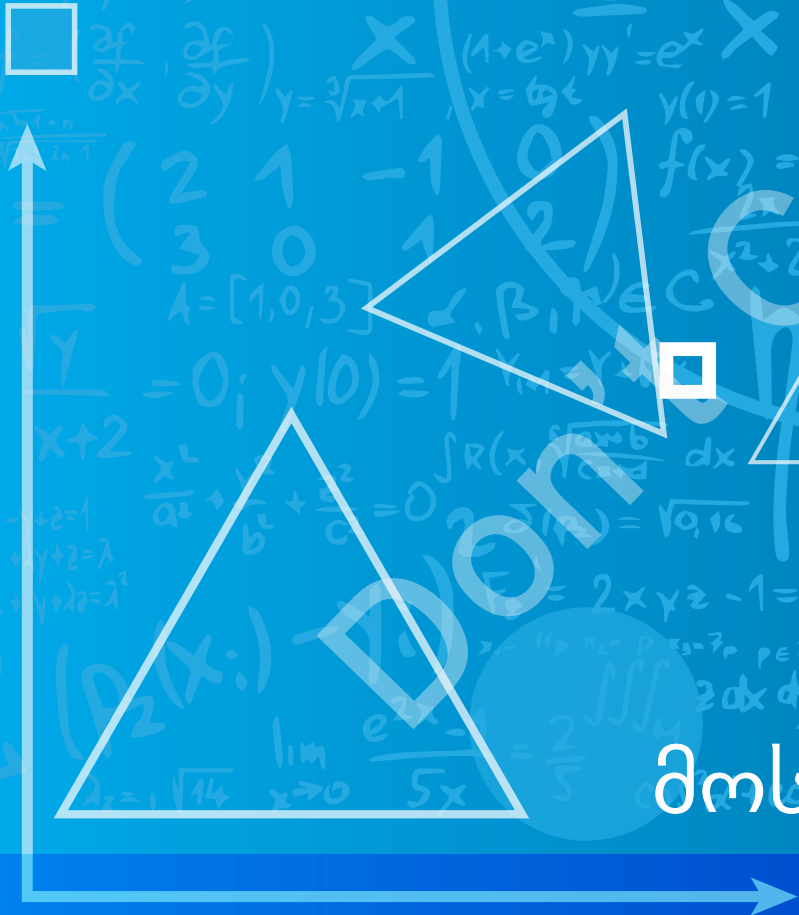


VII

კლასი



მოსწავლის წიგნი

მათემატიკა



საქართველოს სახელმწიფო ჰიმნი

თავისუფლება

ჩემი ხატია სამშობლო,
სახატე მთელი ქვეყანა,
განათებული მთა-ბარი,
წილნაყარია ღმერთთანა.
თავისუფლება დღეს ჩვენი
მომავალს უმღერს დიდებას,
ცისკრის ვარსკვლავი ამოდის
და ორ ზღვას შუა ბრწყინდება,
დიდება თავისუფლებას,
თავისუფლებას დიდება.

ლექსი დავით მალრაძის
მუსიკა ზაქარია ფალიაშვილის
ჰიმნად დაამუშავა იოსებ კეჭაყმაძემ

მათემატიკა

7 კლასი

მოსწავლის წიგნი

მათემატიკა, 7 კლასი
მოსწავლის წიგნი

Don't Copy

გამოცემის წელი და რეგისტრაცია 2019 წელი

ს ა რ ჩ ე ვ ი

თავი 1 მთელი და რაციონალური რიცხვები		თავი 4 გეომეტრია - კუთხეები	85
1.1 მოპირდაპირე რიცხვები, უარყოფითი რიცხვი	12	4.1 ლოგიკური გეომეტრიაში მსჯელობა	86
1.2 რიცხვების შედარება, რიცხვის მოდული	17	4.2 გეომეტრიის ძირითადი ცნებები	89
1.3 მთელი რიცხვების მიმატება	21	4.3 კუთხეების კლასიფიკაცია	95
1.4 მთელი რიცხვების გამოკლება	26	4.4 წრფეების ურთიერთმდებარეობა, ვერტიკალური კუთხეები	99
1.5 მთელი რიცხვების გამრავლება გაყოფა	30	4.5 პარალელური წრფეებით და მკვეთით მიღებული კუთხეები	103
1.6 რაციონალური რიცხვები პერიოდული ათწილადები	35	4.6 კუთხეები სამკუთხედში, სამკუთხედების კლასიფიკაცია	108
		4.7 კუთხეები სხვადასხვა სამკუთხედში	113
ტესტისთვის მზადება	39	48 მრავალკუთხედები, მრავალკუთხედებში კუთხეები	118
თავი 2 ფარდობა, პროპორცია	41	MathLab – კვლევა, პროექტი	119
2.1 ფარდობა	42	4.9 წრე, ცენტრალური კუთხე	120
2.2 პროპორცია	48	ტესტისთვის მომზადება	124
2.3 პირდაპირპროპორციული დამოკიდებულებები	48	თავი 5 - ხარისხი	129
2.4 ამოცანების ამოხსნა პროპორციის მეშვეობით	57	5.1 ხარისხი	130
MathLab – კვლევა, პროექტი	60	5.2 ხარისხის თვისებები	133
2.5 მასშტაბი	62	MathLab – კვლევა	136
ტესტისთვის მზადება	66	5.3 რიცხვის მეცნიერული ჩანაწერი	137
თავი 3 პროცენტი	68	ტესტისთვის მომზადება	139
3.1 პროცენტი	69	თავი 6 ალგებრული გამოსახულება	141
3.2 რიცხვის პროცენტის პოვნა	73	6.1 ალგებრული გამოსახულება	142
3.3 რიცხვის პროცენტის ნაწილების კავშირი	76	6.2 ერთწევრების გამრავლება, გაყოფა	146
3.4 პროცენტის ცვლილება გამეორება	79	6.3 ერთწევრის ჯამზე გამრავლება	148
	82	6.4 ორწევრის ორწევრზე გამრავლება	150

MathLab – პროექტი, კვლევა	83	6.5 შემოკლებული გამრავლების ფორმულები	153
		ტესტისთვის მზადება	157
თავი 7 საკოორდინატო სიბრტყე	158	თავი 9 — სტატისტიკა	203
7.1 საკოორდინატო სიბრტყე	159	თავის შესავალი ამოცანა	204
7.2 გარდაქმნები	165	9.1 მონაცემების შეგროვება	206
7.3 ღერძული სიმეტრია	170	9.2 მონაცემების კლასიფიკაცია	211
		მონაცემების წარმოდგენა	
7.4 პირდაპირპროპორციულობის გამოსახვა გრაფიკულად	174	9.3 სვეტოვანი დიაგრამა, წრიული დიაგრამა, პიქტოგრამა	219
MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	177	9.4 მედიანა, მოდა, საშუალო გაბნევის დიაპაზონი	224
ტესტისთვის მომზადება	179	MathLab - პროექტი კვლევა	230
		ტესტისთვის მომზადება	233
თავი 8 სამკუთხედები	181	თავი 10 განტოლება - უტოლობა	235
8.1 სამკუთხედების კლასიფიკაცია	182	10.1 განტოლება, ტოლობის თვისებები	236
8.2 სამკუთხედების გვერდების თვისებები	185	10.2 მოდულის განმრატება	242
8.3 სამკუთხედების ტოლობა	189	ალგებრულად	
ტოლობის I ნიშანი		MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	
8.4 სამკუთხედების ტოლობის II და III ნიშანი	193	10.3. ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით	244
Math Lab - კვლევა	195	10.4 უტოლობა	247
ტესტისთვის მომზადება	198	ტესტისთვის მზადება	249
		MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება	251
		თავი 11 სიმრავლეები	253
		11.1 სიმრავლე, სიმრავლის ელემენტები	255
		11.2 ტოლი სიმრავლეები, ქვესიმრავლეები, თანაკვეთა	258
		11.3 ვენის დიაგრამით ამოცანების ამოხსნა	261
		ტესტისთვის მზადება	265
დამატებითი სავარჯიშოები	266	პასუხები	272

ნიგნის სტრუქტურა

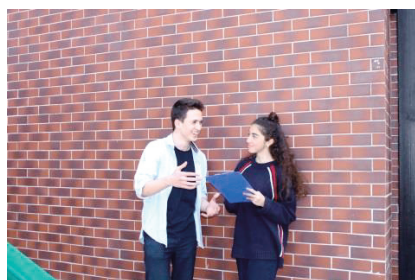
იმისათვის, რომ გაგიადვილდეთ ნიგნით ხელმძღვანელობა, გაეცანით ნიგნის აგებულებას.

ნიგნი შედგენა 11 თავისაგან. ყოველი თავი შედგება პარაგრაფებისაგან, ასევე თითოეული თავის სანყის გვერდზე წერია მიზნები და შედეგები, რა ინფორმაცია უნდა გაიაზროთ და დაგამახსოვრდეთ თავის შესწავლისას. რუბრიკაში “კითხვები ცოდნის გამოსავლენად” მოცემულია რა ტიპისა და შინაარსის კითხვებზე უნდა შეგეძლოთ პასუხის გაცემა თავის შესწავლის შემდეგ. თუ თავის დაწყებამდე გაეცნობით აღნიშნულ მასალას, გაგიადვილდებათ კონცენტრაციის გაკეთება მთავარ და მნიშვნელოვან ინფორმაციაზე.

თითოეული გაკვეთილი შეიცავს ნიმუშებს, რომლის მსგავსი მაგალითებიც იქნება პრაქტიკულ სავარჯიშოებში. ნიმუშების გააზრება დაგეხმარებათ საკითხის შესწავლასა და დავალების დამოუკიდებლად შესრულებაში.

ყოველი გაკვეთილი შეიცავს “მოსამზადებელ პრაქტიკას” და “სავარჯიშოებს”. “მოსამზადებელი პრაქტიკა” აგებულია გაკვეთილის ნიმუშების მსგავსი მაგალითებით. “სავარჯიშოებში” ახალი მასალის განმტკიცებისთვის მეორდება მსგავსი მასალა და შემდეგ მოსდევს რამდენიმე შედარებით რთული საკითხი. მსგავსი საკითხების ამოხსნა დაგეხმარებათ საფუძვლიანად გაიაზროთ მასალა და მზად იყოთ შემდეგი გაკვეთილისათვის.

 <p>ნიმუში</p>	 <p>რეალური აპლიკაცი</p>	 <p>ტექნოლოგიების გამოყენება</p>
 <p>კვლევა</p>	 <p>Math Lab – კვლევა</p>	 <p>ტესტის ნიმუში</p>
 <p>მზადება ტესტისთვის</p>	 <p>რთული ამოცანა</p>	<p>გისურვებთ მასალის სახალისოდ და წარმატებით დაძლევას.</p>



თავი 9 - სტატისტიკა

მონაცემების შეგროვება, ინტერპრეტაცია, ანალიზი

9.1 თავის შესავალი ამოცანა
მონაცემების შეგროვება

9.2 მონაცემების კლასიფიკაცია
მონაცემების წარმოდგენა

9.3 სვეტოვანი დიაგრამა, წრიული დიაგრამა, პიქტოგრამა

9.4 მედიანა, მოდა, საშუალო
გაბნევის დიაპაზონი

🚩 პროექტი კვლევა Math Lab

მიზანი და შედეგი

- მონაცემების შეგროვების სხვადასხვა მეთოდების ცოდნა
- მონაცემების კლასიფიკაცია
- მონაცემების წარმოდგენა
- როგორ უნდა დაიგეგმოს კვლევა სწორად
- როგორ უნდა მოხდეს მონაცემების ანალიზი

კითხვები ცოდნის გამოსავლენად

- როგორ და რა ხერხებით ხდება მონაცემების შეგროვება?
- როგორ წესით ხდება მონაცემების წარმოდგენა?
- რა სარგებლობა მოაქვს კვლევების წარმოებას სხვადასხვა დარგებისთვის?
- რისთვის არის მონაცემების ანალიზი საჭირო?
- რომელ დარგებს სჭირდება მონაცემების ანალიზი?
- რისთვის არის საჭირო კვლევების წარმოება?
- რა ხდის მონაცემების წარმოდგენას ეფექტურს?

შესავალი ამოცანა: მონაცემების შეგროვება.

მონაცემების შეგროვებისათვის დგება კითხვარი, რომელსაც გამოკითხულებმა პასუხი უნდა გასცენ. შეგროვებული ინფორმაციის საბუძღვებზე კეთდება დასკვნა.

დავუშვათ, სკოლის მასწავლებლებმა ან განათლების სამინისტრომ გადაწყვიტა მოსწავლეების გამოკითხვა სასკოლო ცხოვრების შიდა კლიმატის დასადგენად. ამისათვის მათ უნდა შეადგინონ კითხვარი.



მას შემდეგ რაც მკვლევარი გადაწყვეტს რომელი საკითხის შესწავლა სურს, კვლის დაწყებამდე მას უნდა ჰქონდეს ცოდნა როგორ აწარმოოს კვლევა სწორად.

- ✓ როგორ ხდება მონაცემების შეგროვება?
- ✓ რა ტიპის მონაცემები არსებობს?
- ✓ რა წესით უნდა შევადგინოთ საკვლევი ჯგუფი?
- ✓ რა რაოდენობის მონაცემია საკმარისი, რომ დავწეროთ დასკვნა?
- ✓ რისთვის არის საჭირო დასკვნა?



- ✓ რა ხდის მონაცემების წარმოდგენას ეფექტურის?

კითხვარი:

1. რომელ კლასში სწავლობთ? _____

2. თქვენი სქესი _____

3. საშუალოდ რამდენ საათს ატარებთ სკოლაში ყოველდღე? _____

4. როგორ ფიქრობთ აქვს თუ არა ბიჭს გოგოსთან შედარებით მეტი უფლებები?

ვეთანხმები

არ ვეთანხმები

ნაწილობრივ ვეთანხმები

5. ეთანხმებით თუ არა: მოსწავლეს რომელიც კარგად სწავლობს, მეტ ყურადღებას აქცევენ

ვეთანხმები

არ ვეთანხმები

ნაწილობრივ ვეთანხმები

6. 10 ქულიანი სისტემით როგორ შეაფასებდით სკოლას? _____

როგორც ნიმუშიდან ჩანს, არსებობს სხვადასხვა ტიპის მონაცემები, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს გავარკვიოთ სკოლის კლიმატი, ახალგაზრდების დამოკიდებულებები თუ ხედვები გარკვეული საკითხის მიმართ.



9.1 მონაცემების შეგროვება

სტატისტიკა - არის მეცნიერება მონაცემების შეგროვების, დამუშავების, ანალიზის და მასზე დაყრდნობით დასკვნების გაკეთების შესახებ.

სტატისტიკას იყენებს ბიზნესი, სპორტი, მეცნიერება, მთავრობა და ა.შ.

სტატისტიკური კვლევის განხორციელებისთვის ყოველთვის არის გამოკვეთილი სამიზნე აუდიტორია, რომელთა შესახებაც არის აუცილებელი ინფორმაციის შეგროვება და დამუშავება, რათა შემდეგ მოხდეს დასკვნის გაკეთება, ეფექტური გადამწყვეტილების მიღება, საფუძვლიანი ვარაუდების გაკეთება, არსებული სიტუაციის ანალიზი.

არსებობს გამოკითხვის წარმოების სხვადასხვა მეთოდები.

როგორც ვიცით, ინფორმაციის მოგროვება ხდება ხალხის გამოკითხვით. თუ უნდა გამოკითხოს, მაგალითად, თბილისის ყველა მოსახლე, ვიტყვით, რომ უნდა გამოიკითხოს სრული **პოპულაცია**. როდესაც გამოკითხვის დროს უნდა გამოიკითხოს სამიზნე (გამოსაკითხი) აუდიტორიის **თითოეული** წევრი, ამბობენ, რომ ხდება **აღწერა**. ხშირად კვლევებისას, ხდება მცირე ჯგუფის გამოკითხვა, რასაც ეწოდება **შერჩევითი მეთოდით** გამოკითხვა და შემდეგ, გარკვეული წესების დაცვით, ინფორმაციის განზოგადება სრული პოპულაციისთვის.

აღწერისას ხდება პოპულაციის ყველა წევრის გამოკითხვა და ინფორმაციის ასე შეგროვება.

