პროფესიული უნარების სააგენტო

ქეთევან ცერცვაძე • ევგენი გუგულაშვილი

მათემატიკური წიგნიერება

ლოგიკა და გეომეტრია

სახელმძღვანელო მომზადებულია გაეროს განვითარების პროგრამისა (UNDP) და შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოს (SDC) მხარდაჭერით. პროფესიული უნარების სააგენტოსა და გაეროს განვითარების პროგრამის საგრანტო პროექტის „საქართველოში სოფლის მეურნეობასთან დაკავშირებული სისტემების გაფართოება და პროფესიული განათლების მოდერნიზაცია, ფაზა – II“ ფარგლებში.

სახელმძღვანელო წარმოადგენს პროფესიული უნარების სააგენტოს საკუთრებას და განკუთვნილია პროფესიული განათლების სტუდენტებისთვის, რომლებიც პროფესიული საგანმანათლებლო პროგრამის ფარგლებში გაივლიან საშუალო განათლების კომპონენტსაც.

სახელმძღვანელოზე მუშაობდა ავტორთა ჯგუფი:

- **ქეთევან ცერცვაძე**
- **ევგენი გუგულაშვილი**

მადლობას ვუხდით ჯულიეტა ტაბეშაძეს, მარინე ახალაიას, სვეტა გორგიშელს, მზია დადვანს, ნანა ცინცაძეს, თამარ მურუსიძეს, ნანი სალიას, ნატო გერგაიას, ციცო თორიას, ნინელი ცერცვაძეს და მაია გველესიანს სახელმძღვანელოს შექმნაში შეტანილი წვლილისთვის.

რედაქტორი: **ზურაბ ვახანია**

გრაფიკული დიზაინერი: **ვერა პაპასკირი**

Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Swiss Agency for Development and Cooperation SDC

პროფესიული უნარების სააგენტო

UNDP

საქართველო, თბილისი, 2022

მათემატიკური წიგნიერება

თავი III

— ფორმალური ლოგიკის საწყისები

თანამედროვე, სწრაფად ცვალებად ტექნოლოგიურ ხანაში კომპიუტერული მეცნიერებისა და ტექნოლოგიების განვითარების საფუძველი მათემატიკაა. მომავალი ინჟინრები და მეცნიერები, რომლებმაც ტექნოლოგიების საზღვრები უნდა გაარღვიონ, მათემატიკას კარგად უნდა ფლობდნენ. კომპიუტერული ინჟინერია და ზოგადად ინჟინერია მეტწილად მათემატიკასა და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებას იყენებს პრობლემების გადაჭრაში, მოვლენის მოდელირებასა და კვლევაში, რომლებიც პროგრესისა და განვითარების საფუძველია.

მათემატიკა STEM განათლების საფუძველიცაა, რომელიც პრობლემაზე და კვლევაზე დაფუძნებული სწავლების საშუალებას იძლევა.

მათემატიკური წიგნიერება

თემატური ბლოკი: ფორმალური ლოგიკის საწყისები

1 თემა —კომპლექსური დავალება

მინიშნება: *მოცემულია ორი კომპლექსური დავალება ამოსარჩევად*

ქვეთემა 1. ლოგიკის საწყისები, ლოგიკური ოპერაციები, გამონათქვამი

1.1. რა არის ლოგიკა?

1.2. ინდუქციური მსჯელობა

1.3. პირობითი გამონათქვამები

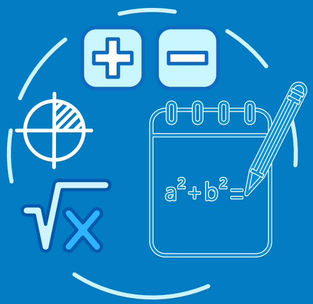
1.1.3 ლოგიკური ოპერაციები

1.4. პირობის შემცველი წინადადებები

1.5. დედუქციური მსჯელობა

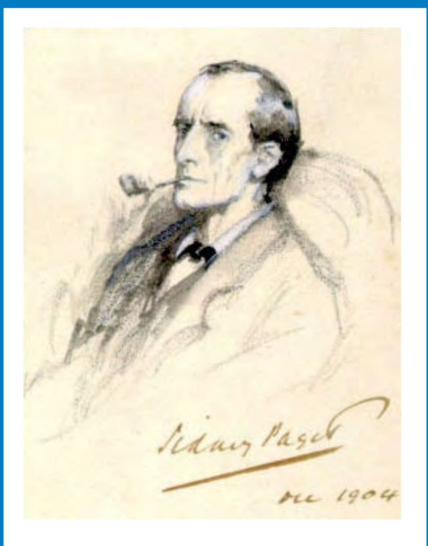
1.6. დამტკიცება

I. დავალების წარდგენა



იცით თუ არა,

თქვენ, ალბათ, გსმენიათ დეტექტივ შერლოკ ჰოლმსის შესახებ, რომელზეც უამრავი ფილმი თუ სატელევიზიო სერიალია გადაღებული, წაგიკითხავთ არტურ კონან დოილის ნაწარმოები. შერლოკ ჰოლმსი გამოძიების პროცესში მოპოვებულ ფაქტებს ერთმანეთთან აკავშირებდა და საუცხოო მსჯელობის უნარით ხსნიდა საქმეს, გამოძიების პროცესში იყენებდა დედუქციურ მსჯელობას.



