

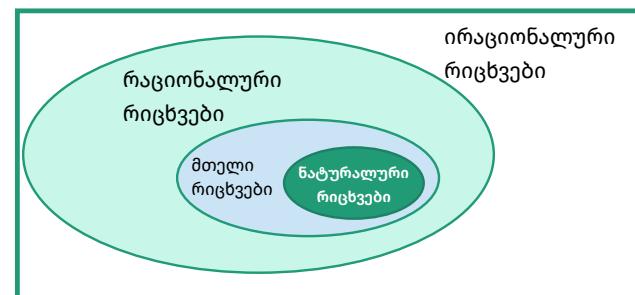
28. შეადგინე ვენის დიაგრამა, რომლითაც აჩვენებ, მაგალითად, კატისებრთა ოჯახის ორ წარმომადგენელს შორის მსგავსებას და განსხვავებას.
29. ამოარჩიეთ ცხოველთა ორი სახეობა, შეადგინეთ ვენის დიაგრამა, რომლითაც აჩვენებ თქვენ მიერ ამორჩეულ ორ სახეობას შორის მსგავსებას და განსხვავებას.
30. ამოარჩიეთ ფრინველთა ორი სახეობა, შეადგინეთ ვენის დიაგრამა, რომლითაც აჩვენებ თქვენ მიერ ამორჩეულ ორ სახეობას შორის მსგავსებას და განსხვავებას.

7.2. ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე

მარჯვნივ ვენის დიაგრამაზე გამოსახულია მიმართებები რიცხვით სიმრავლეებს შორის.

გავაანალიზოთ მოცემული მიმართებები და განვიხილოთ თითოეული რიცხვითი სიმრავლე

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე



[ტელესკოპია](#)

[რიცხვითი სიმრავლეები](#)

[ამოცანები ვენის დიაგრამით](#)

[რიცხვითი სიმრავლეები, გამორჩება](#)

ნატურალური რიცხვები
რიცხვები, რომლებსაც თვლის შედეგად ვიღებთ. ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება სიმბოლო N -ით.

ის უსასრულო სიმრავლეა, შეიცავს ელემენტების უსასრულო რაოდენობას.

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}; \\ 1 \in N; -5 \notin N$$

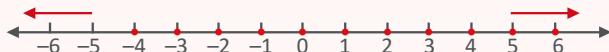


მთელი რიცხვები

ნატურალური რიცხვებს, მათ მოპირდაპირე რიცხვებს და 0-ს მთელი რიცხვები ეწოდება.

მთელ რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება სიმბოლო Z -ით.

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}; \quad -3 \in Z;$$



რაციონალური რიცხვები

რიცხვებს, რომელთა წარმოდგენა შესაძლებელია $\frac{a}{b}$ ფორმით, სადაც, $a \in Z$ და $b \in N$, რაციონალური რიცხვები ეწოდება, რაციონალური რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება Q ასოთი.

აღნიშვნებით ჩაიწერება შემდეგნაირად

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in Z; b \in N \right\}$$

სიმრავლე იმ
ელემენტების

სადაც

მინიშნება: როგორც ვიცით, ფიგურული ფრჩხილით, შეიძლება სიმრავლის ჩაწერა $\{\square | \square\}$

ირაციონალური რიცხვები

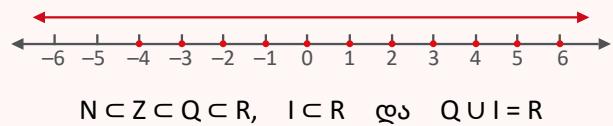
ირაციონალური რიცხვები ეწოდება რიცხვებს, რომელთა წარმოდგენა/ჩაწერა არ არის შესაძლებელი $\frac{a}{b}$ ფორმით.

ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე აღინიშნება სიმბოლოთი – I. რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის თანაკვეთა ცარიელი სიმრავლეა.

$$N \subset Z \subset Q \not\subseteq I, \text{ და } Q \cap I = \emptyset$$

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე

რაციონალურ (მათ შორის, მთელ, მათ შორის ნატურალურ) და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლეთა გაერთიანებას ეწოდება **ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე**. ის აღინიშნება R სიმბოლოთი.



სიმრავლეებს შორის მიმართება შეიძლება წარმოვადგინოთ ვენის დიაგრამის სახით.

R – უნივერსალური სიმრავლეა

Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე მოიცავს მთელ რიცხვთა სიმრავლეს, რომელიც, თავის მხრივ, მოიცავს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეს $N \subset Z \subset Q$

$\overline{Q} = I$ – ირაციონალური რიცხვების სიმრავლე რაციონალურ რიცხვების სიმრავლის დამატებად შეიძლება ჩავთვალოთ

შესაბამისად, რაციონალურ და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლეთა გაერთიანება წარმოადგენს ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეს. ამბობენ, რომ რაციონალურ და ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლის ელემენტებს ერთად **ნამდვილი რიცხვები** ეწოდება.

სიმრავლეებს შორის მიმართება მოცემულია მართულთხედების ფორმის დიაგრამით.

რაციონალური რიცხვები

$$\frac{1}{2}, -\frac{3}{7}, 46, 0.17, 0.6, 0,317$$

მთელი
რიცხვები

$$\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

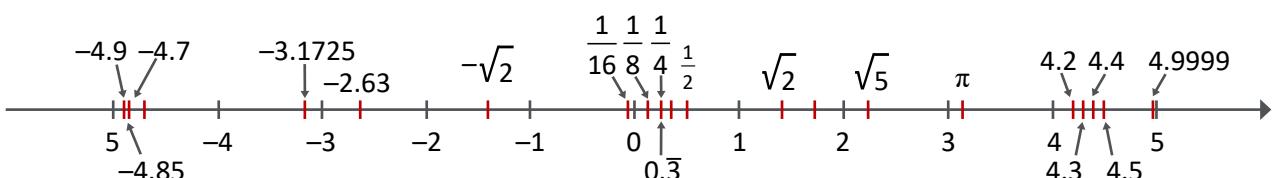
ირაციონალური რიცხვები

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{2}, \pi, \frac{3}{\pi^2},$$

ნამდვილ რიცხვთა წრფე

ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე სრულად შეიძლება წარმოდგენილი იყოს რიცხვით წრფეზე.

ყოველ ნამდვილ რიცხვს რიცხვით წრფეზე შეესაბამება ერთადერთი წერტილი. ამ წერტილიდან მანძილი რიცხვითი წრფის სათავემდე ამ რიცხვის მოდულის ტოლია.



? **საკვანძო კითხვა:** რას ნიშნავს უსასრულობა, რას აღვინიშნავთ სიმბოლოთი ა?

უსასრულობა (აღინიშნება სიმბოლოთი ა) ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი ცნებაა, რომელზეც საუკუნეების განმავლობაში საუბრობენ. სიტყვა უსასრულობა წარმოიშვა ლათინური სიტყვისგან „infinitas“, რომელიც ნიშნავს შემოუსაზღვრელობას. უსასრულობის აღმნიშვნელ სიმბოლოს „∞“ ჰქვია „lemnistace“.

მათემატიკაში „უსასრულობა“ ხშირად გამოიყენება როგორც რიცხვი (მაგ., საგანთა უსასრულო რაოდენობა), მაგრამ არა ისეთი გაგებით, როგორც ნამდვილი რიცხვი.

ჰილბერტის სასტუმრო

ეს საინტერესო!

მათემატიკოსმა დავიდ ჰილბერტმა სცადა, აქსნა და თვალსაჩინოდ წარმოეჩინა უსასრულობის იდეა. საილუსტრაციოდ, მან განიხილა უსასრულო რაოდენობის ოთახებისაგან შემდგარი სასტუმროს იდეა, რომელსაც ყოველთვის შეუძლია მიიღოს 1-ით მეტი სტუმრი.

განვიხილოთ შემთხვევა N1:

დავუშვათ, სასტუმროში არის უსასრულო რაოდენობის სტუმარი და მოვიდა კიდევ ერთი სტუმარი, ასეთ შემთხვევაში სასტუმროს ადმინისტრაცია მოახდენს სტუმრების წანაცვლებას იმისათვის, რომ გამოთავისუფლდეს დამატებითი ოთახი.

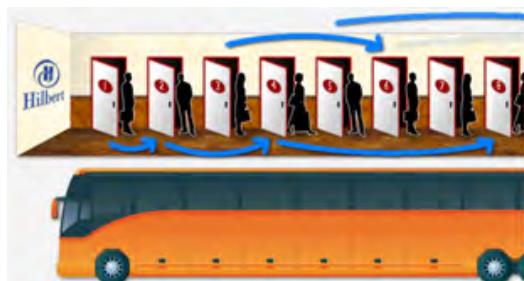
პირველ ოთახში მყოფი სტუმარი გადავა ოთახში ნომრით 2, მეორე ოთახში მყოფი სტუმარი გადავა ოთახში ნომრით 3 და ა.შ. რის შედეგადაც გამოთავისუფლდება ოთახი და ყველა სტუმარი განთავსდება სასტუმროში.



გავიხილოთ შემთხვევა N2:

დავუშვათ, სასტუმროში მოვიდა უსასრულო რაოდენობის სტუმარი და ნომრები დაკავებულია.

1. ასეთ შემთხვევაში სასტუმრო პირველ ოთახში მყოფ სტუმარს გადაიყვანს ოთახში ნომრით 2, მეორე ოთახში მყოფ სტუმარს გადაიყვანს ოთახში ნომრით 4.

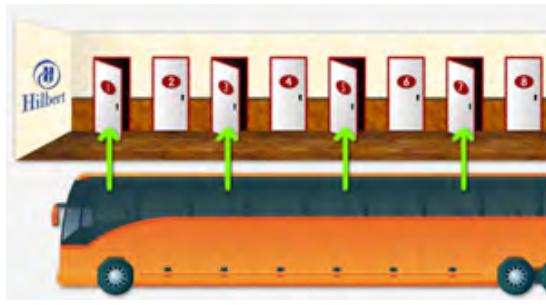


2. ყველა სტუმარს განათავსებენ ოთახებში ლუწი ნომრით და გამოთავისუფლდება ოთახები კენტი ნომრით.