აღწერა დეტალურია, ზუსტი მაგრამ საორგანიზაციოდ ძვირი და შრომატევადი. აღწერა შეიძლება მოხდეს ადამიანების ან ობიექტების.

შერჩევითი მეთოდით წარმოებული გამოკითხვის დროს ხდება, პოპულაციის მცირე ჯგუფის გამოკითხვა და დასკვნის გაკეთება.

მცირე ჯგუფი უნდა შეირჩეს ისე, რომ აღწერდეს სრულ პოპულაციას. მცირე ჯგუფის მონაცემების ანალიზით დასკვნა კეთდება სრული პოპულაციისთვის.

შერჩევითი ჯგუფის გამოკითხვისას პროცესი მიმდინარეობს სწრაფად და საორგანიზაციოდ იაფია, თუმცა აღწერასთან შედარებით არადეტალურია და შეიცავს ცდომილებებს.

როგორც ვხედავთ, **აღწერისას** ხდება სრული პოპულაციის გამოკითხვა, ხოლო შერჩევითი მეთოდით გამოკითხვისას-კი მცირე ჯგუფის გამოკითხვა.

შერჩევითი მეთოდით გამოკითხვა გულისხმობს, მხოლოდ მოსახლეობის (ან გამო-საკითხი ჯგუფის) გარკვეული ნაწილის გამოკითხვას, რომლებიც უნდა შეირჩნენ შემ-თხვევის წესით.

გვინტერესებს საქართველოში 12-18 წლამდე ახალგაზრდებს მათემატიკა უყვართ თუ არა და რატომ?

- ✓ პოპულაციიდან გამოვყავით **სამიზნე ჯგუფი** (ჯგუფი, რომელიც ჩვენი ინ-ტერესის სფეროა) 12-18 წლის ახალგაზრდები.
- ✓ რადგან ყველას გამოკითხვა შრომატევადია, შერჩევითი გამოკითხვის წესით გამოვკითხავთ მცირე ჯგუფს და დასკვნას გავაკეთებთ ყველა მოსწავლის შესახებ.
- ✓ დასკვნის ობიექტურობისათვის, აუცილებელია გამოვკითხოთ შემთხვევითი მოსწავლეები.
- ✓ თუ მონაცემების შემგროვებელი მივიდა მათემატიკურ სკოლასთან და იქ შეარჩია მცირე ჯგუფი, მაშინ დასკვნა არ იქნება რეალობათან ახლოს, რადგან სავარაუდოდ მათემატიკური სკოლიდან გამოსულ ბავშვებს ეყვარებათ მათემატიკა. ამიტომ აუცილებელია გამოვიკითხოთ სხვადასხვა სკოლის ბავშვები.

არსებობს სამუშაო ჯგუფის შედგენის რამდენიმე გზა, ერთ-ერთია **მიკერძობული** გამოკითხვა. მაგალითად, თუ გვინტერესებს მოსწავლეებს სპორტი ურჩევნიათ თუ ცეკვა და გამოვკითხავთ მხოლოდ სპორტული სკოლის ბავშვებს და შედეგს განვაზოგადებთ ყველა მოსწავლეზე, მივიღებთ მიკერძობულ გამოკითხვას. აღნიშნულ წესს ჰქვია **BIAS Sample** – მიკერძობული გამოკითხვა.

მონაცემების მოგროვებისა და დამუშავებისათვის საჭიროა დავიცვათ შემდეგი წესები, მოქმედებათა თანმიმდევრობა:

- | | |
|------------------|--|
| ნაბიჯი 1: | ჩამოაყალიბეთ საკითხი, რომლის შესწავლაც იქნება შესაძლებელი და ჩამოწერეთ კითხვები, რომელიც დაგეხმარებათ საკითხის შესწავლაში. |
| ნაბიჯი 2: | შეაგროვეთ მონაცემები |
| ნაბიჯი 3: | დაამუშავეთ მონაცემები |
| ნაბიჯი 4: | შეაჯამეთ და წარმოადგინეთ მონაცემები |
| ნაბიჯი 5: | გაანალიზეთ მონაცემები და დაწერეთ დასკვნა |



ნიმუში 1

ქვემოთ ჩამოთვლილი საკითხების კვლევისათვის, კვლევის რომელი მეთოდის გამოყენება იქნება სასურველი და მეტად ეფექტური?

- ა). თბილისში საგზაო შემთხვევების (ავარიების) გამომწვევი მიზეზები.
- ბ). ბიზნესს აინტერესებს რა უფრო უყვარს მოსახლეობას - კოკა-კოლა თუ პეპსი?

ა). აღწერა — პირველი საკითხის საკვლევადა აუცილებელია ზუსტი და დეტალური ინფორმაციის ფლობა. ამიტომ სასურველია თუ მკვლევარი მოახდენს ყველა საგზაო შემთხვევის დაფიქსირებას.

ბ). შერჩევითი გამოკითხვა - მსგავსი საკითხის საკვლევადა საკმარისია გამოიკითხოს მოსახლეობის გარკვეული ნაწილი. გამოკითხვისას უნდა გამოიკითხონ “შემთხვევითი წევრები”. თუ გამოკითხველი გამოკითხვას მხოლოდ იმ ადამიანებს, ვინც კოკა-კოლა იყიდეს, გამოკითხვა იქნება მიკერძოებული.



ნიმუში 2 გამოკითხვის წარმოება და კითხვარის შედგენა

მოსწავლემ გადაწყვიტა გაერკვია 1-7 კლასის მოსწავლეებს რა უფრო უყვარდათ, კომპიუტერული თამაშები თუ გარე აქტივობები? (მაგ: ფეხბურთი, სირბილი და ა.შ).

მონიშნეთ რომელი აქტივობა მოგწონთ მეტად?

მოცემული კითხვარის მიხედვით შეძლებენ თუ არა მოსწავლეები გამოკითხვის სწორად წარმოებას?

ფორტნაი-
თის თამაში

მაინ-
კრაფტის
თამაში

გამოკითხვა იქნება მიკერძოებული და არ იქნება ზუსტი ყველა მოსწავლეთა 1-7 კლასის მოსწავლეთა პოპულაციისთვის.

ჩამონათვალში მითითებულია მხოლოდ კომპიუტერული თამაშების სახელები და არ არის არც ერთი გარე ან ფიზიკური აქტივობა.

ადამიანები ხშირად აწარმოებენ მიკერძოებული წესით გამოკითხვებს, რათა დაასაბუთონ თავიანთი აზრის უპირატესობა.

ფორტნაითი და მაინკრაფტი კომპიუტერული თამაშებია, არ არის სასურველი კომპიუტერული თამაშების დიდი დროით თამაში

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. დაწერეთ კვლევის რომელი მეთოდი უნდა იყოს გამოყენებული ჩამოთვლილი საკითხების ანალიზისთვის?
 - I. რომელია ყველაზე პოპულარული სატელევიზიო შოუ?
 - II. ფეხბურთის ჩემპიონატის დროს, კვირაში სულ რამდენი გოლი გადის?
 - III. 10 წლამდე ბავშვებს კატა უფრო უნდათ რომ ჰყავდეთ თუ ძაღლი?
 - IV. წლის განმავლობაში გოგო მეტი დაიბადა თუ ბიჭი?

ინფორმაციისთვის:

- ✓ იმისათვის, რომ გაერკვნენ ქვეყნის დემოგრაფიულ ვითარებაში ანარმოებენ კვლევებს, იმასთან დაკავშირებით იკვლო შობადობამ თუ მოიმატა.
 - ✓ მაგალითად, ბიზნესში მარკეტინგის წარმომადგენლებს აინტერესებთ რომელი სატელევიზიო შოუ უფრო პოპულარულია და უყურებს მოსახლეობა იმისათვის, რომ განათავსონ რეკლამა ახალ პროდუქციაზე და ა.შ.
2. აპლიკაციების კომპანიამ შექმნა ახალი კომპიუტერული ორი თამაში. იმისათვის, რომ გაეგოთ რომელი თამაში უფრო მოსწონთ ბავშვებს, რამდენიმე სკოლაში გამოკითხეს 500-მდე ბავშვი. გამოკითხვის რა მეთოდი გამოიყენეს კვლევისთვის?
 3. მოსწავლეს უნდა დაამტკიცოს, რომ ახალგაზრდებს როკზე მეტად ჰიპ-ჰოპი მოსწონთ.
 - ✓ როგორი მეთოდით უნდა ანარმოოს გამოკითხვა: ჰკითხოს ყველას — მოახდინოს ახალგაზრდების აღწერა ვინ რომელ მიმდინარეობას უსმენს? ჰკითხოს შემთხვევითად შერჩეულ მოსწველებს, თუ ჰკითხოს მარტო მათ ვისაც უყვართ ჰიპ-ჰოპი?
 - ✓ შეადგინეთ კითხვარის ფორმა.

სავარჯიშოები

4. იმისათვის, რომ დაედგინა ცურვა უფრო მეტად უყვართ თანატოლებს თუ ცეკვა, ნუცამ გამოკითხა აუზზე მისული მისი თანატოლები. გამოკითხვის რა მეთოდით ანარმოა კვლევა ნუცამ?
5. იმისათვის, რომ დადგინდეს შემდეგი საკითხები მოსახლეობის რაოდენობა შემცირდა თუ გაიზარდა, რა ტიპის კვლევა არის ჩასატარებელი?

6. ჩამოთვლილი საკითხების საკვლევად გადაწყვიტეთ რომელი მეთოდი აჯობებს კვლევის ჩატარებას: მთელი პოპულაციის გამოკითხვა (აღწერა) თუ შერჩევითი მეთოდის გამოყენება?
- ა). რამდენი საათის განმავლობაში მეცადინეობენ მოსწავლეები კვირაში მათემატიკას?
 - ბ). მოსახლეობას თანამედროვე ფილმები უფრო მოსწონთ თუ ძველი ფილმები?
 - გ). 14 წლამდე მოსწავლეებს ბეტმენი უფრო მოსწონთ თუ სუპერმენი? პასუხი დაასაბუთეთ. (ბეტმენი და სუპერმენი ფილმის პერსონაჟებია).



რთული ამოცანა ჯგუფური აქტივობა

7. ლიზიმ, ელიმ და ანდრიამ გადაწყვიტეს მეშვიდე, მერვე და მეცხრე კლასელების გამოკითხვა თემაზე: ზაფხულის კურორტები უყვართ თუ ზამთრის? სულ სამ კლასში მოსწავლეების რაოდენობა არის შემდეგი:

მეგობრებმა გადაწყვიტეს კვლევა ანარმოონ შერჩევითი წესით და გამოკითხონ სულ 60 მოსწავლე.

მე-7 კლასი	მე-8 კლასი	მე-9 კლასი
120	90	150

- ა). რამდენი მოსწავლე უნდა გამოკითხონ თითო კლასიდან?
- ბ). შეადგინეთ გამოკითხვის ფორმა, სადაც იქნება რამდენიმე მიზეზი თუ რა უპირატესობები აქვს თითოეულ კურორტს.
- გ). რომელია სამიზნე აუდიტორია?

8. ეკამ და სერგიმ გადაწყვიტეს სპორტსმენების გამოკითხვა ჰარი პოტერი უფრო მოსწონთ მოსწავლეებს თუ აირონმენი? იმისათვის, რომ დაადგინონ რის გამო რომელი ფილმის პერსონაჟს ანიჭებენ უპირატესობას შეადგინეს კითხვარი. (ჰარი პოტერი ნიგნია, რომლის მიხედვით გადაიღეს ფილმი)

- ✓ **აღწერეთ:** როგორ უნდა ჩაატარონ გამოკითხვა?
- ✓ რა ტიპის , როგორი კითხვები უნდა დანერონ?
- ✓ რა შემთხვევაში იქნება გამოკითხვა მიკერძოებული?

ტერმინები

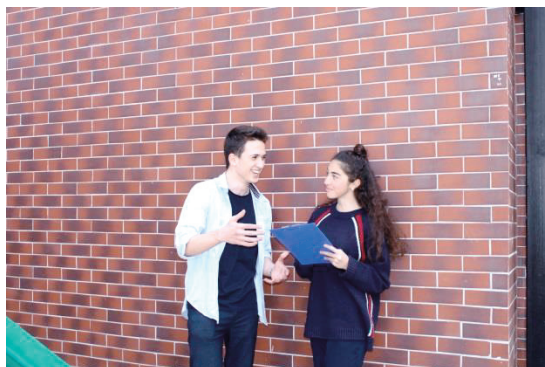
პოპულაცია	სამიზნე აუდიტორია
აღწერა	მიკერძოებული გამოკითხვა
შერჩევითი გამოკითხვა	კვლევა გამოკითხვა
შემთხვევითი წესით მონაწილის არჩევა	კითხვარი

9.2 მონაცემების კლასიფიკაცია

მონაცემების დამუშავება

სტატისტიკაში შეგოვებულ ინფორმაციას ეწოდება — მონაცემები. თავის დასაწყისში წამოდგენილ კითხვარს თუ დავაკვირდებით მივხვდებით, რომ მონაცემები არის სხვადასხვა სახის : რაოდენობრივი და თვისობრივი.

თავის მხრივ ხდება რაოდენობრივი და თვისობრივი მონაცემების კლასიფიკაცია



რაოდენობრივი

თვისობრივი

დისკრეტული

გაზომვადი

კატეგორიების მიხედვით

ხარისხის მიხედვით

მაგ.:

ასაკი, წონა, გოლფების რაოდენობა და ა.შ.

მაგ.: 100 მეტრს რა დროში გარბის.

მანქანა 100კმ-ზე რამდენ ლიტრს სანავაგს წვავს

მაგ.: ფილმის ჟანრი, კატის ჯიშში — სახეობა, და ა.შ.

მაგ.: 10-ქულიანი სისტემით შეაფასეთ ფილმი.

რამდენად ეთანხმებით დანერეთ 1,2,3.

რაოდენობრივი მონაცემები მიიღება თვლის ან დაკვირვების შედეგად და გამოისახება რიცხვებში.

თვისობრივი მონაცემები გამოხატავს ობიექტის მდგომარეობას ან თვისებას.

განვიხილოთ მაგალითი და დავალაგოთ მონაცემები:

ნინიმ გადაწყვიტა ჩაეტარებინა გამოკითხვა და ჰკითხა კლასელებს, თუ რამდენი დამა არის თითოეულ ოჯახში (რამდენი დედმამიშვილია თითოეულ ოჯახში), გამოკითხვა 14 კლასელი და ჩაიწერა მონაცემები შემდეგნაირად:

1 2 2 3 3 2 1 1 3 2 2 1 1 2

მოვანესრიგოთ მონაცემები ცხრილის მეშვეობით. სტატისტიკაში მონაცემების ორგანიზებისათვის და დასათვლელად გამოიყენება პატარა ჯოხები (გამოისახება სიმბოლოთი I, რომელიც რომაული ერთიანის შესაბამისია).

შედეგები	რაოდენობის დათვლა	რაოდენობა რიცხობრივად	ფარდობითი სიხშირე
1	IIII	5	$\frac{5}{14}$
2	IIII I	6	$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$
3	III	3	$\frac{3}{14}$
სულ		14	1

ფარდობითი სიხშირე - მონაცემის სიხშირის შეფარდებას მონაცემის საერთო რაოდენობასთან ფარდობითი სიხშირე ეწოდება.

ფარდობითი სიხშირეების ჯამი უდრის ერთს.

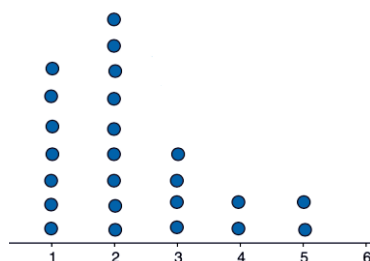
ერთი ჯოხი აღნიშნავს ერთს. IIII - აღნიშნავს 5-ს. გამომდინარე იქიდან, რომ ცხრილი გვიჩვენებს რამდენად ხშირია თითოეული ვარიანტი (კატეგორია), ცხრილს ეწოდება სიხშირის გამომსახველი ცხრილი.