კომპლექსური დავალება

საკვანძო კითხვა:

- *როდესაც რაიმე დანაშაული ხდება, როგორ შეიძლება დედუქციური მსჯელობით საქმის გახსნა?*
- *რა განსხვავებაა ინდუქციურ და დედუქციურ მსჯელობებს შორის?*

თქვენი დავალება

I. **ქვემოთ მოცემულია ფაქტები, რომელთა დახმარებით გამოძიებამ უნდა გახსნას საქმე;** დავეხმაროთ ჰერლოკ შოლმსს და ლოგიკური მსჯელობის გზით დავავიწროვოთ სავარაუდო ეჭვმიტანილთა წრე ან სულაც ცალსახად გავხსნათ მკვლელობა, თუკი ეს შესაძლებელია.

ჰაზელტონების საგვარეულო სასახლეში ტრაგიკული ამბავი მოხდა – მოკლულია ლორდი ჰაზელტონი! მკვლელობის გამოსაძიებლად მოიწვიეს ცნობილი დეტექტივი ჰერლოკ ჰოლმსი. ჰერლოკ ჰოლმსმა მოწმეების გამოკითხვისა და სამხილების შეგროვების შემდეგ ასეთი ფაქტობრივი მოცემულობა მიიღო:

ფაქტი 1. ლორდი ჰაზელტონი ან თავში შანდლის ჩარტყმისგან გარდაიცვალა, ან დარიშხანით იქნა მოწამლული.

ფაქტი 2. მკვლელობისას სასადილო ოთახში ლედი ჰაზელტონი ან მოახლე სარა იმყოფებოდა.

ფაქტი 3. თუ მზარეული მკვლელობისას სამზარეულოში იყო, მაშინ ლორდი მისმა კამერდინერმა მოკლა დარიშხანის სასიკვდილო დოზით.

ფაქტი 4. თუ ლედი ჰაზელტონი მკვლელობის დროს სასადილოში იყო, მაშინ ლორდი მეეტლემ მოკლა.

ფაქტი 5. თუ მზარეული მკვლელობისას სამზარეულოში არ იყო, მაშინ ამ დროს სასადილო ოთახში სარაც არ იმყოფებოდა.

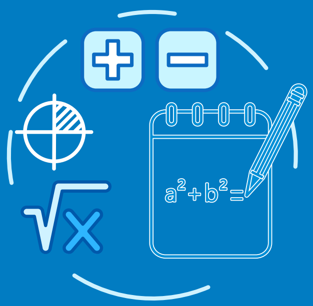
ფაქტი 6. თუ სარა მკვლელობისას სასადილო ოთახში იყო, მაშინ ლორდი ჰაზელტონი მებაღემ მოკლა.

ფაქტი 7. ექსპერტიზამ აჩვენა, რომ ლორდი ჰაზელტონი დარიშხანით არ მოწამლულა.

გაგრძელება

I. დავალების წარდგენა

კომპლექსური დავალება



დამატებითი ამოცანა

XIX საუკუნეში აინშტაინმა შეადგინა ლოგიკური ამოცანა და ფიქრობდა, რომ მხოლოდ, 2%-ს თუ შეეძლო ფაქტების სწორად დალაგება და ამოხსნა, საბედნიეროდ, მოსახლეობის უფრო დიდ ნაწილს შეუძლია მისი ამოხსნა.

სცადეთ და მიიღეთ გამოწვევა აინშტაინისგან და ამოხსენით ამოცანა:

თქვენი დავალება

II. შექმენით მსგავსი დავალება, ასევე შეგიძლიათ, მოიძიოთ წიგნში ან ინტერნეტით მსგავსი დავალება და წარუდგინოთ მეგობრებს

ნაშრომი წარმოადგინეთ პრეზენტაციის მეშვეობით

ნაშრომის წარდგენისას ხაზგასმით წარმოაჩინეთ:

- რამდენად მნიშვნელოვანია ლოგიკური მსჯელობა ყოველდღიურ ცხოვრებაში?
- რა განსხვავებაა ინდუქციურ და დედუქციურ მსჯელობებს შორის?
- რამდენად მნიშვნელოვანია მსჯელობის დროს ლოგიკური კავშირების („ან“, „და“, „თუ მაშინ“, „მაშინ და მხოლოდ მაშინ“) სწორად გამოყენება? რა განსხვავებაა „ან“ და „და“ კავშირებს შორის?

ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში:	ერთ ქუჩაზე დგას ხუთი სხვადასხვა ფერის სახლი. თითოეულ სახლში სხვადასხვა ეროვნების ადამიანები ცხოვრობენ. ხუთივე განსხვავებულ სასმელს სვამს, ეწევა განსხვავებულ სიგარეტს და ჰყავს სხვადასხვა ცხოველი. ▪ **კითხვა:** *რა ეროვნების ადამიანს ჰყავს თევზი?*