3. შესაბამისად, აზალ სტუმრებს განათავსებენ გამოთავისუფლებულ კენტინომრიან ოთახებში, რომელიც უსასრულოდ ბევრია.

რამდენი სტუმარიც არ უნდა მოვიდეს, სასტუმროს ადმინისტრაცია აღნიშნული წესით მოახდენს სტუმრების წანაცვლებას და ყოველთვის დაიტევს ყველა სტუმარს.



დამატებითი ინფორმაცია ინგლისურ ენაზე

<https://mathigon.org/>



მარტივად რომ შევაჯამოთ, რა რიცხვიც არ უნდა დასახელდეს ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლიდან, ჩვენ შევძლებთ დავასახელოთ მასზე 1-ით მეტი რიცხვი. შესაბამისად, აღნიშნული აზრით ხდება უსასრულობის გაგება.

სიმრავლის მოცემის გზები

ქვემოთ მოცემულ ცხრილში წარმოდგენილია, თუ როგორ შეიძლება რიცხვთა სიმრავლის ან ქვესიმრავლის გამოსახვა სხვადასხვა გზით: სიტყვიერი აღწერით, სიმრავლური ჩანაწერით, რიცხვითი ღერძით, თუ უტოლობის მეშვეობით.



ნიმუში 1 – რიცხვით წრფეზე ასევე შესაძლებელია წარმოვადგინოთ ნამდვილ რიცხვთა რაიმე ქვესიმრავლე

როგორ წარმოვადგინოთ რიცხვით წრფეზე 3-ზე მეტი რიცხვები?

დავუშვათ, A არის სიმრავლე რიცხვებისა, რომელიც მეტია 3-ზე;

შეგახსენებთ, 3-ზე მეტი რიცხვებს, უტოლობის სახით ჩავწერთ შემდეგნაირად: $x > 3$



მკაცრი უტოლობა, 3 არ ეკუთვნის სიმრავლეს, შესაბამისად, რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გასაფერადებელი წრით.

უცნობი მეტია 3-ზე იგივეა, რაც 3-ზე მეტი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე.

სიმრავლის აღნიშვნებს ჩავწერთ შემდეგნაირად.

იგივე $\{x \mid x > 3\}$

სიმრავლე ისეთი რიცხვებისა, რომლებიც მეტია 3-ზე. x ცვლადი მნიშვნელობას იღებს აღნიშნული სიმრავლიდან.

მინიშნება: სიმრავლის ჩანაწერში, უტოლობის ჩანაწერი მოქცეულია ფიგურულ ფრჩილში.

წინ დაწერილი x ნიშნავს, რომ x ცვლადმა შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობა 3-დან $+ \infty$ -მდე, რაც ასევე ჩაიწერება, როგორც $x \in (3; + \infty)$

წარმოდგენის ფორმებს შორის კავშირი:

გამოდის, რომ სიმრავლე, რომელიც შედგება 3-ზე მეტი რიცხვებისგან შეძლება ჩავწეროთ სხვადასხვა ფორმით:

$x > 3$ ან $\{x \mid x > 3\}$ ან $x \in (3; + \infty)$ ასევე შეიძლება ვიზუალურად წარმოვადგინოთ რიცხვითი ღერძის მეშვეობით:



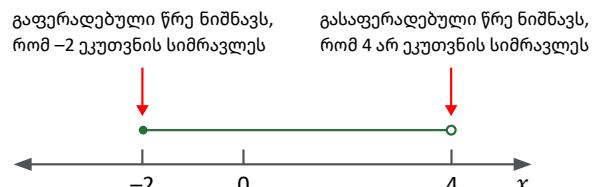


ნიმუში 2 – როგორ წარმოვადგინოთ რიცხვით წრფეზე 2-დან 4-მდე რიცხვები? როგორ ჩავწეროთ აღნიშნულ რიცხვთა სიმრავლე?

ა არის სიმრავლე რიცხვებისა, რომელიც მეტია ან ტოლი – 2-ზე და ნაკლები 4-ზე; ეს შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$A = \{x \mid -2 \leq x < 4\}$$

მონაკვეთის მარცხენა ბოლოში გაფერადებული წრე აღნიშნავს, რომ – 2 წერტილი ეკუთვნის სიმრავლეს, ხოლო გასაფერადებელი წრე მარჯვენა ბოლოში ნიშნავს, რომ წერტილი + 4 არ ეკუთვნის ამ სიმრავლეს.



დაიმახსოვრეთ:

როდესაც რიცხვი არ ეკუთვნის სიმრავლეს, ვწერთ ღია ფრჩხილს

(), როდესაც რიცხვი ეკუთვნის სიმრავლეს, ვწერთ დახურულ ფრჩხილს ().

ჩაიწერება: $x \in [-2; 4)$

სიმბოლო ნიშავს, -2 ეკუთვნის სიმრავლეს

სიმბოლო ნიშავს, 4 არ ეკუთვნის სიმრავლეს



ნიმუში 3 – განვიხილოთ და ჩავწეროთ სხვადასხვა შემთხვევები

სიტყვიერად	ალგებრულად (სიმრავლური აღნიშვნა)	გრაფიკულად
3-ზე მეტი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$x > 3$ იგივე $x \in (3; +\infty)$ იგივე $\{x \mid x > 3\}$	 მკაცრი უტოლობა, 3 არ ეკუთვნის უტოლობას, შესაბამისად რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გასაფერადებელი წრით
3-ის ან 3-ზე მეტი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$x \geq 3$ ან $x \in [3; +\infty)$ არამკაცრი უტოლობის დროს ფრჩხილი დახურულია, ნიშავს, 3 ეკუთვნის უტოლობის ამონაზენს	 არამკაცრი უტოლობა, 3 ეკუთვნის უტოლობას, შესაბამისად რიცხვით ღერძზე მონიშნულია გაუფერადებელი წრით
-1-ზე ნაკლები რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$x < -1$ ან $\{x \mid x < -1\}$ ან $x \in (-\infty; -1)$	 –





სიტყვიერად	ალგებრულად (სიმრავლური აღნიშვნა)	გრაფიკულად
-1-ზე ნაკლები ან ტოლი რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$a \leq -1$ ან $\{x \mid x \leq -1\}$ ან $x \in (-\infty; -1]$	
-1-ზე მეტი ან ტოლი და 3-ზე ნაკლები რიცხვებისგან შემდგარი სიმრავლე	$-1 \leq x < 3$ $\{x \mid -1 \leq x < 3\}$ ან $x \in [-1; 3)$	
ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი	$x \in \mathbb{R}$ $x \in (-\infty; +\infty)$	



სავარჯიშოები

1. ქვემოთ მოცემული რიცხვები მიაკუთვნეთ შესაბამის სიმრავლეს, რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს (დაწერეთ „+“ სიმბოლო, იმ სიმრავლის გასწვრივ რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს).

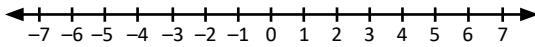
	N	Z	Q	I	R
-4		+	+		+
$\frac{2}{3}$					
$\sqrt{7}$					
$\sqrt{25}$					
8					
0.(5)					
-3.7					
$2\frac{1}{5}$					
$\sqrt{200}$					
π					



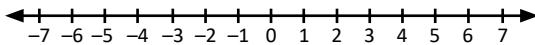
სავარჯიშოანი

2. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი:

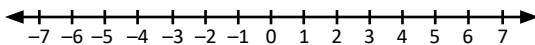
a) $x < 2$



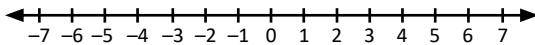
b) $x < -4$



c) $x < -6$

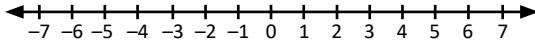


d) $x \geq -5$

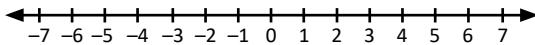


3. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი:

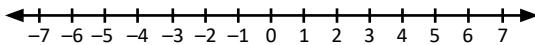
a) $-4 \leq x \leq 2$



b) $1.5 < x \leq 4.5$

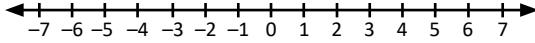


c) $0 < x < 5$

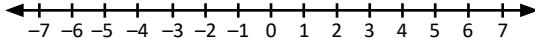


4. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი:

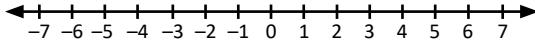
a) $x \in (-1; 5)$



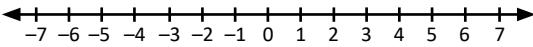
b) $x \in [-3; 7]$



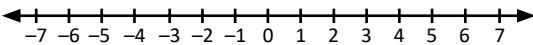
c) $0 < x < 5$



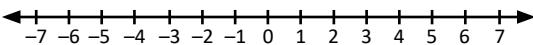
1) $x \geq 0$



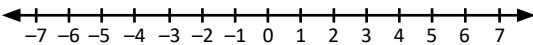
2) $x \geq 4$



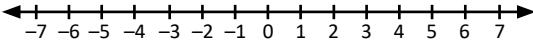
3) $n \leq 5.5$



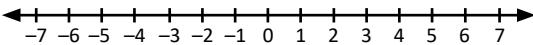
4) $n \leq -2$



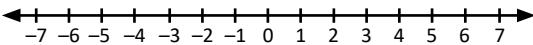
5) $-5.5 \leq x \leq 6$



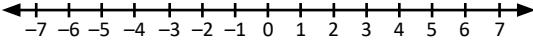
6) $-7 < x < 7$



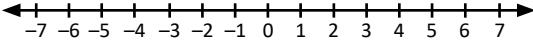
7) $-3 < x \leq 5.5$



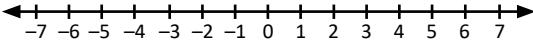
8) $x \in (-4; 4)$



9) $-x \in [-2.5; 6]$



10) $-3 < x \leq 5.5$





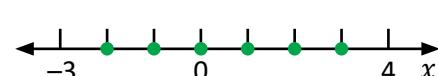
საპარტიშოები

5. რიცხვით სხივზე მოცემულია ინტერვალები, ჩაწერეთ როგორც სიტყვიერად, სიტყვიერად და ალგებრულად რა ინტერვალებია მოცემული (იხელმძღვანელეთ ნიმუში 3-ით).