ცხრილიდან ჩანს, რომ 14 გამოკითხულიდან, 5 ოჯახშია მხოლოდ ერთი ბავშვი, 6 ოჯახში - 2 ბავშვი და 3 ოჯახში - 3 ბავშვი. გამოკითხვის პროცესში "ჯოხების" გამოყენება გვეხმარება მონაცემების შეგროვებასა და ორგანიზებაში. გამოკითხვისას, როდესაც აპლიკანტი გვპასუხობს, რომ ოჯახში არის 3 ბავშვი ჩვენ 3-ის გასწვრივ ჩამოვუსვამთ ერთ ჯოხს და ა.შ. სიხშირე და ფარდობითი სიხშირის სვეტი მარტივად აღქმადს ხდის ინფორმაციას, გვიჩვენებს რომელი მონაცემი უფრო ხშირად მომეორდება.

მონაცემების წარმოდგენა მონაკვეთის მეშვეობით:

მონაცემების მონესრიგება-წარმოდგენა შეიძლება ასევე მონაკვეთზე, რომელსაც სიხშირის მონაკვეთი ეწოდება. აღნიშნული მონაკვეთზე განლაგებული ინფორმაცია იკითხება შემდეგნაირად: გარკვეულ კითხვაზე პასუხი გამეორდა:

- 1- 7-ჯერ
- 2- 9-ჯერ
- 3- 4-ჯერ
- 4- 2-ჯერ
- 5- 2-ჯერ



სიხშირის მონაკვეთის მეშვეობით ძირითადად ხდება რაოდენობრივი მონაცემების მონესრიგება და წარმოდგენა.

შენიშვნა: აპლიკანტი არის ადამიანი, ვისი გამოკითხვაც ხდება.

გამოკითხვის წარმოება და დასკვნის გაკეთება:



ნიმუში 1 პროპორციის გამოყენება სტატისტიკაში, მონაცემების დამუშავებისას

კომპანიაში 1600 ადამიანია დასაქმებული, შემთხვევითი წესით შერჩეულ 50 აპლიკანტს შორის თვრამეტმა თქვა, რომ ჰყავს ავტომობილი. ივარაუდეთ რამდენ ადამიანს შეიძლება ჰყავდეს ავტომობილი 1600 ადამიანიდან?

იმისათვის, რომ მიახლოებით ვივარაუდოთ რამდენ ადამიანს შეიძლება ჰყავდეს მანქანა 1600 თანამშრომლიდან, დავწეროთ პროპორცია.

თუ	50- დან ჰყავდა	18 -ს
სავარაუდოდ	1600-დან ეყოლება	X —ს

ვადგენთ პროპორციას შემდეგი წესით:

$$\frac{\text{გამოკითხულთაგან ავტომობილის მფლობელთა რაოდენობა}}{\text{გამოკითხულთა რაოდენობა}} = \frac{\text{ავტომობილის მფლობელთა სრული რაოდენობა}}{\text{თანამშრომელთა სრული რაოდენობა}}$$

$$\frac{18}{50} = \frac{x}{1600} \quad \text{პროპორციაში ჯვარედინი წევრების ნამრავლი ტოლია}$$

$$50 \cdot x = 1600 \cdot 18$$

$$x = 576$$

რასაკვირველია, ამ შემთხვევაში, რადგან არ მოხდა სრული გამოკითხვა, პასუხი არ არის 100%-ით ზუსტი. პროპორციის გამოყენებით, დიდი ალბათობით და მიახლოებით 1600 თანამშრომლიდან მანქანა ეყოლება 576-ს.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. რადიოსადგურმა ჩაატარა გამოკითხვა შემთხვევითი გამოკითხვის წესით, თემაზე: რა ჟანრის მუსიკა უფრო მოსწონს მსმენელს. შედეგები მოცემულია ცხრილით.

ა). სულ რამდენი მსმენელი გამოკითხა?

ბ). რა არის თითოეული ჟანრის სიხშირე?

გ). რა არის თითოეულის ფარდობითი სიხშირე?

მითითება: შეავსეთ ცხრილი, იმუშავეთ რვეულში.

ჟანრი	რაოდენობის დათვლა	სიხშირე	ფარდობითი სიხშირე
როკი	### III		
პოპი	IIII		
ლექსი	### I		
ჰიპ-ჰოპი	### ##		
ელექტრონული			

2. კომპანიაში 1200 თანამშრომელი მუშაობს. იმისათვის, რომ მოანერგონ პარკინგის პრობლემა, ანუკიმ და ზუკამ გადანიშნეს დაადგინონ რამდენს ჰყავს მანქანა და რადგან ყველა თანამშრომლის გამოკითხვა დიდ დროს მოითხოვს, მათ გამოკითხვა შერჩევითი გამოკითხვის წესით ჩაატარეს და შემთხვევით შერჩეული 60 გამოკითხული აპლიკანტიდან 24 თქვა, რომ ჰყავდა მანქანა. რა დასკვნის გაკეთება შეუძლია ანუკის და სანდროს თანამშრომლების სრული რაოდენობისთვის? შავარაუდოდ რამდენ თანამშრომელს ეყოლება მანქანა?

სავარჯიშოები

3. გამოკითხვა შერჩევითი წესით:

ქალაქში, სადაც მოსახლეობის რიცხვი არის 200 000 გადანიშნეს ჩატარებინათ კვლევა, რომელი ბრენდის ნოუთბუქს ანიჭებენ უპირატესობას: ბრენდი A, ბრენდი B, ბრენდი C.

ბრენდი	მომხმარებელი	ფარდობითი სიხშირე
ბრენდი A	350	
ბრენდი B	250	
ბრენდი C		

შემთხვევითი შერჩევის გამოკითხვის წესით გამოკითხეს 1000 მომხმარებელი. ცხრილით მოცემული შედეგების მიხედვით იპოვეთ :

ა). ფარდობითი სიხშირე და გამოსახეთ პროცენტებში.

ბ). რისთვის შეიძლება გამოიყენოს ბიზნესმა აღნიშნული ინფორმაცია?

გ). დაწერეთ 2 მიზეზი მაინც, რატომ შეიძლებოდა ეწარმოებინა გამოკითხვა კომპანია ბრენდი A -ს?

4. მოცემულია ინფორმაცია სიხშირის მონაკვეთის მეშვეობით:

ლანამ გადაწყვიტა ყოველდღე ევარჯიშა და ერბინა ლისის ტბაზე.

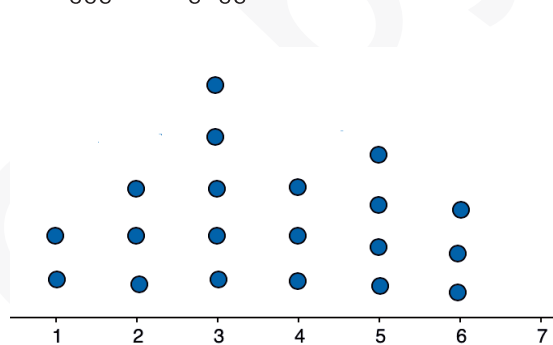
ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია რამდენ კმ-ს დარბოდა 20 დღის განმავლობაში თითოეულ დღეს.

ა). რამდენი დღის განმავლობაში ირბინა 3კმ?

ბ). რამდენი დღის განმავლობაში ირბინა 4 და 5 კმ?

გ). სულ რამდენი კილომეტრი ირბინა 20 დღის განმავლობაში?

დ). გამოითვალეთ თითოეული მონაცემის ფარდობითი სიხშირე.



5. ორმა მოსწავლემ გადაწყვიტა შეესწავლა რამდენად უყვართ კითხვა მაღალი კლასის მოსწავლეებს და აწარმოეს გამოკითხვა

კვლევა: მე-10 - მე-12 კლასელების წიგნის კითხვის სიყვარულის შესახებ	
კვლევის მეთოდი	კვლევის შედეგი
ელენემ გამოკითხა 40 ნაცნობი მაღალკლასელი	75%-მა უთხრა, რომ მუდმივად კითხულობენ ნოველებს.
ტატამ გამოკითხა სკოლის მასშტაბით 100 უფროსკლასელი შემთხვევითი შერჩევის წესით	40%-მა უთხრა, რომ მუდმივად კითხულობენ ნოველებს.

იმსჯელეთ და დაასაბუთეთ პასუხები:

- ა) რომელმა რა მეთოდის ანარმთა გამოკითხვა?
- ბ) რომელი მოსწავლის გამოკითხვა მოგვცემს მეტად ობიექტურ სურათს?
6. რა განსხვავებაა პოპულაციის აღწერასა და შერჩევითი წესით მცირე ჯგუფის გამოკითხვას შორის?
7. რა განსხვავებაა შემთხვევითი წესით შერჩეული ადამიანების გამოკითხვასა და მიკერძოებულ გამოკითხვას შორის?
8. გიორგიმ გააგორა კამათელი და ჩამოწერა შედეგები (ვარიანტები) რაც მოვიდა კამათლის გაგორების შემდეგ. შედეგები გამოიყურება შემდეგნაირად:
3, 1, 2, 1, 2, 5, 6, 6, 4, 2, 1, 1, 2, 4, 5
4, 2, 6, 7, 2, 4, 5, 5, 3, 1, 3, 1, 2, 5, 6
ა) წარმოადგინეთ მონაცემები სიხშირის ცხრილის ან მონაკვეთის დახმარებით.
ბ) დაითვალეთ თითოეული რიცხვის მოსვლის სიხშირე.
გ) დაითვალეთ თითოეული რიცხვის მოსვლის ფარდობითი სიხშირე.
9. მოცემული მონაცემები გადაიტანეთ სიხშირის მონაკვეთზე და დაითვალეთ თითოეული მონაცემის მოსვლის სიხშირე და ფარდობითი სიხშირე.

A	B	B	C	C	B	A	A	B	C
C	A	B	B	A	B	C	C	A	B



10. კვლევა სპორტში

მაიას და სანდროს უნდოდათ კვლევის შედეგად დაედგინათ, რამდენი მოსწავლეა დაკავებული სპორტით. სკოლაში 630 მოსწავლე სწავლობს, სრული რაოდენობის გამოკითხვის ნაცვლად, მათ შემთხვევითი გამოკითხვის წესით გამოკითხეს 70 მოსწავლე და აღმოჩნდა, რომ 70-დან 14 მოსწავლე იყო სპორტით დაკავებული.



რა ვარაუდის გაკეთება შეუძლიათ მაკოს და სანდროს თავის კვლევისთვის? კიდევ რა შეუძლიათ დაადგინონ აღნიშნულ საკითხთან დაკავშირებით?

11. როგორ კონცერტის დასრულების შემდეგ მარიამმა გამოკითხა კონცერტიდან გასული მსმენელი იმის დასადგენად თუ რა ჟანრის მუსიკა მოსწონდათ მეტად.
- ა). სწორად დაგეგმა მარიამმა კვლევა?
ბ). რა ტიპის მონაცემებს შეაგროვებს მარიამი, მიკერძოებულს თუ ობიექტურს?
12. **ბიზნესი:** საბას საწარმო აწარმოებს ნელინადში 180 000 მაისურს. მას სურდა დაედგინა მიახლოებით რამდენი დეფექტიანი მაისურის წარმოება ხდება წლიურად. ამისათვის მან შემთხვევითი შერჩევის წესით ამოარჩია 135 მაისური და აღმოჩნდა, რომ 15 იყო დეფექტიანი. რა ვარაუდის გაკეთება შეუძლია საბას? სავარაუდოდ რამდენი დეფექტიანი მაისური იქნება 180 000 მაისურში?



13. რთული ამოცანა

- იმუშავეთ ჯგუფებში. შეადგინეთ კითხვარი დასადგენად: ა) რა ჟანრის ფილმები მოსწონთ კლასში? სკოლაში? ბ). რამდენად ძალიან მოსწონთ 1-6 კლასელებს კომპიუტერული თამაშები და რა დროს უთმობენ კვირაში თამაშს?
14. ოთომ და ნატამ გადაწყვიტეს გამოკითხვის ჩატარება თემაზე: რა უფრო უყვართ კინო თუ თეატრი? მათ გადაწყვიტეს 10 ქულიანი სისტემით შეეფასებინათ გამოკითხულთა მონონების ხარისხი.

- ✓ თუ მოსწავლეს ძალიან უყვარს რომელიმე, უნდა დაუწეროს 9 ან 10.
- ✓ თუ საშუალოდ უნდა მიანიჭოს 5-8 ქულა.
- ✓ თუ არც ისე მოსწონს, მაშინ 1-4 ქულა

	კინო	თეატრი
1-4		
5-8		
9-10		

დასკვა: როგორი ტიპის მონაცემებს აგროვებენ ოთომ და ნატამ?
პ.ს. გამოკითხეთ კლასელები და დაწერეთ დასკვნა.

15. წლის ბოლოს სკოლაში ჩატარდა გამოცდა მათემატიკაში, სადაც მოსწავლეებმა მიიღეს შეფასებები **A**, **B** ან **P**.

A ნიშნავს, რომ მოსწავლეს ძალიან კარგად აქვს დაძლეული პროგრამა.

B ნიშნავს, რომ მოსწავლეს კარგად აქვს დაძლეული პროგრამა, იცის მთავარი საკითხები და კონცეფციები.

P ნიშნავს, რომ მოსწავლეს კიდევ სჭირდება დამატებითი მეცადინეობა და ცოდნის განმტკიცება.

გადაიტანეთ მონაცემები სიხშირის ცხრილში და დაადგინეთ, მოსწავლეთა რამდენმა პროცენტმა მიიღო **A**, **B** ან **P**.

შედეგები გამოიყურება შემდეგნაირად:

A, B, B, P, A, A, A, B, A, P, P, A, A, A, B, B, A, A, A, B

B, B, B, A, A, P, P, A, A, P, B, B, B, A, B, B, A, B, A, B

A, B, B, B, B, B, B, A, P, P, A, A, A, A, B, A, A, B, A

P, B, B, P, P, P, A, B, B, B, P, P, P, A, B, B, B, A, A, B

9.4 მონაცემების წარმოდგენა

სვეტოვანი დიაგრამა წრიული დიაგრამა პიქტოგრამა

ჩვენ უკვე ვიცით, რომ მონაცემები არსებობს რაოდენობრივი და თვისობრივი. ხშირ შემთხვევებში, თვისობრივი მონაცემების წარმოსადგენად გამოიყენებენ სვეტოვან დიაგრამებს.

სატელევიზიო საშუალებებით ან მედიით ინფორმაციის ან კვლევის შედეგების წარმოსაჩენად ხშირად იყენებენ სხვადასხვა სახის დიაგრამებს.



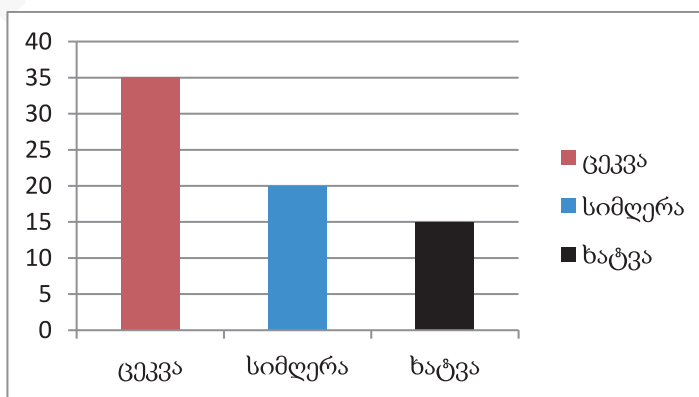
როგორ და რა წესით გადააქვთ ინფორმაცია? როდის რა ტიპის დიაგრამებს ირჩევენ?

გამოკითხვის წარმოებისას კითხვარში არის კითხვები, რომლის მეშვეობითაც გროვდება ინფორმაცია. შესაბამისად, ყოველ ჯერზე ვცდილობთ დავაკავშიროთ ერთმანეთთან ორი სიდიდე: ერთია დამოუკიდებელი — კითხვა, მეორე დამოკიდებული — პასუხი.

სვეტოვანი დიაგრამა:

ჰორიზონტალურ წრფეზე გადავიტანოთ დამოუკიდებელი მონაცემები, ვერტიკალურზე დამოკიდებული.

სკოლაში ჩატარდა გამოკითხვა, თავისუფალ დროს რომელი აქტივობა ურჩევნიათ: ცეკვა, სიმღერა, ხატვა. შედეგები მოცემულია ცხრილით და დიაგრამით.