დამატებითი ინფორმაცია

- ბრიტანელი ცხოვრობს წითელ სახლში.
- შვედს ჰყავს ძაღლები.
- დანიელის საყვარელი სასმელია ჩაი.
- მწვანე სახლი თეთრი სახლის მარცხნივ დგას.
- მწვანე სახლის პატრონს უყვარს ყავა.
- ადამიანს, რომელიც ეწევა Pall Mall-ს, ჰყავს ფრინველები.
- ყვითელი სახლის პატრონი ეწევა Dunhill-ს.
- ადამიანს, რომელიც შუაში მდებარე სახლში ცხოვრობს, უყვარს რძე.
- ნორვეგიელი ცხოვრობს პირველ სახლში.
- ადამიანი რომელიც ეწევა blend-ს, ცხოვრობს იმ ადამიანის გვერდით, რომელსაც კატები ჰყავს.
- ადამიანი, რომელსაც ცხენები ჰყავს, ცხოვრობს იმ ადამიანის გვერდით, რომელიც ეწევა Dunhill-ს.
- ადამიანს, რომელიც ეწევა Blue Master-ს, უყვარს ლუდი.
- გერმანელი ეწევა Prince-ს.
- ნორვეგიელის სახლი ლურჯი სახლის გვერდით მდებარეობს.
- ადამიანს, რომელიც ეწევა Blend-ს, ჰყავს მეზობელი, რომელსაც უყვარს წყალი.

თავი 1. ლოგიკის საწყისები, ლოგიკური ოპერაციები, გამონათქვამი

1.1.რა არის ლოგიკა?

მსოფლიოში დღეისათვის ყველაზე უფრო გავრცელებული მიახლოებითი განსაზღვრის თანახმად, ლოგიკა წარმოადგენს მეცნიერებას სწორად აზროვნების ფორმებისა და კანონების შესახებ. ლოგიკას, როგორც მეცნიერებას, საფუძველი ჩაეყარა ძვ.წ-აღ. IV საუკუნეში ბერძენი ფილოსოფოსის არისტოტელეს ნაშრომებში. დღემდე ლოგიკის განვითარებას ოთხ ძირითად ეტაპად ყოფენ:

1. გვიანდელი ანტიკური ხანა და ადრეული შუა საუკუნეები – ამ პერიოდში ლოგიკა ქრისტიანული სულისკვეთებით გადამუშავდა და განათლების აუცილებელ კომპონენტად ითვლებოდა.
2. გვიანდელი შუა საუკუნეები (XIII-XV სს.) – ამ პერიოდში ლოგიკის მრავალი ელემენტარული კანონი აღმოაჩინეს.
3. აღორძინების ეპოქა და ახალი დრო (XVI-XVII სს) – ლოგიკის განვითარების ეს მონაკვეთი დაკავშირებულია გალილეის, დეკარტისა* და ლაიბნიცის სახელებთან.
4. XIX საუკუნიდან დღემდე – ეს არის ე.წ. სიმბოლური ლოგიკის ეპოქა, რომელსაც საფუძველი ინგლისელი მეცნიერის ჯ. ბულის* შრომებში ჩაეყარა. ამ პერიოდში ლოგიკას მათემატიკურად მიუდგნენ და იგი ჩამოყალიბდა, როგორც მათემატიკის ერთ-ერთი ნაწილი.

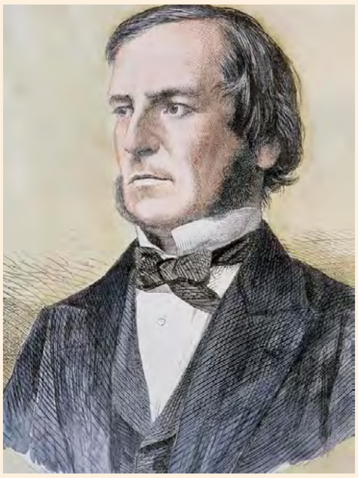
მეცნიერების ნებისმიერი დარგის ხერხემალს დასაბუთება წარმოადგენს. მწყობრი და გამართული მსჯელობის გარეშე მეცნიერება წარმოუდგენელია. შესაბამისად, ყოველი მეცნიერების საფუძვლად ლოგიკა იგულისხმება. განსაკუთრებით თვალსაჩინოა ლოგიკის კავშირი ფილოსოფიასთან, მათემატიკასთან, კომპიუტერულ მეცნიერებებსა და ენათმეცნიერებასთან. ლოგიკა მართებულ მსჯელობას, ზუსტ აზროვნებას

***რენე დეკარტი (1596-1650)**

ფრანგი ფილოსოფოსი და მეცნიერი. მისი შემოქმედება უაღრესად მრავალმხრივია. ის იყო ახალი დროის ერთ-ერთი უდიდესი ფილოსოფოსი, ანალიზური გეომეტრიის შემქმნელი, მასვე ეკუთვნის მნიშვნელოვანი შრომები მექანიკაში, ოპტიკაში, კოსმოგონიასა და ფიზიოლოგიაში. მან პირველმა შემოიტანა ცვლადი სიდიდისა და ფუნქციის ცნებები. ანალიზურ გეომეტრიაში მისი ძირითადი მიღწევაა კოორდინატთა სისტემის შემოღება. დეკარტმა მნიშვნელოვნად გააუმჯობესა მათემატიკური აღნიშვნების არსებული სისტემა.