ა)



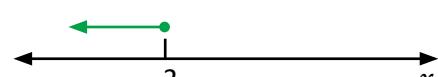
ბ)



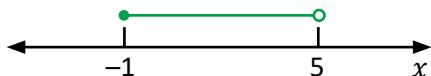
გ)



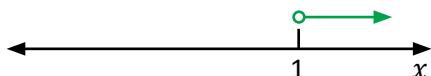
დ)



ე)



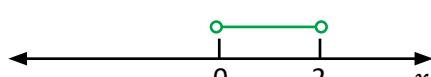
ვ)



ზ)



თ)



6. რიცხვით ღერძზე მონიშნეთ შემდეგი სიმრავლეები:

- ა) $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$; ბ) $C = \{x \mid 2 \leq x < 5\}$; გ) $E = \{x \mid x \leq 3\}$; ზ) $G = \{x \mid x > -5\}$;
ბ) $B = \{x \mid -4 < x \leq 0\}$; დ) $D = \{x \mid 0 < x \leq 7\}$; ვ) $F = \{x \mid x < -1\}$; თ) $H = \{x \mid x \geq 4\}$.

7. ცნობილია რიცხვთა სიმრავლეების აღნიშვნები: N – ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე; Z – მთელ რიცხვთა სიმრავლე, Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, I – ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, R – ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე. ამ აღნიშვნების გათვალისწინებით იპოვეთ:

- ა) $N \cap [-5; 4]$; დ) $Z \cap [0; 2)$; ზ) $R \cup (0; 8)$;
ბ) $N \cap (1; 6)$; ე) $N \cap (-\infty; 7)$; თ) $(N \cup Z) \cap [2; 7]$;
გ) $Z \cap (-2; 3)$; ვ) $R \cap [-1; 5]$; ი) $(R \setminus I) \cup (0; 5)$.

8. **გამონვევა:** იპოვეთ მოცემული სიმრავლეების გაერთიანება, თანაკვეთა და აღნიშნეთ ისინი რიცხვით ღერძზე და ჩაწერეთ პასუხი თქვენთვის მისაღები აღნიშვნით:

- ა) $[-2; 3]$ და $[-1; 6]$; ე) $(-\infty; 5)$ და $(2; 7)$; ი) $(-\infty; 2)$ და $(-3; +\infty)$;
ბ) $[1; 5]^\complement$ და $\complement(-3; 4)$; ვ) $(-\infty; -3]$ და $[-5; 1)$; ვ) $(-\infty; 1]$ და $[-4; +\infty)$;
გ) $(-5; -1)$ და $[-3; 2)$; ზ) $(2; +\infty)$ და $(-2; 6)$; ღ) $(-\infty; +\infty)$ და $[-1; 6)$;
დ) $(0; 5)$ და $(-4; 1)$; თ) $[1; +\infty)$ და $[-3; 7]$; ბ) $[4; +\infty)$ და $(-\infty; 4]$.

9. **გამონვევა:** ცნობილია რიცხვთა სიმრავლეების აღნიშვნები: N – ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლე; Z – მთელ რიცხვთა სიმრავლე, Q – რაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, I – ირაციონალურ რიცხვთა სიმრავლე, R – ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლე. ამ აღნიშვნების გათვალისწინებით იპოვეთ:

- ა) $N \cup Q$; დ) $R \cap N$; ზ) $I \cup Q$; კ) $(N \cup Z) \cup Q$;
ბ) $Q \cap Z$; ე) $Z \cap I$; თ) $R \cup I$; ღ) $(R \setminus I) \cap Z$;
გ) $Z \cup R$; ვ) $I \cap Q$; ი) $(R \cup N) \cap Z$; ბ) $(R \setminus Q) \cup I$.



საპარკიშობობი

- 10.** ქვემოთ მოცემული რიცხვები მიაკუთვნეთ შესაბამის სიმრავლეს, რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს (დაწერეთ „+“ სიმბოლო, იმ სიმრავლის გასწვრივ რომელსაც შეიძლება ეკუთვნოდეს).

	N	Z	Q	I	R
1000		+	+		+
$\frac{7}{9}$					
$-\sqrt{49}$					
$\sqrt{49}$					
-8					
0.(5)					
-3.7					
$\frac{15}{5}$					
$\sqrt{100}$					
$\sqrt{400}$					
π					

n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვი**რეაცონენდაცია:**

გაკვეთილის დაწყებამდე გაიხსენეთ ხარისხის და კვადრატული ფესვის თვისებები.

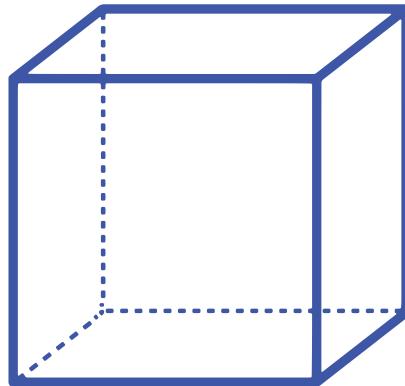
გეომეტრიის კურსიდან ვიცით, რომ კუბის მოცულობა ტოლია მისი წიბოს სიგრძის კუბისა, ანუ წიბოს სიგრძის მესამე ხარისხისა: $V = a^3$

სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას
ხოლო a – კუბის წიბოს სიგრძეს

მაგალითად, თუ $a = 4$ სმ-ს, მაშინ მოცულობა $V = 4^3 = 64$ სმ³-ს;

ასევე, თუკი $a = 2$ სმ-ს, მაშინ:

$$V = a^3 = 8 \quad a = \sqrt[3]{8} = 2$$



ტელესკოპია, n-ური ხარისხის ფესვი

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{კუბური}} \\ \xrightarrow{\text{ფესვი}} \end{array} \sqrt[3]{8} \xleftarrow{\text{გამოსახულება}} \begin{array}{c} \text{ფესვება} \\ \text{გამოსახულება} \end{array}$$

$\sqrt[n]{\dots}$ – მოცემულ სიმბოლოს ეწოდება კუბური ფესვი, ვამბობთ „კუბური ფესვი რიცხვიდან“

რას ნიშნავს $\sqrt[3]{8}$? უნდა დავადგინოთ, რა რიცხვი უნდა გავამრავლოთ თავის თავზე 3-ჯერ, რომ მივიღოთ 8.

- $\sqrt[3]{a}$ – გამოსახულებას აზრი აქვს, ნებისმიერი $a \in \mathbb{R}$
- თუ $a < 0$ -ზე, მაშინ კუბური ფესვი a რიცხვიდან უარყოფითი რიცხვია.

n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვის განმარტება

თუ $n \geq 2$ ნატურალური რიცხვია, მაშინ ***n-ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვი*** $a \geq 0$ ნამდვილი რიცხვიდან ეწოდება ისეთ b რიცხვს, რომლის n ხარისხი a -ს ტოლია.

ალგებრულად განმარტება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ ნიშნავს, რომ } a = b^n;$$

ზოგადად, მაშინ ***n-ური ხარისხის ფესვი*** a ნამდვილი რიცხვიდან,

როცა $n \geq 2$ და $n \in \mathbb{N}$, ეწოდება ისეთ b რიცხვს, რომლის n ხარისხი a -ს ტოლია.

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ ნიშნავს, რომ } a = b^n;$$

მინიშნება: როდესაც ვამბობთ, არითმეტიკულ ფესვს, ვგულისხმობთ, რომ $a \geq 0$.

შევნიშნოთ, რომ როდესაც $a \geq 0$, გამოსახულებას ყოველთვის აქვს აზრი.

დამატებითი ინფორმაცია: თუ კენტი ხარისხის ფესვია უარყოფითი რიცხვიდან, მაშინ არითმეტიკული ფესვის საშუალებით ჩაიწერება შემდეგნაირად

$$\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a} \quad a > 0, n \in \mathbb{N} \quad (2n+1 \text{ ნიშნავს, ნებისმიერ კენტ რიცხვს}).$$

| იმისათვის, რომ კარგად გავიგოთ აღნიშნული საკითხი, განვიხილოთ სხვადასხვა შემთხვევა:

შემთხვევა N1:

თუ n ლუწია, მაშინ აუცილებლად უნდა სრულდებოდეს პირობა $a \geq 0$ და $b \geq 0$.

მართლაც, თუ ავიღებთ $a < 0$, მაშინ n ნატურალური რიცხვის ლუწობის გამო $b^n \geq 0$ და შესაბამისად, განმარტების პირობა არ შესრულდება.

შემთხვევა N2:

თუ n კენტია და ფესქვეშა გამოსახულება $a \geq 0$, მაშინ განმარტებიდან გამომდინარე შესაბამისი $b \geq 0$ რიცხვი არსებობს და ეს რიცხვია

$$b = \sqrt[n]{a}$$

შემთხვევა N3: მათემატიკის მოყვარულობათვის

თუ n კენტია და ფესქვეშა გამოსახულება $a < 0$, მაშინ ამბობენ რომ გვაქვს n -ური ხარისხის ფესვი.

n -ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვის გამოყენებით შესაძლებელია ასეთ n -ური ხარისხის ფესვის მოძებნა:

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{-|a|} = \sqrt[n]{-1} \cdot \sqrt[n]{|a|} = -\sqrt[n]{|a|}$$

შესაბამისი ნიმუში:

მაგალითად, როდესაც $n = 2$ და $a = 25$, ვიცით, რომ

ა) $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{25} \neq \pm 5$ ბ) თუ $n = 4$ და $a = 16$

$$\sqrt[4]{16} = 2$$

გ) თუ გვექნება $n = 4$ და $a = -16$

$$\sqrt[4]{-16} = \text{გამოსახულებას აზრი არ ექნება}$$

მაგალითად, როდესაც $n = 3$ და $a = 8$, ვიცით, რომ

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

მაგალითად, როდესაც $n = 3$ და $a = -8$, ვიცით, რომ

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

ნიმუში 1

ა) $\sqrt[4]{16} = 2$ იმიტომ, რომ $2^4 = 16$

ბ) $\sqrt[4]{-16}$, $\sqrt{-4}$ და ა.შ. არ არსებობს, არ არის განსაზღვრული ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეში.