ჰორიზონტალურ წრფეზე მონიშნულია ვარიანტები: ცეკვა, სიმღერა, ხატვა.

ვერტიკალურ წრფეზე მონიშნულია შესაბამისი რაოდენობები თითოეული ვარიანტისთვის.

აქტივობა	რაოდენობა
ჩეკვა	35
სიმღერა	20
ხატვა	15

წრიული დიაგრამა

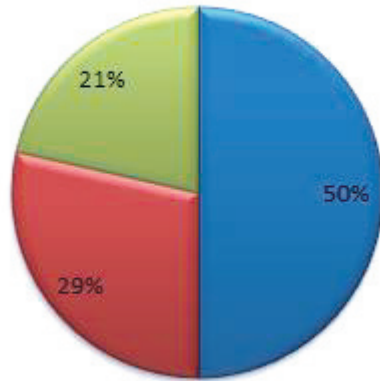
ავაგოთ იგივე გამოკითხვის შესაბამისი წრიული დიაგრამა.

წრიულ დიაგრამას ხშირად გამოიყენებენ მაშინ, როდესაც უნდათ მონაცემების პროცენტებით გამოსახვა. (თუმცა სვეტოვანი დიაგრამითაც შესაძლებელია).

ჩვენ უკვე ვიცით, როგორ გამოვითვალოთ პროცენტები.

ცეკვაზე მოსიარულე არის საერთო რაოდენობის $\frac{35}{70}=50\%$;

■ ცეკვა ■ სიმღერა ■ ხატვა



აქტივობა	რაოდენობა	%
ცეკვა	35	50 %
სიმღერა	20	29 %
ხატვა	15	21 %

პიქტოგრამა:

პიქტოგრამა არის მონაცემების ვიზუალიზაციის და დალაგების ისეთი ფორმა, როცა მონაცემი გამოსახულია ნახატით .

ცეკვა	
სიმღერა	
ხატვა	

ერთი პიქტოგრამა შეიძლება აღნიშნავდეს ერთს. შეიძლება ხუთს, ათს.

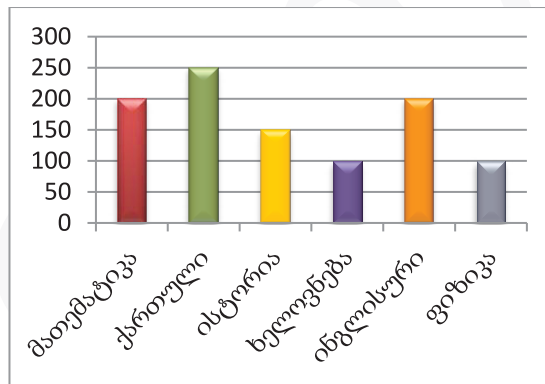
გამომდინარე იქიდან, თუ როგორ მოინდომებეს აღმწერი მნიშვნელობის მინიჭებას სიმარტივისათვის.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. სტუდენტებმა გადანყვიტეს გამოეკვლიათ, რომელი საგანი მეტად უყავრთ სკოლის მოსწავლეებს მე-7 დან მე-12 კლასის ჩათვლით. ცხრილში მოცემულია გამოკითხვის შედეგები. (ჰორიზონტალურ ლერდზე მოცემულია საგნების ჩამონათვალი, ვერტიკალურზე-იმ მოსწავლეების რაოდენობა, რომლებსაც ყველაზე მეტად უყავრთ აღნიშნული საგანი).

დაამუშავეთ ცხრილით მოცემული ინფორმაცია:

- ა). სულ რამდენი მოსწავლე გამოიკითხა?
 ბ). რა არის თითოეული საგნის არჩევის ფარდობითი სიხშირე?
 გ). გამოსახეთ პროცენტებში, გამოკითხულთა რაოდენობის რა პროცენტს მოსწონს მათემატიკა ყველაზე მეტად?



2. ქალაქში ჩატარდა გამოკითხვა თემაზე: მოსწონდათ თუ არა რეკონსტრუქციის შედეგად შეცვლილი ქუჩის ახალი ფორმა?

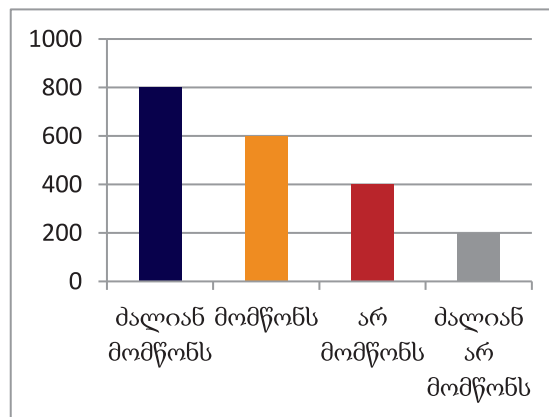
გამოკითხვაში მონაწილეებს უნდა ეპასუხებინათ:

- ✓ ძალიან მომწონს
- ✓ მომწონს
- ✓ არ მომწონს
- ✓ ძალიან არ მომწონს

ა). რა ტიპს (მონაცემების კატეგორიას) მიეკუთვნება შეგროვებული მონაცემები?

ბ). რა არის დადებითი პასუხების საერთო პროცენტული მაჩვენებელი?

გ). რამდენი პროცენტით მეტია იმ ადამიანების რიცხვი რომელსაც “ძალიან მოსწონს” იმასთან შედარებით, ვისაც “ძალიან არ მოსწონს”?



სავარჯიშოები

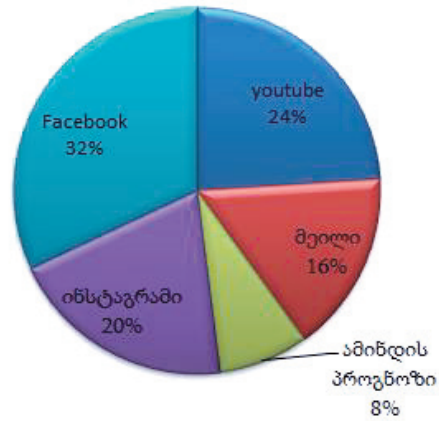
3. წრიული დიაგრამა

წრიულ დიაგრამაზე მოცემულია მომხმარებლის მიერ მობილურის აპლიკაციების თუ ფუნქციების გამოყენების შესახებ.

ა). რომელ აპლიკაცია არის ყველაზე პოპულარული?

ბ). რა ტიპის მონაცემების შეგროვება და ანალიზი მოხდა?

გ) ჩაატარეთ გამოკითხვა კლასში: ჩამოთვლილთაგან, რომელი აპლიკაციით სარგებლობთ ყველაზე ხშირად და შეადარეთ მონაცემებს.



მინიშნება: Facebook – ფეისბუქი, სოციალური ქსელი.

Youtube — ვებ გვერდი, სდაც განთავსებული ვიდეო მასალა.



4 რთული ამოცანა

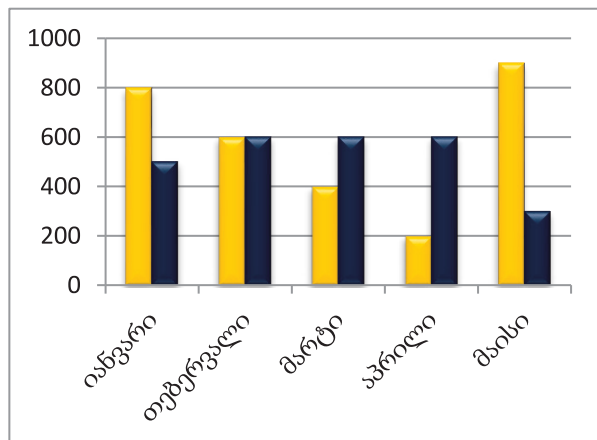
იმუშავეთ ჯგუფებში: ცხრილით მოცემულია კომპანია A (ყვითელი ფერით) და კომპანია B-ს (ლურჯი ფერით) გაყიდვების სტატისტიკა ერთ-ერთ ქალაქში თვეების მიხედვით.

ა) რომელ თვეს გაიყიდა ყველაზე მეტი კომპანია A —ს პროდუქცია?

ბ) სულ რამდენი კომპანია A-ს და B-ს პროდუქცია გაიყიდა მარტის თვეში?

გ) რამდენი პროცენტით მეტი გაიყიდა მარტის თვეში კომპანია A-ს პროდუქცია კომპანია B-სთან შედარებით?

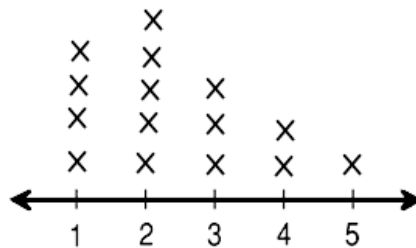
დ) მაისის თვეში აპრილის თვესთან შედარებით რამდენით მეტი კომპანია A - ს პროდუქცია გაიყიდა?



- ე) იანვლის თვეში მაისის თვესთან შედარებით რამდენ პროცენტით იცოდა იყო გაყიდვებში?
- ვ) მოცემული ცხრილის მიხედვით მოიფიქრეთ სამი კითხვა და უპასუხეთ.

4. ხათუნამ გადაწყვიტა ვარჯიში, ის ყოველდღე ცურავდა აუზზე მინიმუმ 1 კმ-ს და მაქსიმუმ 5კმ-ს. სიხშირის მონაკვეთზე მოცემულია რამდენჯერ რამდენი კმ გაცურა. გადაიტანეთ მოცემული ინფორმაცია ცხრილში და უპასუხეთ კითხვებს.

კმ	სიხშირე	ფარდობითი სიხშირე
1		
2		
3		
4		
5		



5. გიორგიმ გადაწყვიტა გამოეკითხა სკოლის მოსწავლეები, თუ რა აქტივობით არიან დაკავებულები. გამოკითხვის შედეგად მის მიერ მოგროვებული ინფორმაცია გამოიყურება შემდეგნაირად:

მოცემული ცხრილით დაადგინეთ, სულ რამდენი მოსწავლე იყო დაკავებული ხატვით, სიმღერით და ცეკვით, თუ ერთი პიქტოგრამა ნიშნავს 20-ს.



- 6. **გამეორება:** კომპანიამ, რომელსაც კლიენტების ბაზაში 2700 მომხმარებელი ჰყავს, შემთხვევითი შერჩევის წესით გაუგზავნა მეილი 150 მომხმარებელს კითხვით: მოსწონთ თუ არა მათი მომსახურება?
 - ა). გამოკითხვის რა წესი გამოიყენა კომპანიამ?
 - ბ). როგორ ფიქრობთ, იქნება თუ არა მისი გამოკითხვა მიკერძოებული? პასუხი დაასაბუთეთ.
- 7. **გამეორება:** სათამაშოების მწარმოებელმა მაღაზიამ მაღაზიაში შესული 250 ბავშვიდან 40 გოგონას ჰკითხა მოსწონდათ თუ არა მათი სათამაშოები. რამდენად ობიექტური დასკვნის გაკეთებას შეძლებს მაღაზია? როგორი წესით ჩატარდა გამოკითხვა?

9.4 მედიანა , მოდა , საშუალო , გაბნევის დიაპაზონი

წინა თავებში ჩვენ უკვე ვისწავლეთ, როგორ შეიძლება გამოკითხვის ორგანიზება, კვლევის დაგეგმვა, მონაცემების წარმოდგენა.

მონაცემების შეგროვების შემდეგ აუცილებელია მონაცემების დამუშავება.

ამოცანების ამოხსნისას ჩვენ შევნიშნეთ, რომ არსებობს მონაცემები რომლებიც ხშირად მეორდებიან, ვიპოვეთ მონაცემების სიხშირე, ფარდობითი სიხშირე. არსებობს მონაცემების დამუშავების წესი, რომლის მეშვეობითაც პოულობენ მონაცემების:

- ✓ საშუალოს
- ✓ მედიანას
- ✓ მოდას

საშუალოს (საშუალო არითმეტიკული), მედიანას და მოდას ცენტრალური ტენდენციის საზომი ეწოდებათ



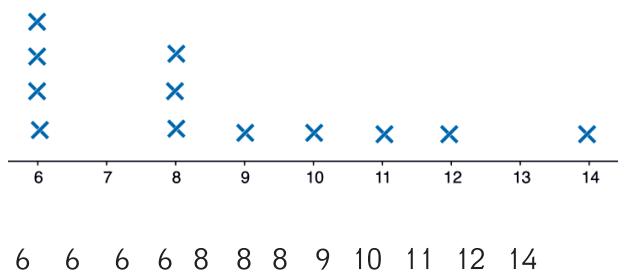
მაგალითი სპორტიდან: ნიმუში როგორ ვიპოვოთ მედიანა, მოდა , საშუალო

ცხრილით მოცემულია ინფორმაცია, ლიონელ მესის მიერ 12 წლის განმავლობაში წელ-ინაღმი გატანილი გოლების რაოდენობის შესახებ ჩემპიონთა ლიგის თამაშის დროს.

წელი	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2010	2009	2008	2007
გოლი	6	6	11	6	10	8	8	14	12	8	9	6

მონაცემების დამუშავებამდე, იმისათვის რომ შევცდომისაგან თავი დავიზღვიოთ, ჩავენროთ მონაცემები ორგანიზებულად, გადავიტანოთ მონაკვეთზე ან სიხშირის გამომსახველ ცხრილში.

დავალაგოთ მონაცემები ზრდის მიხედვით:



დავამუშაოთ ინფორმაცია. ვიპოვოთ მედიანა, მოდა და საშუალო.

- მონაცემების **მოდა** არის რიცხვი, რომელიც ყველაზე ხშირად მეორდება მონაცემებში.

ჩვენს შემთხვევაში, მონაცემებში რიცხვი 6 — გამოვრდა 4 ჯერ, ე.ი. მონაცემების მოდა არის 6.

- მონაცემების **საშუალო** - არის, მონაცემების ჯამის შეფარდება მათსავე რაოდენობასთან. (**საშუალო** ,იგივე **საშუალო არითმეტიკული** გამოისახება სიმბოლოთი \bar{x}).

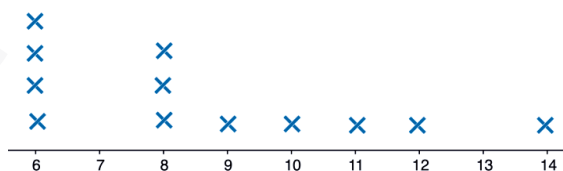
აღნიშნულ მაგალითში გვაქვს 12 წლის განმავლობაში თოთოეულ წელს გატანილი გოლების რაოდენობა .

$$\text{საშუალო } \bar{x} = \frac{6+6+6+6+8+8+8+8+9+10+11+12+14}{12} = \frac{104}{12} = 8\frac{2}{3}$$

საშუალოს გამოთვლა გამარტივდება თუ მონაცემები გვექნება ორგანიზებული სიხშირის ცხრილის ან სიხშირის მონაკვეთის მეშვეობით:

ვხედავთ 6 გოლი განმოვრდა 4-ჯერ, 8 — 3 ჯერ და ა.შ.

საშუალო



$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{6 \cdot 4 + 8 \cdot 3 + 9 + 10 + 11 + 12 + 14}{12} = \frac{104}{12} \\ &= 8\frac{2}{3} \end{aligned}$$

გამომდინარე იქიდან, რომ გოლების რაოდენობა ნატურალური რიცხვით აღინერება, ჩვენ შეგვიძლია დავამრგვალოთ ერთეულამდე და ვთქვათ, რომ მესი საშუალოდ ჩემპიონთა ლიგაზე წლიურად იტანს 9 გოლს.

- მონაცემების **მედიანა** - არის ზრდის მიხედვით დალაგებულ მონაცემებში შუა ელემენტი (მონაცემი). თუ გვაქვს მონაცემთა კენტი რაოდენობა, მაშინ შუა ელემენტი, თუ გვაქვს მონაცემების ლუნი რაოდენობა მაშინ, შუა ორი ელემენტის საშუალო არითმეტიკული.

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ მედიანა აუცილებელია მონაცემები იყოს დალაგებული ზრდის მიხედვით. ჩვენ შემთხვევაში გვაქვს 12 მონაცემი, შუაში გვაქვს მონაცემების წყვილი.