შეისწავლის. მსჯელობისას დაშვებებიდან ნაბიჯ-ნაბიჯ მივდივართ დასკვნებამდე. თითოეული ასეთი ნაბიჯი, თუ ის სწორადაა გადადგმული, გარკვეულ კანონზომიერებას ეფუძნება. ასეთ კანონზომიერებათა აღმოჩენა, აღრიცხვა და შესწავლა არის ლოგიკის ერთ-ერთი მთავარი ამოცანა.

ლოგიკა, მეცნიერების ის დარგია, რომელიც ყოველ ჩვენგანს ყოველდღიურად სჭირდება და ხშირად იყენებს კიდეც მის კანონებს ისე, რომ შეიძლება წარმოდგენაც არ ჰქონდეს ამ კანონების არსებობაზე. მაგალითად, თითოეული ჩვენგანი ყოველდღიურად იღებს რაიმე გადაწყვეტილებას, კარგად თუ ცუდად აფასებს გარშემომყოფთა ქცევას, სადავო საკითხებში ცდილობს, გაარჩიოს მტყუანი და მართალი და ა.შ. თქვენ მიერ გამოტანილ ყოველ დასკვნას საფუძვლად უდევს რაიმე მოსაზრება და სწორედ ამ მოსაზრებათა ანალიზის ხარჯზე ხდება დასკვნის გაკეთება, ანუ ჩვენ ყოველდღიურად ვმოქმედებთ იმ ლოგიკის საფუძველზე, რომელიც გაგვაჩნია. ლოგიკა მთელი თავისი ბრწყინვალებითა და შესაძლებლობებით სწორედ ცხოვრებისეული სიტუაციების ანალიზისას ჩანს.



***ჯორჯ ბული (1815-1864)**

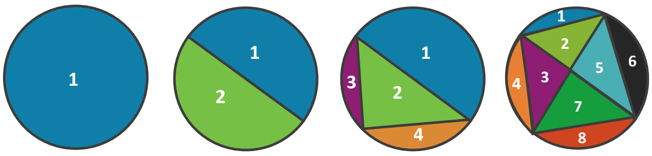
ინგლისელი ლოგიკოსი და მათემატიკოსი, სიმბოლური ლოგიკის ფუძემდებელი. მისი კვლევის ძირითადი სფერო იყო ლოგიკა, ალბათობის თეორია, მათემატიკური ანალიზი. შემოიღო ლოგიკური ოპერაციები, პირველმა შექმნა სიმბოლური ლოგიკის სისტემა, რომელსაც შემდგომში ლოგიკის ალგებრა უწოდა. ბულის სახელს ატარებს აბსტრაქტული ალგებრული თეორია – ბულის ალგებრა.

1.2. ინდუქციური მსჯელობა

კვლევა და მიზნები

თუ წრეწირზე დასმულ წერტილებს შევაერთებთ მონაკვეთებით, მივიღებთ წრის დაყოფას მის შემადგენელ ნაწილებად.

მაგალითად: →



წერტილების რაოდენობა წრეწირზე	წრის ნაწილების რაოდენობა
1 წერტილი	1 ნაწილი
2 წერტილი	2 ნაწილი
3 წერტილი	4 ნაწილი
4 წერტილი	8 ნაწილი

მოცემული ცხრილის დახმარებით აღმოაჩინე კანონზომიერება

მიმართების დადგენა. შენ მიერ აღმოჩენილი კანონზომიერების გამოყენებით ივარაუდე, რამდენი ფიგურა მიიღება, თუ წრეწირზე 5 წერტილს დავსვამთ? 6 წერტილს? ამის შემდეგ შეასრულე შესაბამისი ნახაზი შენი ვარაუდის შესამოწმებლად. სწორი აღმოჩნდა შენი ვარაუდი?

იმისათვის, რომ განვავრცოთ კანონზომიერება, უნდა ვიმსჯელოთ; მათემატიკაში არსებობს სხვადასხვა ტიპის მსჯელობები.

ჩვენ დავაკვირდით მოცემულ ნიმუშს, აღმოვაჩინეთ კანონზომიერება და დასკვნამდე მივედით მასზე დაყრდნობით.

ინდუქციური მსჯელობა არის მსჯელობის იმგვარი ფორმა, როდესაც დასკვნამდე მივდივართ კონკრეტულ შემთხვევებში აღმოჩენილი კანონზომიერების საფუძველზე. ინდუქციური მსჯელობის დროს კონკრეტული დასკვნა ეფუძნება წინარე შემთხვევებში აღმოჩენილ კანონზომიერებას. კონკრეტული შემთხვევების ანალიზიდან ვახდენთ განზოგადებას, **ვადგენთ მის ჭეშმარიტებას** და ასეთი წესით მივდივართ დასკვნამდე.

? **საკვანძო კითხვა:** როგორ შეიცვლება წრის შემადგენელი ფიგურების რაოდენობა, თუ წრეწირზე დამატებით წერტილს (წერტილებს) დავსვამთ?

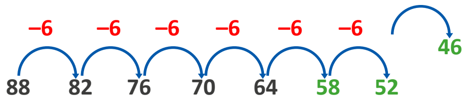
როგორ შეგიძლია გამოიყენო ინდუქციური მსჯელობა ქვემოთ მოცემულ მიმდევრობაში მომდევნო წევრის განსასაზღვრად?