გ) $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2$

იმიტომ, რომ $(-2)^3 = -8$

დ) $\sqrt[4]{(-9)^2} = \sqrt[4]{81} = 3$

ამ შემთხვევაში, ფესქვეშა გამოსახულება არ არის უარყოფითი.

n -ური ხარისხის არითმეტიკული ფესვის თვისებები თუ $a \geq 0, b \geq 0$ და $n \in N$	
$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{-27 \cdot 125} = \sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt[3]{125} = (-3) \cdot 5 = -15$
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$	$\sqrt[4]{\frac{81}{625}} = \frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}} = \frac{3}{5}$
$\sqrt[n]{a^n} = a$, თუ n კენტია	$\sqrt[5]{(-3)^5} = -3$
$\sqrt[nm]{a^{nk}} = \sqrt[m]{a^k}$	$\sqrt[9]{3^6} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$
$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$	$\sqrt[5]{2^5} = \sqrt[5]{2^5} = 2$
$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{5}} = \sqrt[6]{5}$
$\sqrt[n]{a^n} = a $, თუ n ლუწია	$\begin{aligned} \sqrt[4]{(-9)^4} &= 9 \\ \sqrt[4]{16x^4} &= \sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[4]{x^4} = 2 x \\ \sqrt{4x^4} &= \sqrt{4(x^2)} = 2x^2 = 2x^2 \end{aligned}$



დაგეახსოვოთ, ნებისმიერი რიცხვისთვის $-(-a) = a$ -ს

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & \text{თუ } n \text{ კენტია} \\ |a|, & \text{თუ } n \text{ ლუწია} \end{cases}$$

- როდესაც მოცემულია $\sqrt[\square]{\square}$ კვადრატული ფესვი, ყოველთვის განვიხილავთ არაუარყოფით კვადრატულ ფესვს, ამიტომ ვამბობთ არითმეტიკული კვადრატული ფესვი.
- როდესაც ვამარტივებთ გამოსახულებას და მოცემულია $\sqrt{x^2}$, პასუხი არ შეიძლება იყოს უარყოფითი, ამიტომ ვწერთ $\sqrt{x^2} = |x|$.



ნიმუში 2

- ტექნოლოგიების მეშვეობით გამოითვალიერეთ $\sqrt[3]{625}$ -დან

შედით ვებ-გვერდზე www.symbolab.com
და გახსენით კალკულატორი, რომელიც
სხვადასხვა გამოთვლის შესრულებას
გაგიადვილებთ, ასევე საიტი დაგეხმარე-
ბათ სიძნელეების შემთხვევაში ნაბიჯ-
ბანიჯ გაარჩიოთ მაგალითი.

საიტზე ისარგებლეთ უფასო ვერსიით.

The screenshot shows the Symbolab website's interface. At the top is a navigation bar with tabs like 'Basic', 'aβγ', 'ABΓ', etc., and a 'Formatting tips' link. Below the navigation bar is a large input field containing the expression $\sqrt[3]{625}$. Below the input field are several buttons for different actions: 'simplify', 'solve for', 'inverse', 'tangent', 'line', and 'See All'. At the bottom right of the input field is a red 'Go' button.

აირჩიეთ ისრით მითითებული სიმბოლო $\sqrt[3]{\dots}$ და ჩაწერეთ შესაბამისი მონაცემები. შემდეგ გააპეტიურეთ ღილაკი **GO**, რის შემდეგაც იხილავთ პასუხს და ნაბიჯებს, რომლებიც საშუალებას მოგემოთ გაიხსენოთ წესები.

The screenshot shows the step-by-step solution for $\sqrt[3]{625}$. It starts with the prime factorization of 625: 5^4 . Then it applies the exponent rule: $a^{b+c} = a^b \cdot a^c$ to get $5^4 = 5^3 \cdot 5$. Next, it applies the radical rule: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ to get $\sqrt[3]{5^3 \cdot 5} = \sqrt[3]{5^3} \sqrt[3]{5}$. Finally, it applies the radical rule again: $\sqrt[n]{a^n} = a$ to get $\sqrt[3]{5^3} = 5$.



ნიმუში 3 – ამოვხსნათ განტოლება

ა) $x^3 = -125$

$$x = \sqrt[3]{-125}$$

$$x = -5$$

ბ) $(x+1)^3 = -8$

$$x+1 = \sqrt[3]{-8}$$

$$x+1 = -2$$

$$x = -3$$

გ) $(x+4)^4 = 16$

$$x+4 = \pm \sqrt[4]{16}$$

$$x+4 = \pm 2$$

$$x+4 = 2 \text{ ან } x+4 = -2$$

$$x = -2 \text{ ან } x = -6$$

ზ) $(x-3)^{-6} = \frac{1}{64}$

$$\frac{1}{(x-3)^6} = \frac{1}{64}$$

$$(x-3)^6 = 64$$

$$x-3 = \pm \sqrt[6]{64}$$

$$x-3 = \pm 2$$

$$x-3 = 2 \text{ ან } x-3 = -2$$

$$x = 5 \text{ ან } x = 1$$





ა) $x^4 = 81$
 $x = \pm \sqrt[4]{81}$
 $x = \pm 3$

შემოწმება:

$$3^4 = 81; \quad (-3)^4 = 81$$

ღ) $x^6 = -16$

$$x \in \emptyset$$

3) $x^{-5} = -243$
 $\frac{1}{x^5} = -243$
 $x^5 = -\frac{1}{243}$
 $x = \sqrt[5]{-\frac{1}{243}}$
 $x = -\frac{1}{3}$

შემოწმება:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} = ((-3)^{-1})^{-5} = (-3)^5 = -243$$

შემოწმება:

$$(5-3)^{-6} = (2)^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

$$\text{ან } (1-3)^{-6} = (-2)^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$



ნიმუში 4 – მოქმედებები ფესვის შემცვლელ გამოსახულებებზე

ა) გახსენით ფრჩხილები:

$$-\sqrt{5}(4 - \sqrt{5}) = -4\sqrt{5} + \sqrt{25} = -4\sqrt{5} + 5$$

ბ) შეასრულეთ გამრავლება:

$$8\sqrt{18} \cdot 0,4\sqrt{50} = 8 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{18} \cdot \sqrt{50} = \\ = 3,2 \cdot \sqrt{900} = 3,2 \cdot 30 = 96$$

გ) გამოთვალეთ:

$$\sqrt{1,96 \cdot 0,36 \cdot 25} = \sqrt{1,96} \cdot \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{25} = \\ = 1,4 \cdot 0,6 \cdot 5 = 1,4 \cdot 3 = 4,2$$

$$\sqrt{0,91 \cdot 16 + 0,78 \cdot 16} = \sqrt{16 \cdot (0,91 + 0,78)} = \\ = \sqrt{16} \cdot \sqrt{1,69} = 4 \cdot 1,3 = 5,2$$

დ) გაამარტივეთ გამოსახულება, თუ ვიცით, რომ $x > 0$

$$2\sqrt{x} + 3\sqrt{x}(1 - \sqrt{x}) = 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3\sqrt{x^2} = \\ = 5\sqrt{x} - 3x$$

ე) შეადარეთ რიცხვები: $2\sqrt{5}$ და $3\sqrt{2}$;

შევიტანოთ მამრავლი ფესვის შიგნით

$$\sqrt{4 \cdot 5} \quad \text{და} \quad \sqrt{9 \cdot 2};$$

$$\sqrt{20} \quad \text{და} \quad \sqrt{18};$$

$$\text{ცხადია } \sqrt{20} > \sqrt{18};$$

$$\text{ე.ო. } 2\sqrt{5} \text{ და} > 3\sqrt{2}.$$



ირაციონალური განტოლება

ჩვენ ვიცით, რომ ტოლობას, რომელიც შეიცავს ცვლადს, განტოლება ეწოდება. განტოლებას, რომელიც შეიცავს ცვლადს, ფესვის ნიშნის ქვეშ (რაღიცალის ქვეშ) ირაციონალური განტოლება ეწოდება.

ირაციონალური განტოლებებია: $\sqrt[3]{x} = 3$; $\sqrt{x-1} = 5$ და ა.შ.