6 6 6 6 8 8 8 9 10 11 12 14
 6 6 6 6 8 8 | 8 9 10 11 12 14

ლუნი რაოდენობის მონაცემის შემთხვევაში მედიანა შუა ორი წევრის ჯამის ნახევარია: $\frac{8+8}{2}=8$

მითითება: როდესაც გვაქვს კენტი რაოდენობის მონაცემი მაშინ მედიანა შუა წევრია:
 2 3 5 8 9 - მედიანა = 5

- მონაცემების **დიაპაზონი** — **გაბნევის დიაპაზონი** ეწოდება მონაცემების მაქსიმუმის და მინიმუმის სხვაობას.

მაგალითის შემთხვევაში დიაპაზონია: $14-6=8$.

შენიშვნა: მონაცემებს შეიძლება ჰქონდეს ორი ან მეტი მოდა, მაგ.:

2, 5, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 8, 8, 12, 14, 14, 14, 14, 18, 100

მონაცემების მოდა: 5 ; 8 ; 14 თითო მონაცემი მეორდება 4-4 ჯერ.

მიაქციეთ ყურადღება! საშუალომ შეიძლება არაობიექტური სურათი მოგვცეს ერთი წესრიგიდან ამოვარდნილი მინიმალური ან მაქსიმალური მონაცემის გამო. აღნიშნულ მაგალითში — 100 ძალიან არის დაშორებული და გაცილებით მეტია ძირითად და უმეტეს მონაცემებზე, ამიტომ ასმა შეიძლება რადიკალურად შეცვალოს საშუალო. ამიტომ არის კვლევებისთვის აუცილებელი და სასურველი იპოვონ: მედიანა, მოდა, საშუალო და გაბნევის დიაპაზონი.

მედიანას, მოდას და საშუალოს ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები ეწოდებათ.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. წარმოადგინეთ მონაცემები სიხშირის ცხრილის მეშვეობით და იპოვეთ მოცემული მონაცემების: მედიანა, მოდა, საშუალო და დიაპაზონი.
ა). 4 ; 1; 2; 1; 4; 5; 6; 1; 3; 5; 6; 4; 4; 1; 3;

2. მოცემული ცხრილები ასახავს ორი კალათურთის ტურნირის დროს ორი კალათურთელის გამომუშავებულ ქულათა რაოდენობას 5 თამაშის განმავლობაში.

მოცემული ცხრილის მიხედვით იპოვეთ:

ა). პირველი კალათურთელის მონაცემების: მედიანა, მოდა და საშუალო.

ბ). მეორე კალათურთელის მონაცემების: მედიანა, მოდა და საშუალო.

გ). შეადარეთ კალათურთელების მონაცემები.

როგორ და როდის შეიძლება გამოიყენოს მწრთენელმა აღნიშნული მონაცემები?

კალათურთელი N 1

თამაში	1	2	3	4	5
ქულა	19	14	14	11	17

კალათურთელი N 2

თამაში	1	2	3	4	5
ქულა	22	11	8	8	16

3. იპოვეთ შემდეგი მონაცემების ცენტრალური ტენდენციის საზომი ერთეულები: მედიანა, მოდა და საშუალო, ასევე გაბნევის დიაპაზონი.

ა). 4 , 1, 7, 5, 3, 8, 10

გ). 2, 6, 3, 8, 3, 5, 10, 2

ბ). 7, 1 , 2, 5, 0, 2, 0, 1

დ). 7 , 2, 4, 5, 1, 0, 6, 10

4. სამმა მეგობარმა გადანტვიტა საახალწლოდ მოხუცთა თავშესაფარში მიეტანათ ტკბილეული და იყიდეს სხვადასხვა კანფეტები. კანფეტების წონის საშუალო არის 30 კგ, რამდენი კილოგრამი იყიდა პირველმა მეგობარმა, თუ მეორემ იყიდა 40 კგ და მესამემ 15 კგ?

სავარჯიშოები

5. ცხრილით მოცემულია ბაკურიანში იანვრის თვის ტემპერატურა. მოცემულ ინფორმაციაზე დაყრდობით იპოვეთ საშუალო ტემპერატურე, ასევე ტემპერატურის მედიანა, მოდა.

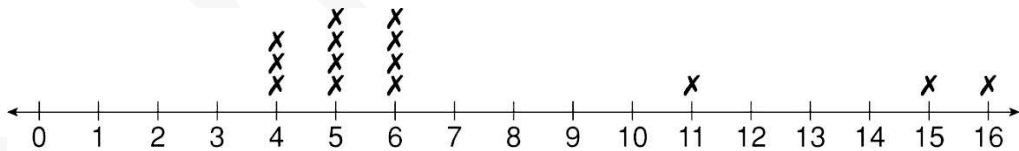
თარიღი	1.02	2.02	3.02	4.02	5.02	6.02	7.02	8.02	9.02	10.02
°C	2°C	4°C	-1°C	-3°C	0°C	5°C	8°C	2°C	-4°C	-3°C



6. რთული ამოცანა

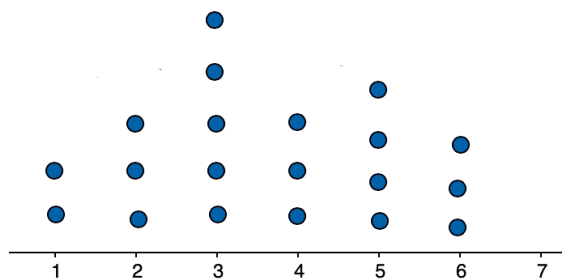
მოცემული სიხშირის მონაკვეთის მიხედვით იპოვეთ მონაცემების საშუალო, მედიანა და მოდა.

მითითება: ცხრილის მიხედვით ჩანს, რომ მონაცემი 4-ის სიხშირეა 4, მედიანის პოვნისათვის საჭიროა მონაცემების დალაგება ზრდის მიხედვით. დაიწყეთ შემდეგი წესით: 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, ... და ა.ს. იპოვეთ მოდა, მედიანა და საშუალო.



7. ჯგუფური აქტივობა

მოცემული სიხშირის მონაკვეთის მიხედვით იპოვეთ მონაცემების საშუალო, მედიანა და მოდა.



8. მოცემულია 6 მთელი რიცხვი. უმცირესი რიცხვი არის 8, უდიდესი 14, მედიანა, მოდა და საშუალო არის 11-ის ტოლი, რას უდრის დანარჩენი ოთხი რიცხვი? იპოვეთ ერთი სავარაუდო პასუხი.
9. მოცემულია 7 მთელი რიცხვი, რომელთაგან უმცირესი — 10-ის ტოლია, უდიდესი — 20-ის, იპოვეთ დანარჩენი ხუთი რიცხვი თუ ვიცით, რომ: მედიანა არის 16, მოდა 12 და საშუალო 15-ის ტოლი.
10. ექვსი რიცხვის საშუალო 8-ის ტოლია, სხვა ექვსი რიცხვის საშუალო კი 20-ის. რის ტოლი იქნება მოცემული 12 რიცხვის საშუალო?
11. მაკომ პირველი სამ ტესტში 100 დან 89 ქულა მიიღო, მეოთხე ტესტში 100- დან 92 ქულა. რა ქულა უნდა მიიღოს მაკომ მეხუთე ტესტში, რომ საშუალო ქულა გამოუვიდეს 90-ი?



12. რთული ამოცანა

ოთომ მათემატიკის ოთხ ტესტში ზედიზედ აიღო 100-დან 95 ქულა, შემდეგ ავადმყოფობის გამო გააცდინა მეოთხე ტესტი და მიიღო 0 ქულა, ამის შემდეგ მას დასაწერი აქვს კიდევ ორი ტესტი. მინიმუმ რა ქულა უნდა მიიღოს ოთომ მომდევნო ორ ტესტში რომ საშუალო ქულა გამოუვიდეს 85-ი?

13. მოცემული ოთხი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული 120-ის ტოლია, სხვა 5 რიცხვის საშუალო არითმეტიკული კი 90-ის, რა იქნება მოცემული რიცხვების საშუალო არითმეტიკული?
14. მოცემული ხუთი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული 70-ის ტოლია, ამ რიცხვებიდან ოთხი რიცხვის საშუალო არითმეტიკული 60-ის, რა არის მეხუთე რიცხვი?
15. თორნიკემ და მარიამმა მალაზიაში იყიდეს 8კგ შოკოლადის კანფეტი კილოგრამი- 8.5 ლარად და 12კგ კანფეტების ასორტი, კილოგრამი- 6.5 ლარად. რა იქნება კანფეტების კილოგრამის საშუალო ფასი?
16. ინტერნეტის მეშვეობით მოიძიეთ თქვენი საყვარელი სპორტსმენის ბოლო 10 თამაშის შედეგები და იპოვეთ მონაცემების: მედიანა, საშუალო, მოდა და დიაპაზონი.

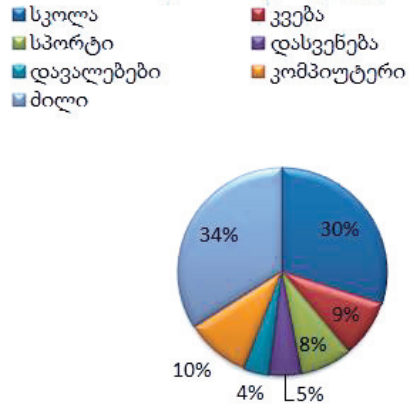
17. ვიქტორიას უნდა დაედგინა უყვარს თუ არა მოსახლეობას სატელევიზიო სერიალები. ამისათვის იგი დადგა მეტროსთან და გამოკითხა ყოველი მეხუთე გამვლელი, რამდენად ობიექტურ სურათს მოგვცემს ვიქტორიას გამოკითხვა?

18. დიაგრამაზე მოცემულია ინფორმაცია თუ როგორ ანაწილებს დროს მოსწავლე ერთი წლის განმავლობაში.

მოცემულია აქტივობები:

- სკოლა
- ძილი
- სპორტი
- დავალებების შესრულება
- კვება
- კომპიუტერი
- დასვენება

დროის განაწილება



- ✓ რას უთმობს ყველაზე ნაკლებ დროს მოსწავლე?
- ✓ რას უთმობს ყველაზე მეტ დროს მოსწავლე?
- ✓ რა არის თანაფარდობა სკოლაში გატარებულ დროსა და ძილს შორის?
- ✓ წარმოადგინეთ მოცემული მონაცემები სვეტოვანი დიაგრამის მეშვეობით
- ✓ 24 საათიდან რამდენ საათს უთმობს თითოეულ აქტივობას მოსწავლე?
- ✓ თუ ავიღებთ 200 საათს, რა აქტივობას რა დროს უთმობს მოსწავლე?
- ✓ შეადგინეთ დიაგრამა, თქვენ რა დროს უთმობთ თითოეულ აქტივობას?



MATH Lab კვლევა ჯგუფური მუშაობა
მონაცემების დამუშავება
პროექტი

მონაცემების დამუშავება მართკუთხედისა და მონაკვეთის მეშვეობით

აღნიშნული მონაცემთა დამუშავების წესი, ხშირად ხდება ორი სპორტსმენის, კომპანიის მონაცემების შედარება. იმისათვის, რომ მიიღონ გადაწყვეტილება რომელი უფრო ეფექტური ან მომგებიანი იქნება.

მოცემულია რამდენი ქულა მოუტანა კალათბურთელმა გუნდს ბოლო 12 თამაშის შედეგად.

6, 6, 6, 6, 8, 8, 8, 9, 10, 12, 12, 14 ვისწავლოთ მონაცემების დამუშავების და წარმოდგენის კიდევ ერთი ძალიან პრაქტიკული მეთოდი:

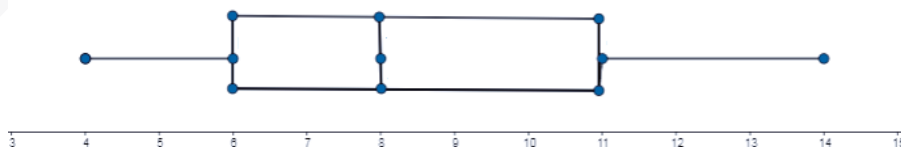
- ვიპოვოთ მონაცემების მედიანა
- მედიანის მეშვეობის გავყოთ მონაცემები ორ ნაწილად და ვიპოვოთ ზედა და ქვედა დანაყოფის მედიანები (წესი: მონაცემებს ვყოფთ შუაზე და ვპოულობთ ცალ-ცალკე თითოეული ნახევრის მედიანებს).
- ვიპოვოთ მონაცემების მაქსიმუმი და მინიმუმი.
- წარმოვადგინოთ მონაცემები მონაკვეთიზე შემდეგი წესით

მაქსიმუმი	14
მინიმუმი	4
მედიანა	8
მარჯვენა ნახევრის მედიანა	11
მარცხენა ნახევრის მედიანა	6



წარმოვადგინოთ მონაცემები რიცხვით სხივზე შემდეგი წესით:

- ✓ გადავიტანოთ რიცხვით სხივზე მონაცემების მინიმუმი და მაქსიმუმი.
- ✓ გადავიტანოთ რიცხვით სხივზე მედიანა
- ✓ გადავიტანოთ რიცხვით სხივზე ზედა და ქვედა დანაყოფების მედიანები
- ✓ შევავერთოთ მართკუთხედით მედიანები.
- ✓ შევავერთოთ მართკუთხედის გვერდები მინიმუმთან და მაქსიმუმთან.



1. აღნიშნული წესით ნებისმიერ მონაცემთა სიმრავლეების შესადარებლად
2. ჩვენ შეგვიძლია გამოვიყენოთ ეს წესი რომ დავინახოთ, როგორ არის მონაცემები გადანაწილებული.



კვლევა:

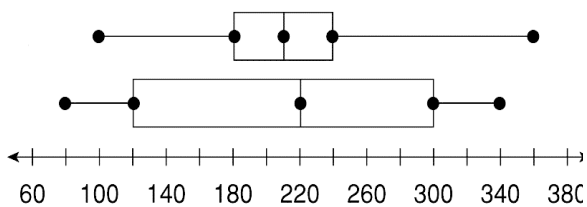
ინტერნეტის მეშვეობით მოიპოვეთ ინფორმაცია და შეადარეთ აღნიშნული მეთოდით თქვენი საყვარელი სპორტსმენების მონაცემები და დაადგინეთ რომელი უფრო ეფექტური მოთამაშე იყო წლის განმავლობაში.

დაფიქრდით: შეიძლება თუ არა ერთი მოთამაშის მაქსიმუმი იყოს მეორეზე გაცილებით მაღალი, მაგრამ მეორე მოთამაშე გაცილებით ეფექტური და სტაბილური მოთამაშე იყოს? როგორი სახე ექნება მსგავსი სიტუაციის დიაგრამას?



Math LAB

აღნიშნული დიაგრამა გვანვდის ინფორმაციას ორი კომპანიის გაყიდვების რაოდენობაზე. რისი თქმა შეგვიძლია? რომელი უფრო ეფექტურად მუშაობს? თქვენი აზრით რომელია მეტად სტაბილური კომპანია გაყიდვებში?





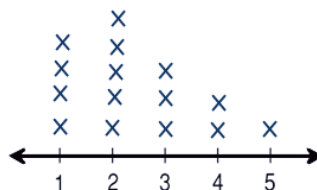
ტესტის ნიმუში

1. თორნიკემ და ანამ გადანყვიტეს ჩაეტარებინათ კვლევა, რომელი ტელეფონი უფრო ურჩევნია მომხმარებლებს: ბრენდი A თუ ბრენდი B? დაადგინეთ:
 - ✓ რომლის კვლევის შედეგი იქნება უფრო მიახლოებული რეალობასთან?
 - ✓ რა მეთოდის ანარმოვა კვლევა ანამ და რა მეთოდით თორნიკემ?

კითხვა : რომელი ტელეფონი უფრო ურჩევნია მომხმარებლებს: ბრენდი A თუ ბრენდი B	
კვლევის წესი	შედეგები
თორნიკემ გამოკითხა შემთხვევით მეტროდან ამოსული 800 ადამიანი.	65 % - მოსწონს ბრენდი B
ანამ გამოკითხა აიფონის მაღაზიიდან გამოსული მომხმარებელი	95 მოსწონს ბრენდი A.