ნიმუში 1

მოცემულ მიმდევრობაში 88, 82, 76, 70, 64, ... აღმოაჩინე კანონზომიერება და იპოვე შემდეგი 3 წევრი

ჩვენ ვხედავთ, მეორე წევრიდან დაწყებული, ყოველი წევრის სხვაობა წინა წევრთან გვაძლევს – 6-ს;

82 – 88 = -6;   76 – 82 = –6 შესაბამისად, ჩვენ შეგვიძლია, მოცემული კანონზომიერება განვაზოგადოთ და მასზე დაყრდნობით ვივარაუდოთ, რომ შემდეგი სამი წევრი იქნება 58, 52, 46.



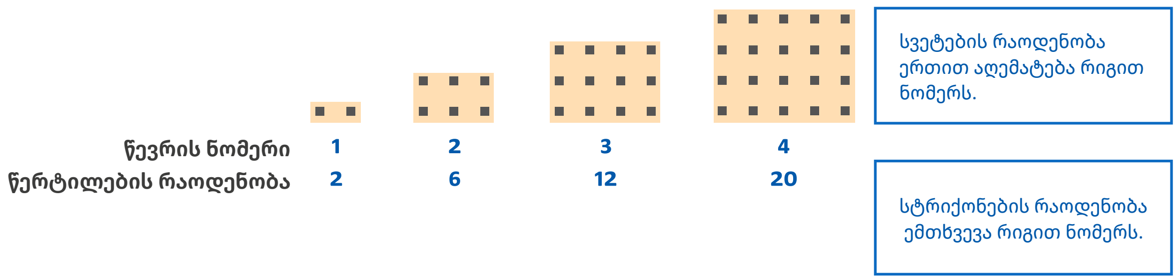
სცადე დამოუკიდებლად!

იპოვე შემდეგი მიმდევრობის მომდევნო ორი წევრი:

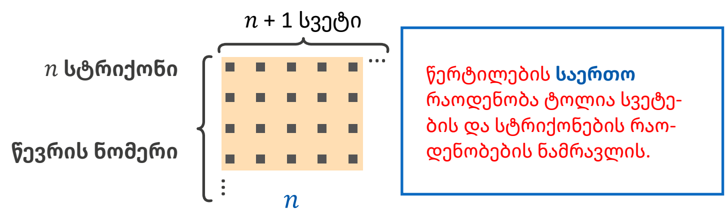
(ა) 800, 400, 200, 100, ...   (ბ) 18, 24, 32, 42, ...   (გ) 3, 5, 9, 15, 23

ნიმუში 2 – გამოიყენე ინდუქციური მსჯელობა ვარაუდის გასაკეთებლად.

ვარაუდი არის დაუმტკიცებელი დებულება ან წესი, რომელიც ინდუქციური მსჯელობითაა მიღებული. ქვემოთ მოცემულ დიაგრამაზე დაყრდნობით გამოთქვით ვარაუდი, რისი ტოლი იქნება ამ მიმდევრობის n-ური წევრი?



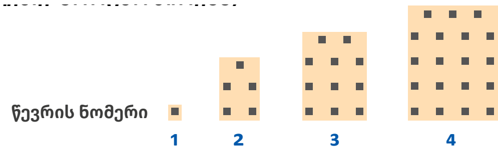
განაზოგადე მოცემული კანონზომიერება და დაწერე ალგებრული გამოსახულება n-ური წევრის ფორმულის მისაღებად.



ვარაუდი: წერტილთა მიმდევრობის n-ური წევრი შეიცავს $n(n+1)$ ანუ n^2+n წერტილს.

სცადე დამოუკიდებლად!

2. ა. რამდენ წერტილს შეიცავს ქვემოთ ნახატზე მოცემული დიაგრამის მეხუთე და მეექვსე წევრები?



ვარაუდი ბ. რა ვარაუდი შეგიძლია გამოთქვა მოცემული მიმდევრობის n-ურ წევრში შემავალი წერტილების რაოდენობაზე?

ცხრილით მოცემული ინფორმაციიდან გამომდინარე გამოთქვი ვარაუდი და გააკეთე პროგნოზირება

ნიმუში 3

მოცემული ცხრილის მიხედვით, რამდენი რეზიდენტი შეიძლება იყოს ხმის მიმცემი ქალაქის საბჭოს რიგით მე-7 არჩევნებზე?

წელი	სულ რეზიდენტები	ხმის მიმცემები
1	3511	386
2	3790	414
3	4085	451
4	4907	544
5	5562	623
6	7014	767
7	7786	?

- **კანონზომიერების ფორმულირება, ვარაუდის გამოთქმა:** მოძებნე კანონზომიერება და შეადარე $\frac{\text{ხმის მიმცემთა რაოდ.}}{\text{რეზიდენტების რაოდ.}}$ თანაფარდობის მნიშვნელობები ყოველ წელს. შემდეგ აღმოჩენილი კანონზომიერება გამოიყენე მე-7 წლის არჩევნების შესახებ ვარაუდის გამოსათქმელად.

- **ვარაუდის შემოწმება:** $\frac{386}{3.511} \approx 0.110$ $\frac{414}{3.790} \approx 0.109$
$\frac{451}{4.085} \approx 0.110$ $\frac{544}{4.907} \approx 0.111$
$\frac{623}{5.562} \approx 0.112$ $\frac{767}{7.014} \approx 0.109$

ყოველ წელს ხმის მიმცემთა რაოდენობა არის რეზიდენტების მთელი რაოდენობის დაახლოებით 11%.