ნიმუში 5 – უმარტივესი ირაციონალური განტოლებები

ამოვხსნათ განტოლება:

$$\sqrt{x-1} = 5$$

იმისათვის, რომ ცვლადი არ იყოს ფესვის ნიშნის ქვეშ, ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე:

$$\sqrt{(x-1)^2} = 5^2$$

$$x-1 = 25$$

$$x = 26$$

ამოვხსნათ განტოლება:

$$2\sqrt[3]{x-3} = 8;$$

$$\sqrt[3]{x-3} = 4$$

იმისათვის, რომ ცვლადი არ იყოს ფესვის ნიშნის ქვეშ, ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე:

$$(\sqrt[3]{x-3})^3 = 4^3$$

$$x-3 = 64$$

$$x = 67$$



საპარტიშოები

1. გამოთვალეთ კვადრატული ხარისხის ფესვის მნიშვნელობა:

- | | | |
|--|---|--|
| ა) $\sqrt{7^2}$; | გ) $\sqrt{\left(-\frac{2}{9}\right)^2}$; | ი) $0.5 \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2}$; |
| ბ) $\sqrt{(-5)^2}$; | ჯ) $-\sqrt{3.7^2}$; | ჟ) $12 \cdot \sqrt{(1.5)^2}$; |
| გ) $\sqrt{(-13)^2}$; | ზ) $2 \cdot \sqrt{(-17)^2}$; | ლ) $-2.5 \cdot \sqrt{\left(1\frac{1}{2}\right)^2}$; |
| დ) $\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}$; | თ) $-4 \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2}$; | ზ) $-0.3 \cdot \sqrt{(-2.8)^2}$. |

2. გამოთვალეთ:

- | | | |
|-------------------------------------|--|---|
| ა) $\sqrt{36} \cdot 2$; | გ) $-0,2\sqrt{10} \cdot 15\sqrt{10}$; | ი) $\sqrt{0,64 \cdot 4}$; |
| ბ) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}$; | ჯ) $1,2\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}$; | ჟ) $-0,3\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}$; |
| გ) $-4\sqrt{32}$; | ზ) $\sqrt{0,25 \cdot 0,49}$; | ლ) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{1000}$; |
| დ) $-0,3\sqrt{45} \cdot \sqrt{3}$; | თ) $\sqrt{0,36 \cdot 0,01}$; | ზ) $-0,9\sqrt{0,001} \cdot \sqrt{10}$. |

3. გაამარტივეთ გამოსახულება: (აჩვენეთ გამარტივების გზა ნაბიჯ-ნაბიჯ)

- | | | |
|---|---|---|
| ა) $\sqrt{50} + \sqrt{18} - \sqrt{8}$; | გ) $-5\sqrt{28} + 4\sqrt{63} + \sqrt{175}$; | ი) $3\sqrt{25a} + 4\sqrt{9a} - \sqrt{16a}$; |
| ბ) $\sqrt{150} - \sqrt{54} + \sqrt{96}$; | ზ) $-6\sqrt{12} + 3\sqrt{48} + 2\sqrt{108}$; | ჟ) $\sqrt{25k} - 2\sqrt{36k} - 5\sqrt{4k}$; |
| გ) $\sqrt{48} + \sqrt{75} + \sqrt{108}$; | თ) $2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - \sqrt{x}$; | ლ) $\sqrt{18b} - \sqrt{8b} + \sqrt{2b}$; |
| დ) $\sqrt{32} + 4\sqrt{2} - \sqrt{50}$; | ო) $-7\sqrt{y} + 4\sqrt{y} - 2\sqrt{x}$; | ზ) $2\sqrt{80n} - 3\sqrt{5n} - 2\sqrt{20n}$; |
| ე) $3\sqrt{20} - 2\sqrt{45} - \sqrt{125}$; | ჟ) $\sqrt{16m} - 5\sqrt{m} + \sqrt{4m}$; | ჟ) $7\sqrt{250c} + 4\sqrt{90c} - 8\sqrt{40c}$. |

4. შეადარეთ მოცემული რიცხვები ერთმანეთს:

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---|
| ა) $2\sqrt{3}$ და $\sqrt{10}$; | გ) $4\sqrt{2}$ და $2\sqrt{7}$; | ი) $0,5\sqrt{68}$ და $\sqrt{19}$; | ზ) $\frac{1}{3}\sqrt{333}$ და $\frac{1}{2}\sqrt{152}$; |
| ბ) $3\sqrt{5}$ და $4\sqrt{3}$; | დ) $3\sqrt{8}$ და $4\sqrt{5}$; | ჯ) $4\sqrt{6}$ და $0,3\sqrt{216}$; | თ) $\frac{2}{3}\sqrt{90}$ და $\frac{3}{4}\sqrt{80}$. |

5. გამოთვალეთ კუბური ხარისხის ფესვის მნიშვნელობა:

- | | | | |
|---------------------|----------------------|--|---|
| ა) $\sqrt[3]{1}$; | დ) $\sqrt[3]{125}$; | გ) $\sqrt[3]{0}$; | ზ) $\sqrt[3]{\left(\frac{8}{125}\right)}$; |
| ბ) $\sqrt[3]{8}$; | გ) $\sqrt[3]{-8}$; | თ) $\sqrt[3]{-1000}$; | ლ) $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$; |
| გ) $\sqrt[3]{27}$; | ზ) $\sqrt[3]{-64}$; | ო) $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{27}\right)}$. | |

6. გამოთვალეთ კვადრატული/კუბური ხარისხის ფესვი, თუ ფესქვეშა გამოსახულება არაუკარყოფითია:

- | | | | |
|-------------------------|------------------------|--------------------------|----------------------|
| ა) $\sqrt[3]{a^3}$; | დ) $\sqrt[3]{8a^3}$; | გ) $\sqrt[3]{0}$; | ზ) $\sqrt{25a^4}$; |
| ბ) $\sqrt[3]{b^3a^3}$; | გ) $\sqrt[3]{27a^3}$; | თ) $\sqrt[3]{1000a^3}$; | ზ) $\sqrt{b^2a^4}$; |
| გ) $\sqrt[3]{a^6}$; | ზ) $\sqrt[3]{64a^6}$; | ო) $\sqrt{4a^2}$. | |



სავარჯიშოები

7. ამოხსენით განტოლებები:

- | | | | |
|-----------------|-------------------|---------------------------|------------------------------|
| ა) $x^3 = 1$; | დ) $x^3 = 64$; | ზ) $x^3 = -216$; | კ) $x^3 = -\frac{64}{125}$; |
| ბ) $x^3 = 27$; | ဂ) $x^3 = -8$; | თ) $x^3 = \frac{1}{8}$; | ლ) $x^3 = 11$; |
| გ) $x^3 = 0$; | კ) $x^3 = -125$; | ი) $x^3 = \frac{8}{27}$; | ღ) $x^3 = -7$. |

8. ამოხსენით განტოლებები:

- | | | |
|---------------------|-------------------------|-----------------------|
| ა) $x^2 = 36$; | დ) $4x^2 - 20 = -8$; | ი) $2(x-2)^2 = 8$; |
| ბ) $5x^2 = 120$; | ဂ) $4x^2 - 20 = 4x^2$; | კ) $-1(x-2)^2 = -4$; |
| გ) $(x-1)^2 = 36$; | კ) $(x+2)^2 = 0$; | ლ) $(2x-2)^2 = 72$. |

9. გამოთვალეთ ფესვის მნიშვნელობა:

- | | | | | | |
|---------------------|-----------------------|----------------------|---------------------|--------------------------|-------------------------|
| ა) $\sqrt[4]{16}$; | გ) $\sqrt[5]{-243}$; | ქ) $\sqrt[6]{64}$; | ზ) $\sqrt[7]{-1}$; | ი) $\sqrt[4]{(-25)^4}$; | ლ) $\sqrt[5]{(-9)^5}$; |
| ბ) $\sqrt[4]{81}$; | დ) $\sqrt[5]{1024}$; | კ) $\sqrt[6]{729}$; | თ) $\sqrt[8]{0}$; | კ) $\sqrt[4]{13^4}$; | ღ) $\sqrt[5]{7^5}$. |

10. ამოხსენით განტოლებები:

- | | | | |
|-------------------|--------------------|----------------------------------|-------------------|
| ა) $x^4 = 1$; | დ) $x^4 = 81$; | ზ) $x^5 = x^6 = \frac{1}{243}$; | კ) $x^6 = -729$; |
| ბ) $x^4 = 16$; | გ) $x^5 = -32$; | თ) $x^5 = \frac{32}{3125}$; | ლ) $x^7 = -128$; |
| გ) $x^4 = -625$; | კ) $x^5 = -1024$; | ი) $x^6 = 64$; | ღ) $x^7 = 0$. |

11. ამოხსენით განტოლებები:

- | | | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|
| ა) $2x^2 - 12 = 6$; | გ) $x^3 - 16 = -32$; | ქ) $3 - 2x^3 = 35$; | ზ) $4 - 2x^4 = -1024$. |
|----------------------|-----------------------|----------------------|-------------------------|

12. ამოხსენით განტოლებები:

- | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------|
| ა) $x^{-2} = 25$; | დ) $(1+x)^{-2} = 36$; | ზ) $(2+x)^3 = 8$; | კ) $x^{-3} = -1000$; |
| ბ) $x^{-2} = \frac{1}{81}$; | გ) $x^{-3} = 27$; | თ) $(x-2)^{-3} = 8$; | ლ) $(3-x)^4 = 625$; |
| გ) $(x-5)^2 = \frac{1}{16}$; | კ) $x^{-3} = -\frac{1}{64}$; | ი) $x^{-4} = \frac{1}{16}$; | ღ) $(x+1)^{-4} = 16$. |

13. მოცემული ცხრილი დაგეხმარებათ გამარტივებების დროს განსაზღვროთ გამოსახულების ნიშანი.

მოიყვანეთ ორ-ორი ნიმუში იმისათვის, რომ დარწმუნდეთ ცხრილი მართებულობაში.