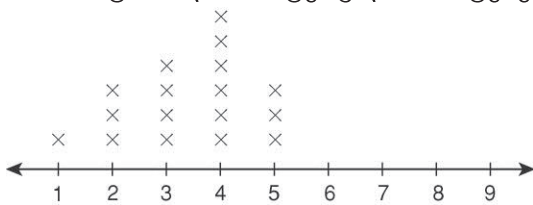
2. დაწერეთ კვლევის რომელი მეთოდი უნდა იყოს გამოყენებული ჩამოთვლილი საკითხების ანალიზისთვის? (უნდა მოხდეს აღწერა სრული მოსახლეობის ანუ პოპულაციის თუ შერჩევითი შერჩევის წესით გამოკითხვა საკმარისია?).
 - ა) რომელია ყველაზე პოპულარული თამაში?
 - ბ) 15 წალმდე მოსწავლეებს ფოგურილი სრიალის ყურება უფრო უნდათ თუ ფეხბურთის?
 - გ) გაიზარდა თუ არა შობადობის რიცხვი წელს წინა წელთან შედარებით?
3. იპოვეთ მოცემული მონაცემების მედიანა, მოდა, საშუალო და დიაპაზონი:
4 2 5 1 1 2 7 9 1
4. სიხშირის მონაკვეთზე განთავსებული მონაცემების მიხედვით იპოვეთ:

მონაცემების მედიანა, მოდა და საშუალო.

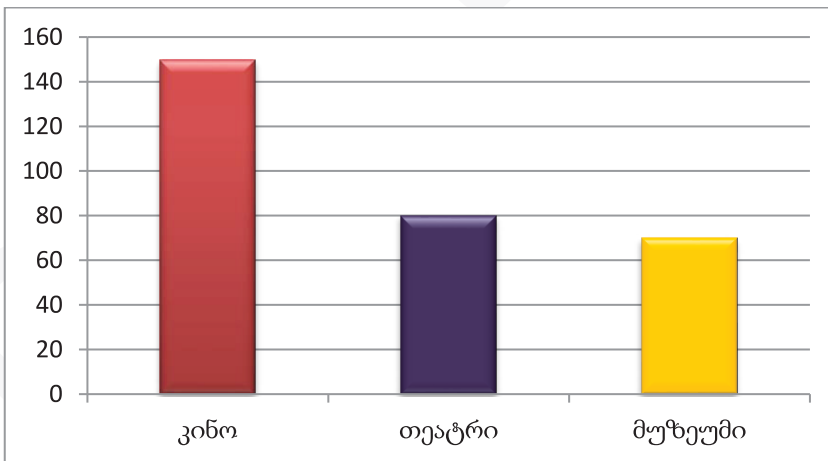


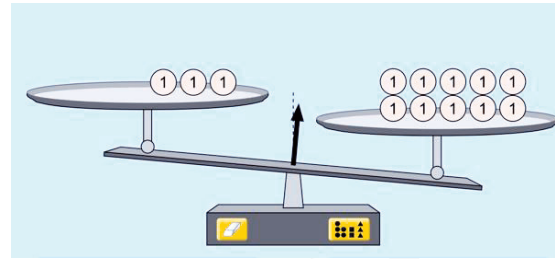
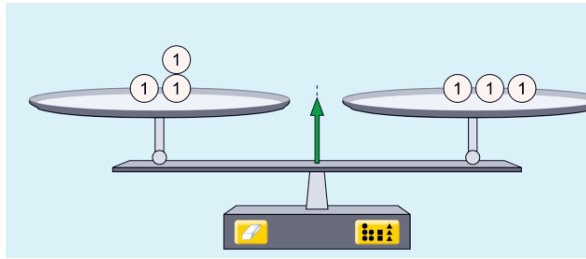
5. უნივერსიტეტის საკალათბურთო გუნდს ყავს 4500 ერთგული გულშემატკივარი, რომელთა ნაწილი შეჯიბრებებზე მუდმივად დადის გუნდის კალათბურთის მაისურებით. ლუკამ გამოკითხვა ჩაატარა შემთხვევითი გამოკითხვის წესით და ჰკითხა გულშემატკივრებს: ვინ ჩაიცვამდა მაისურს მომავალი თამაშისთვის? გამოკითხული 30 გულშემატკივრიდან 24 -მა განაცხადა, რომ მოვიდოდა მაისურით. რა ვარაუდის გამოთქმა შეუძლია ლუკას? სრული რაოდენობიდან სავარაუდოდ რამდენი გულშემატკივარი მოვა აღნიშნული მაისურით?

6. რა არის ცხრილით მოცემული მონაცემების მოდა?



7. აღნიშნული ინფორმაციის მიხედვით დაადგინეთ, საერთო გამოკითხულიდან რამდენს მოსწონს კინო? ინფორმაცია ჩანერეთ ფარდობითი სიხშირის და პროცენტის მეშვეობით.





თავი 10 განტოლება - უტოლობა

განტოლება

10.1 განტოლება

ნაწილი 1: ტოლობის თვისებები

ნაწილი 2: ტოლფასი განტოლებები

10.2 მოდულის განმარტება ალგებრულად

10.3. ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით

უტოლობა

10.4 უტოლობა

ნაწილი 1. უტოლობა, უტოლობის წარმოდგენა რიცხვით ლერძზე

MathLab – ტექნოლოგიების გამოყენება

მიზანი და შედეგი

- ორბიჯიანი (ცვლადი ტოლობის ორივე მხარეს) განტოლების ამოხსნა
- მათემატიკური სტრატეგიების გამოყენება სხვადასხვა განტოლებების ამოხსნისთვის. თოლფასი განტოლებები.
- მოდულის გააზრება ალგებრულად
- უტოლობის წარმოდგენა რიცხვით ლერძზე.

კითხვები ცოდნის შემოწმებისთვის:

- როგორ და რა მეთოდებით შეიძლება განტოლებების ამოხსნა?
- რა განსხვავებაა ალგებრულ გამოსახულებასა და განტოლებას შორის?
- რით განსხვავდება განტოლება და უტოლობა?
- როგორ ხდება ტოლობის “განწონასწორება”?
- როგორ არის შესაძლებელი სიტუაციის მათემატიკური აღწერა, მოდელირება?

10.1 განტოლება, ტოლობის თვისებები

გავიხსენოთ რა ვიცით განტოლებასა და ალგებრულ გამოსახულებაზე:

ცვლადი — სიმბოლო, რომელიც გამოიყენება უცნობი რიცხვის აღნიშვნისთვის.

მუდმივი — იგივე კონსტანტა, არის რიცხვი რომელიც არ იცვლება.

რიცხვითი გამოსახულება — ეწოდება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს მარტო რიცხვებს და არითმეტიკულ ოპერაციებს.

ალგებრული გამოსახულება — ეწოდება გამოსახულებას, რომელიც შეიცავს ცვლადებს, არითმეტიკულ ოპერაციებსა და მუდმივს.

განტოლება ცვლადის ან ცვლადების შემცველი ტოლობაა. გავეცნოთ განტოლებას უფრო დეტალურად კი:

მათემატიკური გამოსახულება, რომელიც შეიცავს ცვლადს (ცვლადებს), მუდმივს, არითმეტიკულ მოქმედებებსა და ტოლობის ნიშანს „=“, **განტოლება ეწოდება.**

განტოლების ამონახსენი არის რიცხვი, რომელიც განტოლებას აკმაყოფილებს.

სხვა სიტყვებით: ცვლადის ნაცვლად, განტოლების ამონახსნის ჩასმის დროს, განტოლება გადაიქცევა რიცხვით ტოლობად.

ტოლფასი ეწოდებათ განტოლებებს, რომელთა ამონახსნთა სიმრავლე ერთმანეთის ტოლია.

როგორ ვიპოვოთ განტოლების ამონახსენი?

იმისათვის, რომ ვიპოვოთ განტოლების ამონახსენი ჩვენ უნდა მოვახდინოთ ცვლადის იზოლირება. ამისათვის საჭიროა დავიცვათ არითმეტიკული ოპერაციების თანმიმდევრობა გარკვეული წესით.

ჩვენ ვიცით, რომ რიცხვით გამოსახულებაში ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას. ჯერ ვასრულებთ მოქმედებას ფრჩხილებში, შემდეგ ახარისხება, შემდეგ გამრავლება-გაყოფა, შემდეგ მიმატება-გამოკლება. ვნახოთ რა წესით ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას განტოლებების ამოხსნის დროს.

მოვანდინოთ საკითხის ვიზუალიზაცია

განვიხილოთ უმარტივესი განტოლებები:

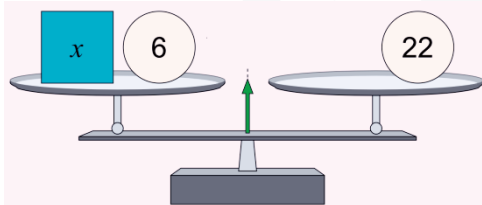
მაგ. 1

$$x + 6 = 22$$

$$-6 = -6$$

$$x = 22 - 6$$

$$x = 14$$



იმისათვის, რომ ვიპოვოთ x , ტოლობის ორივე მხარეს უნდა გამოვაკლოთ 6.

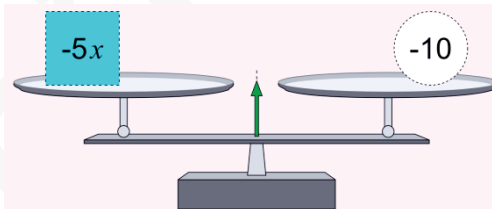
მაგ. 2

$$-5x = -10$$

$$: (-5) = : (-5)$$

$$x = (-10) : (-5)$$

$$x = 2$$



იმისათვის, რომ ვიპოვოთ x , ტოლობის ორივე მხარე უნდა გავყოთ -5 -ზე.

მაგ. 3

$$5x + 5 = 25$$

$$-5 = -5$$

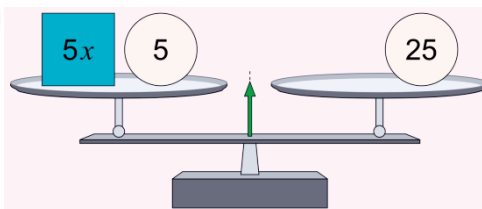
$$x = 25 - 5$$

$$5x = 20$$

$$: 5 = : 5$$

$$x = 20 : 5$$

$$x = 4$$



როდესაც გვაქვს შერეული ოპერაციები, ვიცავთ მოქმედებათა თანმიმდევრობას: ჯერ გამოვაკლებთ ორივე მხარეს რიცხვს, შემდეგ გავყოფთ ორივე მხარეს კოეფიციენტზე.

ნაწილი 1 ტოლობის თვისებები, არითმეტიკის საბაზისო აქსიომები

ტოლობის თვისებები, მარტივი აქსიომები		
სიტყვიერად	რიცხვებში	ალგებრულად (ცვლადებში)
<p>მიმატება — გამოკლების წესი. თუ ტოლობის ორივე მხარეს მივუმატებთ ან გამოვაკლებთ ერთი და იგივე რიცხვს, ტოლობა რჩება ჭეშმარიტი.</p>	$5 = 5$ $5 + 2 = 5 + 2$ $7 = 7$ $5 - 2 = 5 - 2$ $7 = 7$	$a = b$ $a + c = b + c$ $a - c = b - c$
<p>გამრავლება — გაყოფის წესი. თუ ტოლობის ორივე მხარეს ვამრავლებთ ან ვაყოფთ ერთი და იგივე რიცხვზე ტოლობის ორივე მხარე რჩება უცვლელი. შენიშვნა: 0-ზე გაყოფა არ შეიძლება.</p>	$8 = 8$ $8 \cdot 2 = 8 \cdot 2$ $16 = 16$ $8 : 2 = 8 : 2$ $4 = 4$	$a = b$ $a + c = b + c$ $a - c = b - c$

<p>წილადის შემცველი ტოლობის დროს, ტოლობის ორივე მხარეს ვამრავლებთ მნიშვნელზე.</p>	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5}$ $\frac{3}{5} \cdot 5 = \frac{3}{5} \cdot 5$ $3 = 3$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$ $\frac{a}{b} \cdot b = \frac{c}{b} \cdot b$ $a = c$
---	---	---

განტოლებებში შესაძლებელია ცვლადის შემცველი წევრი იყოს მხოლოდ ტოლობის ერთ მხარეს ან ტოლობის ორივე მხარეს.

თუ განტოლების ტოლობის ორივე მხარე შეიცავს ცვლადის შემცველ წევრს, მოქმედებათა თანმიმდევრობის სწორად დაცვის შედეგად უნდა დავაჯგუფოთ ცვლადის შემცველი წევრები ტოლობის ერთ მხარეს. (ამ ეტაპზე საუბარი გვაქვს იმ განტოლებებზე, რომელშიც ცვლადი არ არის ხარისხის სახით წარმოდგენილი)

- ✓ **ნულოვანი ნამრავლის თვისება:** ნამრავლი მაშინ არის ნულის ტოლი, როცა ერთ-ერთი თანამამრავლია ნული. $a \cdot b = 0$ მაშინ როცა $a = 0$ ან $b = 0$ ან $a=b=0$



ნიმუში 1 სხვადასხვა ტიპის განტოლებების ამოხსნა

<p>ა) ცვლადები განტოლების ორივე მხარეს</p> $4(2x + 1) = 12 - 2x$ $8x + 4 = 12 - 2x$ $-4 = -4 \quad \text{ტოლობის ორივე მხარეს ვაკლებთ}$ $8x = 12 - 2x - 4$ $8x = 8 - 2x$ <p style="margin-left: 20px;">← გადავიტანოთ $2x$ ტოლობის მარცხენა მხარეს ნიშნავს, ტოლობის ორივე მხარეს მივუმატოთ $2x$</p> $+2x = +2x$ $10x = 8$ $x = 0.8$ <p>განტოლების ამოხსნისას, თითოეული ოპერაცია სრულდება ტოლობის თვისებების დაცვის გათვალისწინებით</p>	<p>ბ) ნამრავლის ნულთან ტოლობა</p> $(x - 2)(x + 3) = 0$ <p>ჩვენ ვიცით, რომ ნამრავლი მაშინ არის ნულის ტოლი, როცა ერთ-ერთი თანამამრავლია ნული.</p> $a \cdot b = 0 \quad \text{ნიშნავს } a = 0 \text{ ან } b = 0$ $(x - 2)(x + 3) = 0$ $x - 2 = 0 \quad \text{ან } x + 3 = 0$ $x = 2 \quad \text{ან } x = -3$ <p>შემოწმება</p> $x = 2$ <p>ჩავსვათ x-ის ნაცვლად 2 და მივიღებთ: $(2-2)(2+3)=0 \cdot 5=0$</p> $x = -3$ <p>ჩავსვათ x-ის ნაცვლად -3 და მივიღებთ: $(-3-2)(-3+3)=(-5) \cdot 0=0$</p> <p>ე.ი. განტოლების ამონახსნებია 2 და -3</p>
---	--

ნაწილი 2 ტოლფასი განტოლებები

ტოლფასი ეწოდებათ განტოლებებს, რომელთა ამონახსნთა სიმრავლე ერთმანეთის ტოლია.