ეს კანონზომიერება გამოიყენე მე-7 წლის არჩევნების შესახებ ვარაუდის გამოსათქმელად:

$$7786 \cdot 0.11 = 856.46$$

- **ინტერპრეტირება, ანუ სავარაუდო პროგნოზირება** დაახლოებით 856 ხმის მიმცემია მოსალოდნელი საბჭოს მე-7 არჩევნებზე

სცადე დამოუკიდებლად!

ცხრილში მოცემულ ინფორმაციაზე დაყრდნობით, რამდენი წევრი იქნება ჭადრაკის კლუბში მეხუთე წელს?

წელი	1	2	3	4	5
კლუბის წევრი	10	13	17	22	?

რაღაც ინფორმაციაზე დაყრდნობით მოვძებნეთ რაღაც კანონზომიერება და გამოვთქვით ვარაუდი, მაგრამ ლოგიკურად ისმის კითხვა, როგორია ჩვენი ვარაუდი? ჩვენი ვარაუდი ჭეშმარიტია თუ მცდარი?

ნიმუში 4

? **საკვანძო კითხვა:** გამოთქმული ვარაუდი მცდარია თუ ჭეშმარიტი? როგორ ვაჩვენოთ, რომ გამოთქმული მოსაზრება მცდარი ან ჭეშმარიტია?

განვიხილოთ მსჯელობის კონკრეტული ნიმუში:

ნიკამ მარტივი და შედგენილი რიცხვების შესწავლის დროს გამოთქვა ვარაუდი, რომ ყველა მარტივი რიცხვი კენტია. ანამ თქვა, რომ ნიკა ცდება.

იმსჯელეთ:

შენი აზრით რომელია მართალი?

ანამ საკუთარი მოსაზრების დასამტკიცებლად დაასახელა ლუწი მარტივი რიცხვი: 2

იმსჯელეთ:

ანას მოყვანილი მაგალითი საკმარისია ნიკას ვარაუდის მცდარობის საჩვენებლად? რატომ?

ცხადია, რომ ანას მიერ მოყვანილმა მაგალითმა აჩვენა, რომ ნიკას მოსაზრება იყო მცდარი, რადგან ნიკას მოსაზრება ეხებოდა ყველა მარტივ რიცხვს და მარტივმა რიცხვმა „2" ეს მოსაზრება არ დააკმაყოფილა.

არსებობს გამოთქმული მოსაზრების დასაბუთების ან უარყოფის სხვადასხვა მეთოდები, ჩვენ განვიხილავთ მათგან რამდენიმეს.

კონტრმაგალითი არის ისეთი მაგალითი, რომელიც აჩვენებს, რომ მოცემული დებულება მცდარია.

იმსჯელეთ:

რატომ აჩვენებს კონტრმაგალითი, რომ ვარაუდი მცდარია?

კონცეპტუალური გაგება

ნიმუში 5

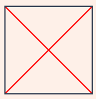
იპოვე კონტრმაგალითი იმის საჩვენებლად, რომ ვარაუდი მცდარია

ვარაუდი: მრავალკუთხედს აქვს გვერდების რაოდენობაზე ორით ნაკლები დიაგონალი.

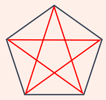
კონტრმაგალითის საპოვნელად, საჭიროა იპოვო ისეთი მრავალკუთხედი, რომლის დიაგონალების რაოდენობა არ არის ორით ნაკლები მისივე გვერდების რაოდენობაზე.

არგუმენტის აგება

თუ ვარაუდი ჭეშმარიტია, ის უნდა იყოს სწორი ნებისმიერი შემთხვევისთვის. მაგრამ თუ ერთი კონტრმაგალითი მაინც არსებობს, ე.ი. ვარაუდი მცდარია.



4 გვერდი
2 დიაგონ.



5 გვერდი
5 დიაგონალ.

შენ გჭირდება მხოლოდ ერთი კონტრმაგალითის მოყვანა, რათა ვარაუდის მცდარობა დაადასტურო. კონტრმაგალითი არსებობს, ე.ი. ვარაუდი მცდარია.

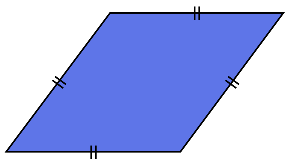
ნიმუში 6

ვარაუდის შემოწმება.

ყოველი ვარაუდის გამოთქმისას, შეამოწმე იგი კიდევ რამდენიმე მაგალითისთვის ან მოძებნე კონტრმაგალითი მის უკუსაგდებად.

ა. მრავალკუთხედი, რომელსაც ოთხივე გვერდი ტოლი აქვს, კვადრატია.

კვადრატს ოთხივე გვერდი ტოლი აქვს და ოთხივე კუთხე მართი.



მოიფიქრე: შესაძლებელია ავაგოთ მრავალკუთხედი ოთხივე ტოლი გვერდით, მაგრამ განსხვავებული ზომის კუთხეებით?

ამ რომბს ოთხივე გვერდი ტოლი აქვს, მაგრამ კუთხეები განსხვავებული ზომის

რომბი არის მოყვანილი მოსაზრების კონტრმაგალითი, ანუ მოსაზრება მცდარია. კონტრმაგალითი არსებობს, ე.ი. მოცემული ვარაუდი მცდარია.