როდესაც x არის ...	და n არის ...	მაშინ x^n არის ...	და $\sqrt[n]{x}$ არის ...
დადებითი	ლუწი	დადებითი	დადებითი
უარყოფითი	ლუწი	დადებითი	დადებითი
დადებითი	კენტი	დადებითი	დადებითი
უარყოფითი	კენტი	უარყოფითი	უარყოფითი



სავარჯიშოები

14. **გამოწვევა:** იპოვეთ ფესვის მნიშვნელობა:

- | | |
|--|--|
| ა) $\sqrt{m^2}$, თუ $m \geq 0$; | გ) $\sqrt{25b^2}$, თუ $b < 0$; |
| ბ) $\sqrt{x^2}$, თუ $x < 0$; | ზ) $-5 \cdot \sqrt{0.25y^2}$, თუ $y \geq 0$; |
| გ) $-3 \cdot \sqrt{y^2}$, თუ $y < 0$; | თ) $-15 \cdot \sqrt{64m^2}$, თუ $m < 0$; |
| დ) $-2 \cdot \sqrt{a^2}$, თუ $a \geq 0$; | ი) $-1,7 \cdot \sqrt{9a^2}$, თუ $a < 0$; |
| ე) $\sqrt{32k^2}$, თუ $k \geq 0$; | ჯ) $8 \cdot \sqrt{49x^2}$, თუ $x \geq 0$. |

15. გამოთვალეთ:

- | | | | |
|-------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| ა) $\sqrt{81 \cdot 9}$, | ბ) $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}$, | გ) $\sqrt[4]{\frac{81}{296}}$, | ზ) $\sqrt[3]{\frac{347}{-729}}$; |
| ბ) $\sqrt[5]{125 \cdot (-8)}$ | დ) $\sqrt[4]{625 \cdot 16}$, | ჟ) $\sqrt[3]{-27 \cdot (-8)}$ | თ) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$. |



გაეორება

16. გამოთვალეთ:

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| ა) $3\sqrt{12} \cdot 2\sqrt{3}$; | გ) $\sqrt{0,64 \cdot 6,25 \cdot 1,21}$; | ი) $\sqrt{0,64 \cdot 6,25 \cdot 1,21}$; |
| ბ) $0,5\sqrt{20} \cdot 8\sqrt{5}$; | ჯ) $1,2\sqrt{14} \cdot 3\sqrt{35} \cdot 2\sqrt{10}$; | ზ) $\sqrt{25 \cdot 0,48 + 0,96 \cdot 25}$; |
| გ) $-4\sqrt{32} \cdot 3\sqrt{8}$; | თ) $\sqrt{169 \cdot 0,25 \cdot 0,49}$; | ღ) $\sqrt{0,39 \cdot 64 + 0,82 \cdot 64}$; |
| დ) $-0,3\sqrt{45} \cdot 6\sqrt{20}$; | ო) $\sqrt{2,25 \cdot 0,36 \cdot 0,01}$; | ო) $\sqrt{3,17 \cdot 49 - 49 \cdot 0,92}$. |

17. ამოხსენით განტოლებები:

- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| ა) $\sqrt{x+4} = 5$; | ღ) $\sqrt{x} - 4 = 3$; | ზ) $\sqrt{2x} = 3$; | ო) $2\sqrt[3]{2x-5} = 16$; |
| ბ) $\sqrt{2x-4} = 6$; | კ) $\sqrt{2x} + 4 = 6$; | თ) $\sqrt[3]{x+4} = 1$; | ღ) $2\sqrt[3]{2x} + 8 = 12$; |
| გ) $5\sqrt{x-4} = 40$; | ჟ) $\sqrt{2x} - 2 = 10$; | ი) $\sqrt[3]{2x-4} = 2$; | ო) $2\sqrt[3]{4x} - 1 + 2 = 5$. |

18. **გამოწვევა:** გაამრავლეთ და გაამარტივეთ თუ შესაძლებელია

- | | | | | |
|--------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| ა) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{32}$ | ბ) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16}$ | გ) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{32}$ | ზ) $\sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt[3]{-25}$ | ი) $\sqrt[3]{-12 \cdot 2 \cdot 9}$ |
| ბ) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{-24}$ | ღ) $\sqrt{-5} \cdot \sqrt{5}$ | ჟ) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{-81}$ | თ) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{75}$ | ო) $\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{9}$ |

19. **გამოწვევა:** გაამარტივეთ გამოსახულებები (ჩათვალეთ, რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითი რიცხვია)

- | | | | | |
|------------------------|------------------------|---|---|--|
| ა) $\sqrt[3]{8a^3}$; | გ) $\sqrt[3]{x^5}$; | ი) $\sqrt[4]{81x^8}$; | ზ) $\sqrt[3]{5a} \cdot \sqrt[3]{25a^2}$; | ო) $\sqrt[3]{-2a} \cdot \sqrt{4a^2}$; |
| ბ) $\sqrt[3]{27x^6}$; | ღ) $\sqrt[4]{16x^4}$; | ჟ) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3a^3}$; | თ) $\sqrt{50a} \cdot \sqrt{75a}$; | ო) $\sqrt[4]{9a^2} \cdot \sqrt[4]{9a^2}$. |

20. გაამარტივეთ გამოსახულება:

- | | | | | |
|--------------------------------|--|---|---|----------------------------------|
| ა) $4(3 + \sqrt{5})$; | ღ) $-\sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{8})$; | ზ) $\sqrt{3}(\sqrt{3} + 3\sqrt{27})$; | ი) $3\sqrt{7}(6\sqrt{7} + 4\sqrt{2})$; | ო) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$; |
| ბ) $2(\sqrt{7} - 6)$; | კ) $-\sqrt{5}(4\sqrt{5} + \sqrt{125})$; | თ) $-\sqrt{2}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{8})$; | ღ) $(\sqrt{3} - 2)^2$; | ო) $(4 - 2\sqrt{7})^2$; |
| გ) $\sqrt{3}(4\sqrt{3} + 9)$; | ჟ) $\sqrt{3}(2\sqrt{5} - 4\sqrt{3})$; | ი) $-2\sqrt{3}(4 - 5\sqrt{3})$; | ო) $(3 + \sqrt{5})^2$; | ო) $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{5})^2$. |



სავარჯიშოები

21. გამოხვევა: გაამარტივეთ გამოსახულება (ჩათვალეთ რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითია)

$$\begin{array}{lll} \text{ა) } \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{5}}; & \text{ბ) } \frac{\sqrt{56x^5y^5}}{\sqrt{7xy}}; & \text{გ) } \frac{\sqrt[4]{16ab}}{\sqrt[4]{81a^5b^5}}; \\ \text{დ) } \frac{\sqrt{48x}}{\sqrt{3x^3y^2}}; & \text{ღ) } \frac{\sqrt[2]{48x^3y^2}}{\sqrt[3]{7xy}}; & \text{ჟ) } \frac{\sqrt{20a^4}}{\sqrt{45a^4}}. \end{array}$$

22. გაამრავლეთ და გაამარტივეთ (ჩათვალეთ, რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითია). შეგიძლიათ დაიხმაროთ კალკულატორი www.symbolab.com

$$\begin{array}{ll} \text{ა) } \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{16}; & \text{ე) } -\sqrt[3]{5x^3y^3} \cdot 2\sqrt[3]{15x^5y^3}; \\ \text{ბ) } \sqrt{5x^5} \cdot \sqrt{4x^2}; & \text{ვ) } 3\sqrt[4]{18a^9} \cdot \sqrt[4]{6ab^9}; \\ \text{გ) } \sqrt[4]{81x^5y^4} \cdot \sqrt[4]{32x^5y}; & \text{ზ) } 2\sqrt[3]{2xy^2} \cdot 3\sqrt[3]{4x^2y^5}; \\ \text{დ) } \sqrt{8y^5} \cdot \sqrt{3y^3}; & \text{თ) } 4\sqrt{2x} \cdot 5\sqrt{6xy^2}. \end{array}$$

23. გამოხვევა: გაამარტივეთ (ჩათვალეთ, რომ ყველა ცვლადი არაუარყოფითია): შეგიძლიათ დაიხმაროთ კალკულატორი www.symbolab.com

$$\begin{array}{llll} \text{ა) } \sqrt{20x^3}; & \text{ბ) } \sqrt{200a^6b^5}; & \text{ვ) } \sqrt[3]{128a^9b^3}; & \text{ზ) } \sqrt[4]{64x^5y^7}; \\ \text{ბ) } \sqrt{50x^7}; & \text{ღ) } \sqrt[3]{-250x^6y^3}; & \text{ე) } \sqrt[3]{32a^7}; & \text{თ) } \sqrt[5]{-32a^7b^6}; \\ \text{დ) } \sqrt[3]{(x-5)^{-2}} = \frac{1}{16}; & \text{ზ) } (2+x)^{-3} = 8; & \text{ღ) } (3-x)^{-4} = \frac{1}{625}; & \text{ი) } \sqrt[4]{48y^9}; \\ \text{ღ) } (3+2x)^{-2} = 36; & \text{თ) } (4x-1)^{-3} = -\frac{1}{125}; & \text{ზ) } (5-3x)^{-5} = 32. & \end{array}$$

გამოხვევა: ამოხსენით განტოლებები

$$\begin{array}{llll} \text{ა) } (x-5)^{-2} = \frac{1}{16}; & \text{ზ) } (2+x)^{-3} = 8; & \text{ღ) } (3-x)^{-4} = \frac{1}{625}; \\ \text{ღ) } (3+2x)^{-2} = 36; & \text{თ) } (4x-1)^{-3} = -\frac{1}{125}; & \text{ზ) } (5-3x)^{-5} = 32. & \end{array}$$

25. კუბის მოცულობა 80 სმ³-ის ტოლია, იპოვეთ კუბის გვერდის სიგრძე.

26. კვადრატის ფართობი 8 სმ²-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კუბის მოცულობა, რომლის გვერდის სიგრძე კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლია.

27. კვადრატის ფართობი 27 სმ²-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კუბის მოცულობა, რომლის გვერდის სიგრძე კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლია.

28. კვადრატის ფართობი 50 სმ²-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კუბის მოცულობა, რომლის გვერდის სიგრძე კვადრატის გვერდის სიგრძის ტოლია.

29. კუბის მოცულობა 81 სმ³-ის ტოლია, იპოვეთ იმ კვადრატის ფართობი და პერიმეტრი, რომლის გვერდის სიგრძე კუბის გვერდის სიგრძის ტოლია.

4 * რაციონალურ მაჩვენებლიანი ხარისხი ; კავშირი ზესვასა და ხარისხს შორის



კალორიების რაოდენობა, რომელიც ცხოველისთვის დღიურად არის საჭირო, გამოითვლება ფორმულით $C = 72 \frac{m}{t^4}$, სადაც m -აღნიშნავს ცხოველის მასას კილოგრამებში, t -ოლო კალორიებს.

ტელესკოპი

მოცემულ ამოცანაში ვხედავთ, რომ ხარისხის მაჩვენებლად არის წილადი.