ნიმუში 2

დავადგინოთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები $(2x-8)(5x+20)=0$ და $(-4x+16)(x-1)=0$

$(2x-8)(5x+20)=0$ $2x - 8 = 0 \quad 5x + 20 = 0$ $2x = 8 \quad 5x = -20$ $x = 4 \quad x = -4$	$(-4x+16)(x-1)=0$ $-4x + 16 = 0 \quad x - 1 = 0$ $x = 4 \quad x = 1$	
<p>მოცემული განტოლებებია არ არის მოცემულ განტოლებებს აქვთ საერთო საერთო ამონახსნი და არა ორივე.</p>		

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. ამოხსენით განტოლებები:

$$ა) 3(2x - 5) = 21$$

$$გ) 4x - 12 = 6x + 20$$

$$ბ) -4(3 - 2x) = 4x - 12$$

$$დ) 5(2x + 1) = 2(6x - 8)$$

2. წილადის შემცველი განტოლებების ამოხსნა

$$ა) \frac{3a}{5} - 4 = 2$$

$$დ) -\frac{1}{2}x + 3 = \frac{2}{3}$$

$$ზ) \frac{5n}{6} + \frac{n}{2} = 1$$

$$ბ) \frac{b}{2} - \frac{b}{4} = -5$$

$$ე) \frac{x-4}{3} + 2 = \frac{1}{2}$$

$$თ) \frac{7x}{9} - 1 = \frac{5}{6}$$

$$გ) \frac{17y-24}{18} = \frac{5}{9}$$

$$ვ) \frac{a+3}{2} = \frac{2a-5}{3}$$

$$ი) \frac{4-5x}{6} = \frac{3x-2}{4}$$

3. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები:

$$ა) (2x-10)(x+2) = 0 \text{ და } (3x+6)(5x-25) = 0$$

$$ბ) \frac{5x}{6} + 2 = \frac{3}{4} \text{ და } 3x + 8 = 5x + 5$$

სავარჯიშოები

3. ტოლობის ორივე მხარეს ცვლადის შემცველი განტოლებები

$$ა) 4 - 2(x - 6) = -8 + 2x$$

$$ზ) 2(27 + 4x) + 7x = 21$$

$$ბ) 1.4 - 1.6(y + 5) = 4.6 + 1.6y$$

$$თ) 3(6x - 7) - 15x = 2(x + 9)$$

$$გ) -2(5 - 4x) + 5 = 3(x - 4.5)$$

$$ი) 3(2y + 3) - 4 = -3 + 4y - 4$$

$$დ) 16 - 12a - 8a = -9 + 5a$$

$$კ) 5 - 2x = 2(x + 1) - 3(1 - x)$$

$$ე) -3x + 6 + 5x = 8x + 9 - 2x$$

$$ლ) 10 + 8c + 15 = -2c - 40$$

$$ვ) 2(5x + 1) + 4 = 4(2x + 2) - 8$$

$$მ) 4(x - 1) - 3(2 - x) = 5 - 3x$$

4. წილადის შემცველი განტოლებები:

$$ა) \frac{9}{10}y - 40 = \frac{7}{10}$$

$$ე) \frac{13}{15} - \frac{y}{5} = \frac{5}{6} + \frac{y}{3}$$

$$ი) \frac{2}{5}x + \frac{7}{10}x - 2 = \frac{9}{10}$$

$$ბ) \frac{3y}{4} - \frac{2y}{3} = 65$$

$$ვ) \frac{1}{4}x + 10 = \frac{2}{3}x$$

$$კ) \frac{5}{6}x + 4 = \frac{11}{12}x - 8$$

ბ) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{3} = \frac{2}{5}$

ზ) $\frac{5}{8}x + 6 = \frac{3}{4}x$

ლ) $\frac{3-1.5y}{7} = \frac{4+y}{4}$

დ) $\frac{4}{9}x - \frac{1}{3}x = -9$

თ) $4\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) = -4$

მ) $\frac{3y-1}{2} = \frac{y}{3}$

მითითება: $\frac{a}{2} = a \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot a$

5. კრიტიკული აზროვნება: იქნება თუ არა ა) $\frac{x}{2.5} = 4$ განტოლების ამონახსენი მეტი? პასუხი დაასაბუთეთ. ბ) $\frac{x}{0.5} = 6$ განტოლების ფესვი 6-ზე მეტი? რატომ?

6. ამოხსენით განტოლებები:

ა) $(x+3)(x-2) = 0$

დ) $(3x+6)(2x-8) = 0$

ბ) $(x-6)(x-8) = 0$

ე) $(5x-0.5)(2x+1.8) = 0$

გ) $(3x-9)(4x+12) = 0$

ვ) $(0.2x-6)(0.5x+8) = 0$



7. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები?

ა) $\frac{3a}{4} - \frac{2a}{5} = \frac{7}{10}$ და $5x+8 = 7x+4$

ბ) $\frac{a}{4} + \frac{2a}{3} = \frac{1}{2}$ და $4(x-1) = -12$

გ) $\frac{3x}{5} - \frac{x}{6} = 3$ და $7(x-1) = 9(x+1) - 31$

დ) $\frac{x-1}{3} = \frac{x}{5}$ და $5x+8 = 7x+4$

8. დაადგინეთ ტოლფასია თუ არა შემდეგი განტოლებები?

ა) $(x-3)(x-8) = 0$ და $(3x-9)(2x-16) = 0$; დ) $x(x+3) = 0$ და $x+3 = 0$;

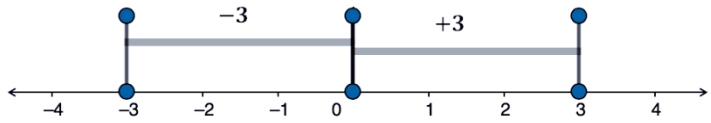
ბ) $(x+5)(x-5) = 0$ და $(2x-10)(x+1) = 0$; ე) $x(5x-1) = 0$ და $x(1-5x) = 0$;

გ) $(2x-1)(2x+1) = 0$ და $(x-2)(x+0.5) = 0$; ვ) $(0.5+2)(x-1) = 0$ და $(0.2x-1)(1-x) = 0$;

10.2 მოდულის განმარტება ალგებრულად

გავიხსენოთ, რომ რიცხვის მოდული ნიშნავს რიცხვით ღერძზე მანძილს სათავიდან. მაგალითად $|-3| = 3$ $|3| = 3$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოდული გვაძლევს ინფორმაციას რიცხვით ღერძზე მდებარე რიცხვის კოორდინატიდან სათავემდე.



მოდულის განმარტება ალგებრულად:

ნებისმიერი მთელი და რაციონალური რიცხვისათვის, მოდული განმარტება შემდეგნაირად:

$$|x| = \begin{cases} x; & \text{თუ } x \geq 0 \\ -x; & \text{თუ } x \leq 0 \end{cases}$$

$|3| = 3$ რადგან მოდულის ქვეშ რიცხვი დადებითია.

$|-3| = -(-3) = 3$ რადგან მოდულის ნიშნის ქვეშ რიცხვი უარყოფითია, ვიღებთ მის მოპირდაპირე მნიშვნელობას, განმარტების თანახმად.

დაიმასსოვრეთ შენიშვნა : მარტივად რომ ვთქვათ, მოდულის ქვეშ შეიძლება იყოს უარყოფითი რიცხვი, მაგრამ პასუხი ყოველთვის იქნება დადებითი. მოდულის პასუხი ვერ იქნება უარყოფითი.

მოდულის შემცველი განტოლების ზოგადი სახე: $|x|=a$

სიტყვიერად აღწერა	ცვლადებში
<p>$X =a$ განტოლებაში, მოდული “სვამს კითხვას”: რა რიცხვი უნდა ჩაისვას x-ის ნაცვლად, რომ პასუხად მივიღოთ a?</p> <p>პასუხი იქნება, თავად რიცხვი a ან მისი მოპირდაპირე რიცხვი $-a$</p>	$ X = 3$ $x = 3$ ან $x = -3$
<p>გრაფიკულად:</p>	$ X = a$ $x = a$ ან $x = -a$



ნიმუში 1 მოდულის შემცველი მარტივი განტოლებები

<p>ა) $x+5 = 8$</p> <p>მოდულის წესის მიხედვით</p> $x+5 = 8 \quad \text{ან} \quad x+5 = -8$ $x = 8 - 5 \quad x = -8 - 5$ $x = 3 \quad x = -13$ <p>შემოწმება:</p> $ 3+5 = 8 \quad -13+5 = 8$ $ 8 = 8 \quad -8 = 8$	<p>ბ) $2 x - 5 - 9 = 31$</p> <p>ჯერ უნდა ვიპოვოთ მოდული და შემდეგ x</p> $2 x - 5 - 9 = 31$ $+9 = +9$ $2 x - 5 = 40$ $\div 2 = \div 2$ $ x - 5 = 20$ $x - 5 = 20 \quad \text{ან} \quad x - 5 = -20$ $x = 25 \quad x = -15$	<p>გ) $x + 4 = -7$</p> <p>მოდული ვერ იქნება უარყოფითი.</p> $x \in \emptyset$ <p>განტოლებას ამონახსენი არ აქვს.</p>
---	---	---

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. ამოხსენით მოდულის შემცველი განტოლებები

ა) $|x - 2| = 4$ გ) $4|x + 1| = 12$ ე) $|x - 3| + 2 = 2.5$
 ბ) $|x + 1| = 6$ დ) $5|3 - x| = 15$ ვ) $|x + 5| - 2.5 = 4.5$

სავარჯიშოები

2. ამოხსენით მოდულის შემცველი განტოლებები

ა) $|x + 2| = 0$ ე) $|2x + 1| = 2.4$ ი) $3|2x - 3| - 2 = 4$
 ბ) $|x - 1| = -3$ კ) $|3 - 5x| = 1.5$ ლ) $2|5x| - 2.5 = 2.5$
 გ) $|x - 6| = 3$ მ) $|4x + 1| = 15$ ნ) $-2|x - 3| + 2 = 2.5$
 დ) $|x + 1| = 1.5$ თ) $|3 - 2x| = 6$ პ) $4|3x| - 2.5 = 5.5$

3. **შეცდომის ანალიზი:** დემეტრემ ახალი საკითხის შესწავლის დროს დაწერა, რომ $|x+5| = |x|+5$. მოიყვანეთ ერთი მაგალითი მაინც, რომლითაც შოთიკოს დაუსაბუთებთ რატომ არის აღნიშნული ტოლობა მცდარი.

10.3 ამოცანების ამოხსნა ცვლადის შემოტანით

საკითხის მათემატიკური მოდელირება

ყოველდღიურ ცხოვრებაში, სხვადასხვა სფეროს წარმომადგენლებს სჭირდებათ საკითხის ფორმულირების აღწერა.

ფიზიკაში დაკვირვებების შემდეგ აუცილებელია პროცესის აღწერა, ცვლადების შემოტანა და ტოლობის ჩანერა.

ასევე ფინანსურ სექტორში, როდესაც ბანკისგან სესხს ვიღებთ ან ანაბარზე შეგვაქვს თანხა, ხდება საკითხის მათემატიკური ფორმულირება, პროცენტის დარიცხვა და ა.შ.



მეგობრებმა მოაგროვენ მონაცემები და ცდილობენ დაადგინონ ვინ უფრო სწრაფად დარბის, რისთვისაც სჭირდებათ სიჩქარის ფორმულა.

მათემატიკური მოდელირების და ჩანაწერის გეგმა

თიკოს ანაბარზე ჰქონდა 2 ჯერ მეტი ვიდრე დუდას. მას შემდეგ რაც მან 1000 ლარი სწავლის საფასური გადაიხადა და დარჩენილი თანხის მესამედით იყიდა საჩუქრები. რის დარჩა იმდენი, რამდენიც ჰქონდა დუდას. იპოვეთ რამდენი ლარი ჰქონდა თითოეულს.

ნაბიჯი 1. გაიაზრეთ პირობა და ამონერეთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია:

თიკოს აქვს დუდაზე 2-ჯერ მეტი თიკომ გადაიხადა 1000 ლარი თიკომ თანხის მესამედით იყიდა საჩუქრები

საჩუქრების ყიდვის შემდეგ, მას საბოლოოდ დარჩებოდა დარჩენილის $\frac{2}{3}$

გაფრთხილება: მოსწავლეები ხშირად შეცდომას უშვებენ ბოლო ოპერაციის გააზრებაზე, გთხოვთ დააკვირდით და გაიაზრეთ.

ნაბიჯი 2. შევადგინოთ გეგმა -აღვწეროთ სიტუაცია მათემატიკურად, შემოვიტანოთ ცვლადები. თიკოს ვადარებთ ვადარებთ დუდას, რომლის თანხაც უცნობია.

ვთქვათ	დუდას აქვს	თიკო
ვთქვათ დუდას აქვს	x	$2x$
თიკომ დახარჯა 1000		
დარჩა		$(2x - 1000)$
საჩუქრებში გადაიხადა თანხის მესამედი ანუ $\frac{(2x-1000)}{3}$		
საბოლოოდ დარჩა	\rightarrow	$\frac{2(2x-1000)}{3}$
დარჩენილი დუდას თანხის ტოლია, ე.ი.		

$$\frac{2(2x-1000)}{3} = x$$

ამოხსნის შედეგად მივიღებთ $x = 2000$



ნიმუში 1 მათემატიკური მოდელირება, ცვლადის შემოტანა

ადამიანის მაქსიმალური გულისცემა შეიძლება იყოს 220 დარტყმა წუთში.

ყველა ასაკს თავისი მაქსიმალური გულისცემა აქვს და გამოითვლება შემდეგი წესით, ასაკს დამატებული გულისცემა უდრის 220.

რა შეიძლება იყოს 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემა?

შენიშვნა: მაქსიმალური გულისცემა არ ნიშნავს იმას, რომ ყოველდღიურობაში მოზარდს ან ზრდასრულს შეიძლება ჰქონდეს აღნიშნული გულისცემა.

ნაბიჯი 1: ამოვწეროთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია
ასაკს დამატებული მაქსიმალური გულისცემა უდრის 220. ყველა ასაკს თავისი მაქსიმუმი აქვს.

ნაბიჯი 2. ცვლადის შემოტანა, საკითხის მოდელირება.

ვთქვათ 12 წლის მოზარდის მაქსიმალური გულისცემაა x , შევადგინოთ განტოლება: $x + 12 = 220$

ნაბიჯი 3. ამოვხსნათ განტოლება

$$x + 12 = 220$$

$$x = 208$$

ე.ი. მოზარდის მაქსიმალური გულისცემა შეიძლება იყოს 208.

ნაბიჯი 4. დაუბრუნდით საკითხს და გადაამოწმეთ.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. უცნობი რიცხვი ჯერ გააორკეცეს, შემდეგ დაუმატეს 8 და მიიღეს 32, ჩანერეთ განტოლება და ამოხსენით.
2. ცვლადისა და 4 —ის ჯამი, გაამრავლეს 7-ზე და მიიღეს 42. იპოვეთ ცვლადი.
3. 5-ისა და ცვლადის სხვაობა გაამრავლეს 4-ზე და მიიღეს 84, იპოვეთ ცვლადი.
4. ნოდომ გადანყვიტა საცურაოდ აუზზე სიარული და გაარკვია, რომ ერთჯერადი სავალდებულო გადასახადი 40 ლარის შემდეგ ყოველ ვიზიტზე უნდა გადაიხადოს 8 ლარი. რამდენი ვიზიტისთვის ეყოფა ნოდოს 200 ლარი? შეადგინეთ განტოლება.

მითითება:

ნაბიჯი 1. ამოწერეთ მნიშვნელოვანი ინფორმაცია.

ნაბიჯი 2. შემოიტანეთ ცვლადი

ვთქვათ ნოდომ შეძლება ისარგებლოს აუზით x — ჯერ.

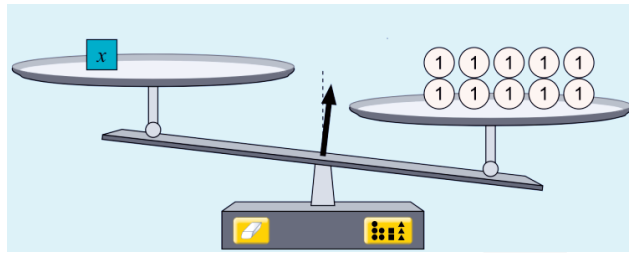
x — ჯერ შესვლაში გადაიხდის $8x$ — ლარს ... გააგრძელეთ.