ნიმუში 7

ბ. თუ რიცხვი 9-ის ჯერადია, მაშინ მისი ციფრთა ჯამიც 9-ის ჯერადია.

ამ ვარაუდის შესამოწმებლად მოვიყვანოთ რამდენიმე რიცხვი, რომლებიც 9-ზე იყოფა და ვიპოვოთ თითოეული მათგანის ციფრთა ჯამი.

9-ის ჯერადები	ციფრთა ჯამი
$9 \cdot 12 = 108$	$1 + 0 + 8 = 9$
$9 \cdot 313 = 2.817$	$2 + 8 + 1 + 7 = 18$
$9 \cdot 1.105 = 9.945$	$9 + 9 + 4 + 5 = 27$

ჯამები 9,18 და 27 არის 9-ის ჯერადები

ვარაუდი ჭეშმარიტია სამი სხვადასხვა შემთხვევისთვის.

გაითვალისწინე, თუ კონტრმაგალითი არსებობს ე.ი. ვარაუდი მცდარია. თუმცა ჭეშმარიტების დასადგენად კონტრმაგალითის ვერ მოძებნა საკმარისი არ არის!

ინდუქციური მსჯელობის შეჯამება:

ინდუქციური მსჯელობის დიაგრამა:

შედეგები

- კანონზომიერებებზე დაკვირვებას მივყავართ ვარაუდამდე;
- იყენებს სპეციფიკურ მაგალითებს განზოგადებისთვის;
- კონტრმაგალითზე დაყრდნობით აჩვენებს, რომ ვარაუდი მცდარია.

კანონზომიერება

$0^2 + 0 + 11 = 11$

$1^2 + 1 + 11 = 13$

$2^2 + 2 + 11 = 17$

$3^2 + 3 + 11 = 23$

$4^2 + 4 + 11 = 31$

განზოგადება

თუ მიმდევრობას იგივე წესით გავაგრძელებთ, ყოველი მომდევნო წევრი მარტივი რიცხვი იქნება

ვარაუდი

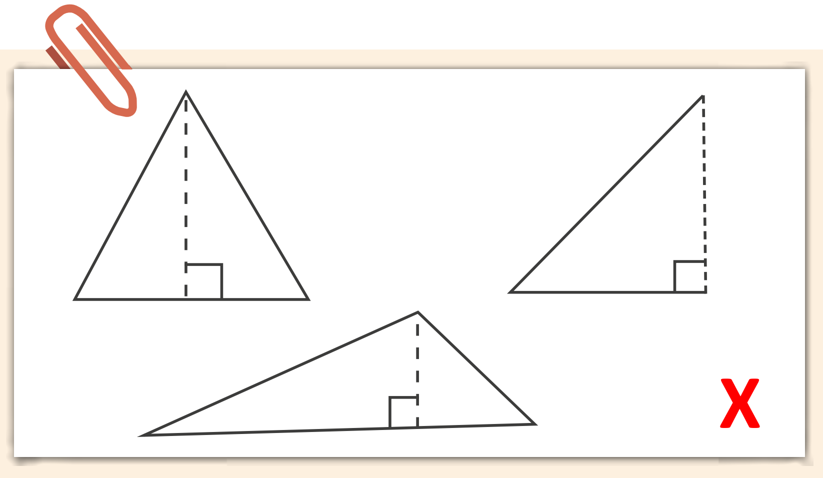
თუ n მთელი რიცხვია, მაშინ $n^2 + n + 11$ მარტივია

კონტრმაგალითი

თუ $n = 11$, $11^2 + 11 + 11 = 143$, რომელიც იყოფა 11-ზე, ე.ი. ჯამი ყოველთვის არ არის მარტივი.

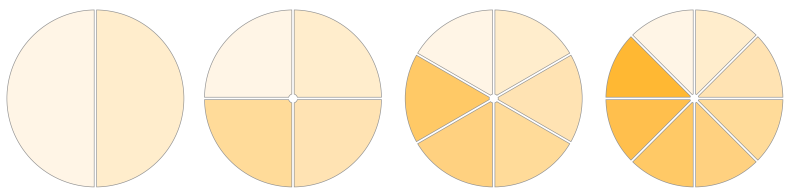
როგორ გესმით?

1. **მთავარი შეკითხვა:** როგორ შეიძლება ინდუქციური მსჯელობის გამოყენება მათემატიკური მიმართებების აღმოსაჩენად?
2. **შეცდომის გაანალიზება:** სტეფანემ დახატა შემდეგი დიაგრამა და შემდეგ ივარაუდა: „სიმაღლე ყოველთვის მოქცეულია სამკუთხედის შიგნით ან ემთხვევა მის ერთ-ერთ გვერდს“. რა შეცდომა დაუშვა სტეფანემ?
3. **ტერმინოლოგია:** რა სახის დებულებების მიღება შეიძლება ინდუქციური მსჯელობის შედეგად?



იცით თუ არა როგორ?

4. რა შეიძლება იყოს მოცემული მიმდევრობის შემდეგი სამი წევრი?
   4,11,18,25, ...
5. რა ვარაუდის გამოთქმა შეიძლება n-ცალი განსხვავებული დიამეტრის მიერ წარმოქმნილი წრის ნაწილების რაოდენობაზე?