წინა თავებში ჩვენ უკვე შევისწავლეთ ნატურალურ და მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი, ასევე მათი თვისებები, მოცემულ გაკვეთილში განვმარტოთ წილად-მაჩვენებლიანი ხარისხი.

გავიხსენოთ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები

გავიხსენოთ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები		
	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით
1.	$5^3 \cdot 5^{-2} = 5^{3+(-2)} = 5^1 = 5$	$a^n \cdot a^m = a^{(n+m)}$
2.	$5^4 : 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5 \cdot 5 = 5^2$	$\begin{aligned} a^n : a^m &= a^{(n-m)} \\ \frac{a^n}{a^m} &= a^{n-m} \end{aligned}$
3.	$(5^3)^2 = 5^3 \cdot 5^3 = 5^6$	$(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$
4.	$5^2 \cdot 3^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = (5 \cdot 3)^2$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$
5	$5^2 : 5^2 = 25 : 25 = 1$ $5^2 : 5^2 = 5^{2-2} = 5^0 = 1$	$a^0 = 1$

გავიხსენოთ მთელმაჩვენებლიანი ხარისხის თვისებები		
	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით
6	$5^2 : 5^3 = 5^{-1}$ $5^2 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$ $\frac{4^{-3}}{7^{-2}} = \frac{7^2}{4^3}$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$

რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხის განვითარება

დავაკავშიროთ ხარისხი და ფესვი ერთმანეთთან.

ხარისხის თვისებიდან გამომდინარე, ჩვენ ვიცით, რომ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

- **თუ განვიხილავთ წილადმაჩვენებლიან ხარისხს, მივიღებთ რომ**

$$(a^{\frac{1}{n}})^n = a^{n \cdot \frac{1}{n}} = a^1 = a$$

ჩვენ ვიცით, რომ $(\sqrt[n]{a})^n = a$, თუ $a > 0$;

შესაბამისად, რაციონალურ მაჩვენებლიანი ხარისხი, იგივე წილადმაჩვენებ-

ლიანი ხარისხი, როცა წილადის მრიცხველია 1, განვმარტოთ შემდეგნაირად: $a^{\frac{1}{n}}$

იმისათვის, რომ ფესვის ამ გამოსახულებას ჰქონდეს აზრი, აუცილებელი პირობაა:

თუ n ლურჯია, მაშინ a არაუარყოფითი უნდა იყოს, $a \geq 0$;

ხოლო თუკი n კენტია, მაშინ ეს შეზღუდვა არაა საჭირო, a შეიძლება ნებისმიერი ნამდვილი რიცხვი იყოს.

რაციონალურმაჩვენებლიანი ხარისხი, იგივე წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი განიმარტება შემდეგნაირად.

ნებისმიერი $\frac{m}{n}$ უკვეცი წილადისთვის, სადაც $m \in \mathbb{Z}$ და $n \in \mathbb{N}$ (m მთელი რიცხვია და n ნატურალური რიცხვი),

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ რაც იგივეა } a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m$$

თუ n ლურჯი რიცხვია, მაშინ აუცილებელია შესრულდეს პირობა $a \geq 0$

წილადმაჩვენებლიან ხარისხზე ვრცელდება ის წესები, რომლებიც მთელმაჩვენებლიანი ხარისხისთვის გვაქვს ნასწავლი.



ნიმუში 1 – წარმოვადგინოთ წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი ფესვის სახით და გამოვიანგარიშოთ, თუ ეს შესაძლებელია

ა) $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$;

ბ) $4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$;

გ) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$;

დ) $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

მოცემული მაგალითი შეგვიძლია ამოვხსნათ ასევე შემდეგნაირად $8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$

მოცემული ნიმუშებიდან პირველი სამივე რიცხვი ირაციონალური რიცხვია, მეოთხე არა, დაასაბუთეთ რატომ.



ნიუში 2 – გამარტივებები სხვადასხვა მეთოდით

ა) გაამარტივეთ $8^{\frac{2}{3}}$

$$8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

გამარტივების პირველი მათოდი

$$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} =$$

ჩვენ ვიცით, რომ $(a^m)^n = a^{mn}$

$$(2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \cdot \frac{2}{3}} = 2^2 = 4$$

ბ) გაამარტივეთ $32^{\frac{4}{5}}$

$32^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{32^4}$ აღნიშნული შეგვიძლია ჩავწეროთ შემდეგნაირად

$$32^{\frac{4}{5}} = (\sqrt[5]{32})^4 = (\sqrt[5]{2^5})^4 = 2^4 = 16$$

გამარტივების მაორა მათოდი

$$32^{\frac{4}{5}} = (2^5)^{\frac{4}{5}} = 2^{5 \cdot \frac{4}{5}} = 2^4 = 16$$

როდესაც მოცემულია წილადმაჩვენებლივი ხარისხი, გამარტივების ან გამოთვლების დროს შეარჩიეთ მეთოდი, რომელიც თქვენთვის მეტად მარტივი იქნება.



ნიუში 3 – ამოცანა ბიოლოგიდან

კალორიების რაოდენობა, რომელიც ცხოველისთვის დღიურად არის საჭირო, გამოითვლება ფორმულით $C = 72 m^{\frac{3}{4}}$, სადაც m -აღნიშნავს ცხოველის მასას კილოგრამებში, ხოლო C კალორიებს. იპოვეთ, რა რაოდენობის კალორიები დასჭირდება ძაღლს რომლის წონაა 16 კგ.

→ პ.ს. მოცემული ამოცანა აღებულია Algebra 1-ის პროგრამიდან.



ამოცანის გააზრება

ამოცანის პირობიდან ვიგებთ, რომ კალორიები დამოკიდებულია ცხოველის მასაზე და მოცემულია ფორმულა $C = 72 m^{\frac{3}{4}}$,

ჩავსვათ m -ის ნაცვლად 16

$$\begin{aligned} C &= 72 \cdot 16^{\frac{3}{4}} \\ C &= 72 \cdot (2^4)^{\frac{3}{4}} = 72 \cdot 2^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 72 \cdot 2^3 \\ C &= 72 \cdot 8 = 576 \text{ კალორია} \end{aligned}$$

ძაღლს, რომელიც იწონის 16 კგ-ს, დღიურად სჭირდება 576 კალორია



ნიმუში 4 ამოცანა გეომეტრიიდან

სფეროს მოცულობა გამოითვლება ფორმულით
 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას, r – სფეროს რადიუსს, იპოვეთ რადიუსი თუ ვიცით, რომ $V = 36 \pi \text{ см}^3$

ამოცანის განხილვა:

ვიცით, რომ $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, საძიებელია რადიუსი; გამოვსახოთ რადიუსი მოცულობით

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

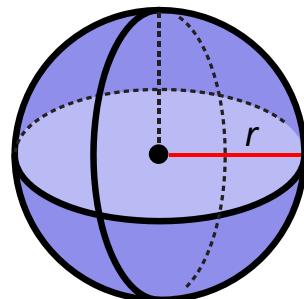
$$\frac{3}{4} V = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3, - \text{ ტოლობის ორივე მხარე გავამრავლოთ } \frac{3}{4} \text{-ზე}$$

$$\pi r^3 = \frac{3}{4} V, - \text{ ტოლობის ორივე მხარე გავყოთ } \pi \text{-ზე}$$

$$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ ჩავსვათ, მოცულობის მნიშვნელობა ფორმულაში და გამოვიანგარიშოთ

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi}} = \sqrt[3]{27} = 3 \text{ სმ}$$



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



ნიმუში 5 – გავეთილის დასაწყისში ჩვენ შემოვიტანეთ აღნიშვნა, ვაჩვენოთ აღნიშვნის სისწორე

დავაკავშიროთ ხარისხი და ფესვი	ზოგადი დასაბუთება
<p>განვიხილოთ შემთხვევა: $a > 0$ როგორ შეგვიძლია სხვა გზით ჩავწეროთ $\sqrt[n]{a}$ – ? დავუშვათ, რომ $\sqrt[n]{a} = a^n;$ $(\sqrt[n]{a})^n = (a^n)^{\frac{1}{n}}$ ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე $a^1 = a^{2n}$ $1 = 2n$ რადგან ფუძეები ტოლია, ე.ი. ხარისხის მაჩვენებლებიც ტოლია $n = \frac{1}{2}$ მივიღეთ, რომ $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$, როცა $a > 0$-ზე</p>	<p>განვიხილოთ შემთხვევა: $a > 0$ როგორ შეგვიძლია სხვა გზით ჩავწეროთ $\sqrt[n]{a}$ – ? დავუშვათ, რომ $\sqrt[n]{a} = ak;$ $(\sqrt[n]{a})^n = (ak)^n$ ავახარისხოთ ტოლობის ორივე მხარე $a^1 = a^{kn}$ $1 = kn$ რადგან ფუძეები ტოლია, ე.ი. ხარისხის მაჩვენებლებიც ტოლია $k = \frac{1}{n}$ მივიღეთ, რომ $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, როცა $a > 0$-ზე</p>



საპარტიშოები

1. წილადმაჩვენებლიანი ხარისხი წარმოადგინეთ ფესვის სახით:

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| ა) $3\frac{1}{4}$; | დ) $13\frac{4}{5}$; | ზ) $7\frac{1}{7}$; |
| ბ) $16\frac{1}{2}$; | ე) $17\frac{5}{9}$; | თ) $8\frac{1}{3}$; |
| გ) $8\frac{3}{7}$; | ვ) $20\frac{2}{3}$; | ი) $27\frac{1}{3}$. |

2. გაამარტივეთ გამოსახულება:

- | | | | |
|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------------|
| ა) $8\frac{1}{3}$; | ვ) $216\frac{1}{3}$; | ღ) $81\frac{1}{4} + 8\frac{1}{3}$; | ჟ) $25\frac{3}{2}$; |
| ბ) $16\frac{1}{2}$; | ზ) $1\frac{1}{9}$; | თ) $25\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$; | რ) $36\frac{3}{2}$; |
| გ) $0\frac{1}{6}$; | თ) $625\frac{1}{4}$; | ნ) $81\frac{3}{4}$; | ს) $64\frac{4}{3}$; |
| დ) $27\frac{1}{3}$; | ი) $36\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}$; | ო) $8\frac{2}{3}$; | ტ) $1\frac{4}{3}$; |
| ე) $81\frac{1}{8}$; | კ) $8\frac{1}{3} + 64\frac{1}{2}$; | პ) $125\frac{1}{3}$; | უ) $0\frac{2}{3}$. |

3. გაამარტივეთ გამოსახულება:

- | | | | |
|-----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|
| ა) $100\frac{1}{2}$; | ვ) $196\frac{1}{2}$; | ღ) $125\frac{1}{2} - 243\frac{1}{5}$; | ჟ) $64\frac{5}{6}$; |
| ბ) $1\frac{1}{5}$; | ზ) $256\frac{1}{8}$; | თ) $256\frac{1}{4} + 0\frac{1}{3}$; | რ) $100\frac{3}{2}$; |
| გ) $512\frac{1}{3}$; | თ) $400\frac{1}{2}$; | ნ) $4\frac{3}{2}$; | ს) $1\frac{5}{3}$; |
| დ) $32\frac{1}{5}$; | ი) $36\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}$; | ო) $27\frac{2}{3}$; | ტ) $9\frac{5}{2}$; |
| ე) $729\frac{1}{2}$; | კ) $25\frac{1}{2} + 81\frac{1}{4}$; | პ) $256\frac{3}{4}$; | უ) $243\frac{2}{5}$. |

4. შეავსეთ ცარიელი უჯრები ისე, რომ სამართლიანი იყოს ტოლობები:

- | | | |
|-------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| ა) $256\frac{\Box}{4} = 4$; | დ) $\Box\frac{1}{6} = 0$; | ზ) $27\frac{4}{\Box} = 81$; |
| ბ) $\Box\frac{1}{5} = 1$; | ე) $64\frac{\Box}{3} = 16$; | თ) $36\frac{\Box}{2} = 216$; |
| გ) $225\frac{1}{\Box} = 15$; | ვ) $\Box\frac{3}{4} = 125$; | ი) $49\frac{3}{\Box} = 81$. |



ამოცანები გეომეტრიიდან:

5. მოცემულია კვადრატი, რომლის ფართობია $S = 100 \text{ } \theta^2$

- იპოვეთ კვადრატის პერიმეტრი;
- კვადრატის პერიმეტრი ფართობზე დამოკიდებულია შემდეგნაირად $P = 4\sqrt{S}$, დაასაბუთეთ, რომ აღნიშნული გამოსახულება სწორია.

6. სფეროს მოცულობა გამოითვლება ფორმულით $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას, ხოლო r – სფეროს რადიუსს, იპოვეთ რადიუსი თუ ვიცით, რომ:

- ა) $V = 12 \pi \text{ } \text{ს} \text{ } \text{მ}^3$;
- ბ) $V = 500 \pi \text{ } \text{ს} \text{ } \text{მ}^3$;
- გ) $V = 288 \pi \text{ } \text{ს} \text{ } \text{მ}^3$.

7. კონუსის მოცულობა გამოითვლება ფორმულით $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, სადაც V – აღნიშნავს მოცულობას, ხოლო r – ფუძის რადიუსს, h – კონუსის სიმაღლეს, იპოვეთ რადიუსი თუ ვიცით, რომ:

- ა) $V = 120 \pi \text{ } \text{ს} \text{ } \text{მ}^3$ და $h = 5$;
- ბ) $V = 600 \pi \text{ } \text{ს} \text{ } \text{მ}^3$ და $h = 2$;
- გ) $V = 800 \pi \text{ } \text{ს} \text{ } \text{მ}^3$ და $h = 4$.



სავარჯიშოები



ამოცანა ბიოლოგიდან:

8. ბიოლოგები ძუძუმწოვრების ტვინის მასის მიახლოებით გამოსათვლელად იყენებენ ფორმულას: $B = \frac{1}{8} m^{\frac{2}{3}}$, სადაც m (გრამი) ძუძუმწოვარას მასაა, ხოლო B (გრამი) ტვინის მასაა. იპოვეთ 64 გრამი მასის თავისი ტვინის მასა.

9.  **გამოწვევა:** შეიტანეთ მამრავლი ფესვის ნიშნის ქვეშ

ა) $a^{\frac{1}{4}}\sqrt{2}$;	ბ) $3\sqrt[4]{a}$;	გ) $b\sqrt[3]{a}$;	ზ) $-2\sqrt{3}$;
ბ) $2\sqrt{3}$;	დ) $2\sqrt[3]{a}$;	ვ) $a\sqrt[3]{a}$;	თ) $5\sqrt[4]{2}$;



რთული საკითხი:

10. გაამარტივეთ გამოსახულებები, ჩათვალეთ, რომ თითოეული ცვლადი წარმოადგენს არაუარყოფით რიცხვს.

► სიძნელეების შემთხვევაში, შეგიძლიათ დაიხმაროთ კალკულატორი:  www.symbolab.com

- | | | | |
|-----------------------|----------------------------|--|--|
| ა) $\sqrt[4]{z^4}$; | ე) $\sqrt[3]{a^6c^9}$; | ი) $(a^{\frac{1}{2}})^2 \sqrt{a^2}$; | ბ) $\frac{(z^{\frac{1}{2}})^3}{\sqrt{z^2}}$; |
| ბ) $\sqrt{x^4y^2}$; | ვ) $\sqrt[3]{a^{12}b^6}$; | ვ) $(x^{\frac{1}{3}})^6 \sqrt[4]{y^4}$; | მ) $\frac{\sqrt[3]{x^6y^9}}{x^2}$; |
| გ) $\sqrt{x^6y^6}$; | ზ) $\sqrt[3]{27x^6}$; | ღ) $(x^{\frac{1}{2}}y^3)^2 \sqrt{x^2}$; | პ) $\frac{\sqrt[3]{x^6y^6}}{yx^2}$; |
| დ) $\sqrt[3]{8m^3}$; | თ) $\sqrt[3]{x^{16}y^4}$; | ზ) $(a^2b^4)^{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{b^6}$; | ქ) $\frac{(a^2b^{\frac{1}{2}})^4}{\sqrt{b^2}}$. |

დამატებითი
მასალა
საგამოცდოდ

 [ტელესკოპობრივი მსჯელობა, აბიტურიენტების დრო](#)

 [ხარისხი, ფესვი](#)

შემაჯამებლების ნიმუშები თემების მიხედვით იხილეთ ბმულზე

 [math.ge](#)

რიცხვები და მოქმედებები

პირველი არხი, & საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინიტრო. (2020). პირველი არხი ტელესკოლა - YouTube. [Www.youtube.com/@Teleskola-1tv](https://www.youtube.com/@Teleskola-1tv)

საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრო. (2020). მათემატიკა. El.ge. https://el.ge/articles/project_tasks/4/1

საქართველოს ეროვნული ბანკი. (2019). კალკულატორები. ფინანსური განათლების პორტალი. <https://www.finedu.gov.ge/ge/calculators>

საქართველოს ეროვნული ბანკი. (2019). ფინანსური განათლება მარტივად. shorturl.at/doLRY

საქართველოს ეროვნული ბანკი. (2022). 10 ფაქტი ქართული ფულის ისტორიიდან. ფინანსური განათლების პორტალი. [https://finedu.gov.ge/ge/blogi-1/10-fakti-kartuli-fulis-istoriidan-1-ck12-\(2020\).CK12-Foundation.Flexbooks.ck12.org](https://finedu.gov.ge/ge/blogi-1/10-fakti-kartuli-fulis-istoriidan-1-ck12-(2020).CK12-Foundation.Flexbooks.ck12.org). <https://bit.ly/3FBhspo>

<https://bit.ly/3JPJO1w>

<https://bit.ly/3n3H8o0>

<https://bit.ly/3Tsefh>

GeoGebra. (2018). GeoGebra. <https://www.geogebra.org>

Iwant2study.org. (2017). Fraction Multiplication Geogebra Applet. Open Educational Resources / Open Source Physics @ Singapore. <https://iwant2study.org/ospsg/index.php/interactive-resources/mathematics/numbers-and-algebra/fractions/532-fraction-multiplication-geogebra-applet>

Mastsavlebeli.ge ინტერნეტგაზეთი. (2017). ვენის დიაგრამის პრაქტიკული გამოყენება. Mastsavlebeli.ge. <http://mastsavlebeli.ge/?p=16146>

Mathigon. (2022). Infinity | World of Mathematics. Mathigon. <https://mathigon.org/world/Infinity>

Phet.colorado.edu. (2023). Phet.colorado.edu. <https://phet.colorado.edu>

Stem-cookbook. (2020). STEM. [Www.stem-Cookbook.com](https://www.stem-Cookbook.com). <https://www.stem-cookbook.com/recipe?lan=geo&cat=3&id=24>

Stem-cookbook. (2020). STEM. [Www.stem-Cookbook.com](https://www.stem-Cookbook.com). <https://www.stem-cookbook.com/categories?lan=geo&cat=3&id=29>

Symbolab. (2017). Symbolab Math Solver - Step by Step calculator. Symbolab.com. <https://www.symbolab.com/>

TBC • თიბისი. (2016). განსხვავება მარტივ და რთულ პროცენტს შორის. [Www.youtube.com](https://www.youtube.com/watch?v=b1Pj97b4_Tg). https://www.youtube.com/watch?v=b1Pj97b4_Tg

TED. (2012). Why is “x” the unknown? | Terry Moore [YouTube Video]. In YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=YX_OxBfsvbk

Tsertsvadze, K. (2020). დანართი 5- ხარისხი.pdf. Google Docs. <https://drive.google.com/file/d/1avP4it00F0fhWt8MCtWPCLrXygibFwx2/view>

<https://www.youtube.com/watch?v=txtX42kF9Ps>