სავარჯიშოები

5. მას შემდეგ რაც ლილეს ხელფასი გაიზარდა 15%-ით, მან აიღო 920 ლარი, რა იყო ლილეს ხელფასი გაზრდამდე?
6. რიცხვი შეამცირეს ჯერ 10%-ით, შემდეგ გაზარდეს 20%-ით და მიიღეს 54. რა რიცხვი აიღეს თავდაპირველად?
7. **სიტუაციის ანალიზი:** თორნიკეს ხელფასი ჯერ შეამცირეს 30%-ით, შემდეგ გაზარდეს 40%-ით, რა იყო თორნიკეს ხელფასი თავდაპირველად თუ შემცირებისა და გაზრდის მერე გახდა 1090 ლარი. შეადარეთ საბოლოო ხელფასი სანყის და ჩანერეთ, საბოლოო ხელფასი სანყისზე მეტია თუ ნაკლები?
8. ორი რიცხვის ჯამი 120-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 24-ით მეტია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
9. ორი რიცხვის სხვაობა 94-ია, ერთ-ერთი მეორეზე 12-ით ნაკლებია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
10. ორი რიცხვის სხვაობა 4.2 ია, ერთ-ერთი მეორეზე 6-ჯერ მეტია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
11. წილადის მრიცხველი მნიშვნელზე 4-ით ნაკლებია, თუ წილადის მრიცხველს გავზრდით 4-ით, ხოლო მნიშვნელს გავზრდით 5-ით, მივიღებთ 0.5-ს. იპოვეთ წილადი.
12. ქეთიმ და ცოტნემ გადაწყვიტეს იოგაზე სიარული. სავარჯიშო დარბაზს აქვს შემდეგი პირობები: თუ გახდები იოგის მოყვარულთა კლუბის წევრი, იხდი სანევროს გადასახადს 100 ლარს და შემდეგ ყოველი ვარჯიში ჯდება 10 ლარი, თუ არ გახდები კლუბის წევრი, მაშინ არ გადაიხდი ერთჯერად გადასახადს, მაგრამ ყოველი ვარჯიშის ღირებულება იქნება 15 ლარი. ცოტნე განეწვრიანდა კლუბში, ქეთი არა. რამდენი ვარჯიშის შემდეგ ექნებათ მათ გადახდილი ერთი და იგივე თანხა? ჩანერეთ განტოლება.
13. 25 %-იანი ფასდაკლების შემდეგ ქურთუკის ღირებულება არის 200 ლარი. რა იყო ქურთუკის ღირებულება ფასდაკლებამდე?
14. შეადგინეთ ამოცანა რომლის ამოხსნასაც შეძლებთ ცვლადის შემოტანით.
15. სამი მომდევნო რიცხვის ჯამი 93-ია, იპოვეთ ეს რიცხვები.
16. სამი მომდევნო ლუწი რიცხვის ჯამი 102-ია, იპოვეთ უდიდესი რიცხვი.
17. a რიცხვი ჯერ გაზარდეს 20%-ით, შემდეგ დამატებით 10%-ით და მიიღეს 66. იპოვეთ a.
18. b რიცხვი ჯერ გაზარდეს 2-ჯერ, შემდეგ შეამცირეს 25%-ით და მიიღეს 90. იპოვეთ b.

10.4 უტოლობები, უტოლობის ძირითადი თვისებები

ჩემპიონატის წინ მოჭიდავეს უთხრეს, რომ მისი წონა უნდა ყოფილიყო 80კგ-ზე ნაკლები. ვისწავლოთ როგორ კეთდება აღნიშნული საკითხის მათემატიკური ჩანაწერი.



უტოლობა გვიჩვენებს, რომ ორი სიდიდე არ არის ტოლი. უტოლობის ჩანწერა და სიდიდეების შედარება ხდება შემდეგი სიმბოლოებით.

სასწორი, რომელიც არ არის წონასწორობაში, გვაჩვენებს, რომ ორიდან ერთ-ერთი სიდიდე ან მეტია ან ნაკლები.

	<	>	≤	≥	≠
სიტყვიერად	ნაკლებობა	მეტობა	ნაკლებია ან ტოლია	მეტია ან ტოლია	არ უდრის

ნაწილი 1 უტოლობის წარმოდგენა რიცხვით ღერძზე

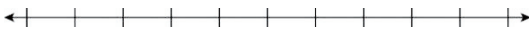
სიტყვიერად		გრაფიკულად
ცვლადი ნაკლებია -2-ზე მკაცრი უტოლობა (-2-თან ცარიელი წრფე გვიჩვენებს, რომ -2 არ ეკუთვნის)	$X > -3$	
ცვლადი ნაკლებია 1-ზე	$X < 1$	
ცვლადი ნაკლებია ან ტოლი 2-ზე	$X \geq 2$	
ცვლადი ნაკლებია ან ტოლი 1-ზე	$X \leq 1$	

როდესაც არ არის მკაცრი უტოლობა და რიცხვი ეკუთვნის უტოლობას რიცხვს ღერძზე მოვნიშნავთ გამუქებული წერტილით.

მოსამზადებელი პრაქტიკა

1. გადაიტანეთ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე რიცხვით სხივზე.
(იმუშავეთ რვეულში)

ა) $x \leq 4$ გ) $x > 8$ ე) $x < -2$ ზ) $x \geq -10$
 ბ) $x \leq -5$ დ) $x \geq 9$ ვ) $x < 9$ თ) $x < -2$

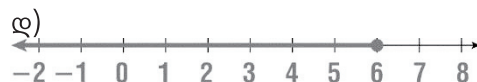
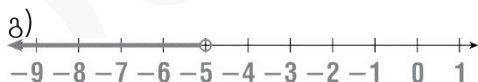


სავარჯიშოები

2. ამოხსენით უტოლობები:

ა) $x \leq 8$ გ) $x \geq -6$ ე) $x > -8.5$ ზ) $x \geq 5.5$
 ბ) $x \leq -4$ დ) $x > -7$ ვ) $x < 1.5$ თ) $x < -2.5$

3. ჩანერეთ რიცხვითი უტოლობის სახით რიცხვითი ლერძით მოცემული ინფორმაცია:



4. კრიტიკული აზროვნება: წარმოადგინეთ რიცხვით სხივზე შემდეგი უტოლობების ამონახსნები: ა) $12 > x$; ბ) $-7 > x$ გ) $-5 < x$

5. გამეორება: ამოხსენით შემდეგი განტოლებები

ა) $2(3.5x - 2.4) - 2(x + 1) = 4(2.5x + 0.5)$

ბ) $-2(2.4 - x) + 4(3.2 - x) = 8 - 2x$

გ) $\frac{x-3}{2} + \frac{5-x}{3} = \frac{2x-1}{4}$

დ) $\frac{4x}{5} + \frac{x}{2} = \frac{1}{5} + \frac{3x-1}{2}$



ტესტისთვის მზადება

1. იპოვეთ ცვლადი:

$$-8y + 15 = 71$$

- ა) -56 გ) -8
ბ) -10.75 დ) -7

2. იპოვეთ ცვლადი:

$$-4(y + 8) - 5 = 51$$

- ა) -22 გ) 56
ბ) -17 დ) 68

3. იპოვეთ ცვლადი:

$$-5(x - 2) = -3x - 26$$

- ა) 3.25 გ) 52
ბ) 18 დ) 208

4. იპოვეთ ამონახსნთა სიმრავლე

$$(4x - 1)(5x + 10) = 0$$

- ა) 1 და 2 გ) 3 და 0.25
ბ) -0.25 და 2 დ) 0.25 და -2

5. ამოხსენით განტოლება:

$$-0.5(4x - 8) + 3(x - 1) = 8 - x$$

6. ჩანერეთ განტოლება და ამოხსენით:

ცვლადისა და 2.5-ის სხვაობა, გაამრაველს 4-ზე და მიიღეს 12. იპოვეთ ცვლადი.

7. ორი მომდევნო რიცხვის ჯამი 55-ია, ჩანერეთ განტოლება და იპოვეთ ეს რიცხვები.

8. **ბონუს ამოცანა:** ანამარიას ხელფასი გაიზარდა 20%-ით და თვის ბოლოს მან აიღო 1440 ლარი, რამდენი ლარი ჰქონდა ხელფასის მომატებამდე?



თავის დამატებითი სავარჯიშოები

1. ამოცანები

1) $15t = 17 + 8t - 24$

2) $6a - 42 = 2a + a$

3) $6k - k = 27 - 4k$

4) $-5f + 40 = 5f + 30$

5) $0.9m - 28 = 0.5m + 12$

6) $\frac{8}{15}x = 8 + \frac{2}{15}x - \frac{4}{15}x$

7) $18r - 2 - 12r = -6r - 26$

8) $10 + 8c + 15 = -2c - 40$

9) $-3x + 6 = 8x + 9 - 2x$

10) $0.8a - 6 = -0.6a + 22$

11) $0.5(x-2) = 5(2-1.2x) - 8$

12) $6(k-1) = 27 - 4k$

13) $2(27 + 4x) + 7x = 21$

14) $\frac{2y}{3} + 27 + \frac{3y}{4} = -24$

15) $3(6x-7) - 15x = 3$

16) $182d + 3.5 - 20d = 19.7$

17) $\frac{3k}{4} - 28 - \frac{2k}{3} = 379$

18) $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} = \frac{2}{5}$

ამოცანები

- საახალწლო 20%-იან ფასდაკლებაზე ნაძვისხის ფასი გახდა 400 ლარი, რა იყო ნაძვის ხის ფასი ფასდაკლებამდე?
- სანჯავის ფასი 10%-იანი ფასდაკლების შემდეგ გახდა 2.16 ლარი. რა იყო სანჯავის ფასი ფასდაკლებამდე?
- ანამ თანხის 20%-ით იყიდა საჩუქრები მეგობრებისთვის, დარჩენილი თანხის 10%-ი მისცა დედას, ამის მერე მას დარჩა 1080 ლარი. რამდენი ლარი ჰქონდა ანას თავდაპირველად?
- დეას უნდა იყიდოს მოპედი, რომლის ფასი 800 ლარია, მას აქვს დანაზოგი 320 ლარი. საჭირო თანხის შესაგროვებლად დეამ გადაწყვიტა იმუშაოს ყოველ შაბათ-კვირას. შაბათს შეუძლია იმუშაოს 4 სთ, კვირას 3სთ. რამდენი ლარი უნდა გადაუხადონ დეას თითო საათში, რომ მან შეძლოს მოპედის ყიდვა 3 კვირაში?
- გადაიტანეთ რიცხვით ღერძზე შემდეგი განტოლების პასუხები და გააკეთეთ დასკვნა, რომელი რიცხვიდან არის პასუხები თანაბრად დაშორებული?

ა) $|x + 1| = 4$ გ) $|x - 3| = 6$ ე) $|x - 5| = 4$

ბ) $|x - 1| = 5$ დ) $|x + 5| = 2$ ვ) $|x + 4| = 7$

6. კრიტიკული აზროვნება:

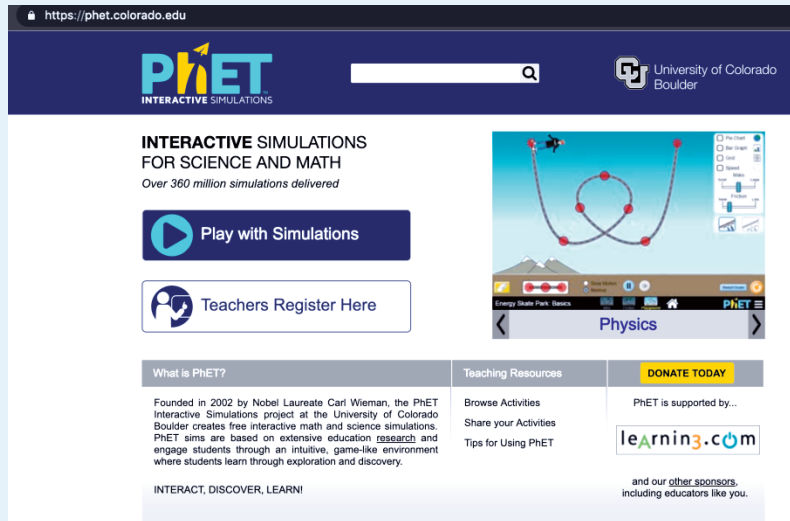
რა რიცხვი უნდა ჩავსვათ $a - x$ ნაცვლად, რომ

$$|x-1|=2 \text{ განტოლებას } \text{ჰქონდეს ერთი ფესვი?}$$



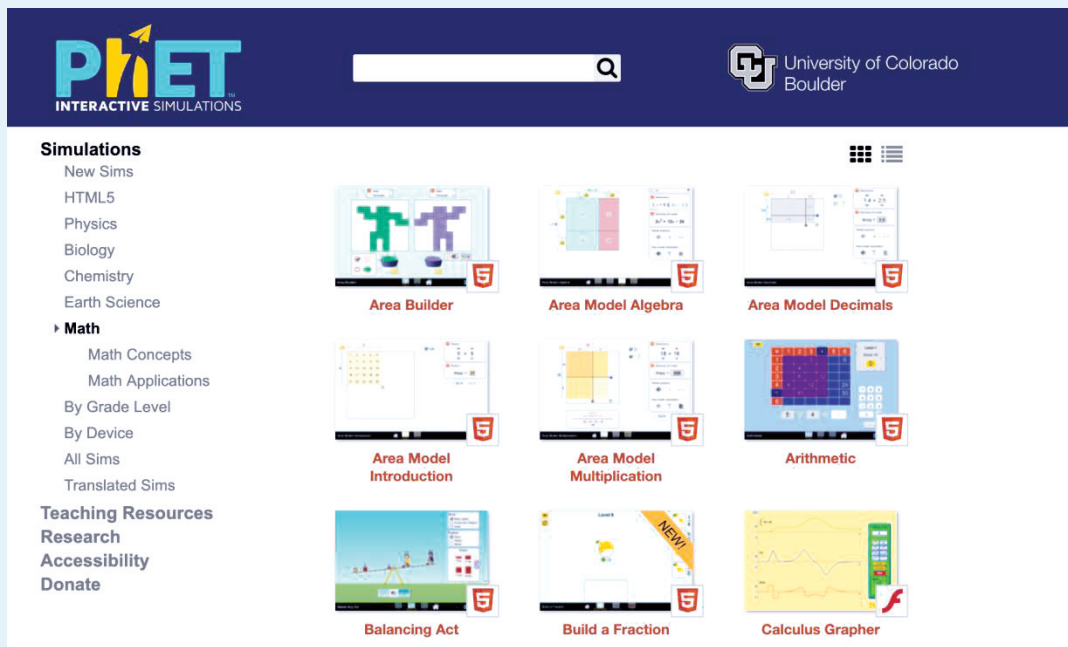
MATH LAB ტექნოლოგიების გამოყენებით ტოლობის განონასწორება

ნაბიჯი 1. კომპიუტერის მეშვეობით შედით საიტზე: www.phet.colorado.edu ამოიჩიეთ Play With Simulations





ნაბიჯი 2. გამოჩნდება ჩამონათვალი სხვადასხვა სიმულაციების, ამოიჩიეთ Equality Explorer.

მითითება: შეგიძლიათ გაეცნოთ სხვა სიმულაციებს რომლებიც დაგეხმარებათ უკეთ გაიაზროთ და წარმოიდგინოთ საკითხები.



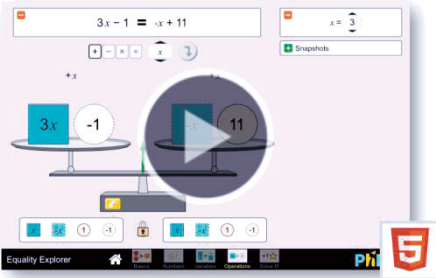
ნაბიჯი 3. გახსენით ფანჯარა , გამოჩნდება ორი სასწორი. მოცემული აპლიკაციის დახმარებით შეძლებთ განტოლებისა და უტოლობების შედგენას, ტოლობის განონასწორებას და საკითხის უკეთ გაგებას.



Simulations

- ▶ New Sims
- ▶ HTML5
 - Physics
 - Biology
 - Chemistry
 - Earth Science
- ▶ Math
 - ▶ Math Concepts
 - Math Applications
- By Grade Level
 - Elementary School
 - ▶ Middle School
 - ▶ High School
 - University
- By Device
 - ▶ iPad/Tablet
 - ▶ Chromebook
- All Sims
- Translated Sims
- Teaching Resources

Equality Explorer



↓ DOWNLOAD

</> EMBED





- Solving Equations
- Inequalities
- Inverse Operations

DONATE

PhET is supported by

TechSmith

and educators like you.

- ▶ ABOUT
- ▶ FOR TEACHERS
- ▶ TRANSLATIONS
- ▶ RELATED SIMULATIONS
- ▶ SOFTWARE REQUIREMENTS