1 2 3 4

1.3.პირობითი გამონათქვამები

მარტივი და რთული გამონათქვამები, უარყოფა

დაფიქრდით, ჩამოაყალიბეთ და ჩაწერეთ თქვენი მოსაზრება და არგუმენტები.

ყოველდღიურ ცხოვრებაში ჩვენ ვსაუბრობთ, სხვადასხვა აზრს გადმოვცემთ წინადადებებით, წინადადებებს ვაკავშირებთ სხვადასხვა კავშირით „და“, „ან. „ მაშინ“, „მაშინ და მხოლოდ მაშინ“, „ანდა“ და ა.შ. აღნიშნული კავშირებიდან გამომდინარე აზრი ან გასაგებია ან გაუგებარი, წინადადებები ან გამართულია ან გაუმართავი, მსჯელობის და დასაბუთების პროცესი ან სწორია, ან არასწორია.

ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ ლოგიკა წარმოადგენს მეცნიერებას სწორად აზროვნების ფორმებისა და კანონების შესახებ. მას თავისი სპეციალური მათემატიკური აპარატი გააჩნია.

მოცემულ თავში გავეცნობით ლოგიკის საწყისებს, ასევე შევიტყობთ, თუ რა ფორმებსა და კანონებზეა საუბარი.

როგორც ხედავთ, ყველა წინადადების მიმართ ვერ დავსვამთ კითხვას მცდარია იგი თუ ჭეშმარიტი.

გამონათქვამს წარმოადგენს ნებისმიერი წინადადება, რომელიც ლოგიკურად ამოხსნადია, ე.ი. ან ჭეშმარიტია, ან მცდარი.

იმსჯელეთ: ამბობენ, რომ მათემატიკა, განსაკუთრებით გეომეტრია ავითარებს ლოგიკას; გიფიქრიათ რატომ? მოიყვანეთ ერთი ან ორი არგუმენტი, თუ ეთანმხებით აღნიშნულ მოსაზრებას, თუ არ ეთანხმებით, მოიყვანეთ შესაბამისი არგუმენტები.

დააკვირდით მსჯელობისას თქვენს გამოყენებულ წინადადებებს, გამოიყენეთ თუ არა მსგავსი კავშირები.

განიხილეთ მოცემული წინადადებები და ჩაწერეთ ისინი ცხრილის შესაბამის სვეტში

- მთვარე დედამიწის თანამგზავრია
- 4 ნაკლებია 9-ზე
- გიორგი, თუ შეიძლება კალამი მომაწოდე!
- ხვალ როგორი ამინდია?
- ყველა მართკუთხა სამკუთხედი ტოლფერდაა

ჭეშმარიტი	მცდარი	არც მცდარია, არც ჭეშმარიტი

ჩვენ უკვე გავავლეთ ანალოგია ქართულთან, ახლა გავავლოთ ანალოგია ალგებრასთან. ალგებრაში გვაქვს რიცხვითი გამოსახულებები, რომელთაც შეესაბამება რიცხვითი მნიშვნელობები; ლოგიკაში გვაქვს წინადადებები, რომლებიც ან მცდარია, ან ჭეშმარიტი; შესაბამისად გვაქვს ორი რიცხვი, 1 და 0; ჭეშმარიტ წინადადებას ვანიჭებთ 1-იანს, მცდარს – 0-იანს.

თხრობით წინადადებას, რომელიც ყოველ კონკრეტულ სიტუაციაში ცალსახად დახასიათებადია ტერმინებით „ჭეშმარიტია“ ან „არ არის ჭეშმარიტი“ (მცდარია), გამონათქვამი ეწოდება.

მარტივი გამონათქვამი

მარტივი წინადადება კავშირების გარეშე

რენე დეკარტი ცნობილი მათემატიკოსია

რთული გამონათქვამი

კავშირებით (ლოგიკური ოპერაციებით) შეერთებული მარტივი გამონათქვამები

კვადრატის დიაგონალები მართობულია და ტოლი

ნიმუში 1 – გავავლოთ პარალელი

ჩვენ ვთქვით, რომ ყოველი რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა არის რიცხვი; ასევე, ლოგიკური გამონათქვამი არის ჭეშმარიტი ან მცდარი ე.ი შეესაბამება რიცხვი ან 1 ან 0 .

ა) მოცემულია რიცხვითი გამოსახულება $2 \cdot 4 - 5 \rightarrow 3$

ბ) ქვემოთ მოცემული წინადადებებიდან, რომელია ჭეშმარიტი, რომელი მცდარი და რომელი არ არის ლოგიკური გამონათქვამი?

1. ყველა ადამიანს აქვს დაბადების წელი (A) → **1**
2. ადამიანის სისხლი წითელი შეფერილობისაა (B) → **1**
3. როდის გაქვს დაბადების დღე? (C) → **არ არის გამონათქვამი**
4. ადამიანი მთვარეზე იბადება (D) → **0**

ზემოთ მოცემული ოთხი გამონათქვამიდან მესამე არ არის ლოგიკური გამონათქვამი, რადგან კითხვითია და მას არ გააჩნია კონკრეტული ჭეშმარიტი ან მცდარი მნიშვნელობა. დანარჩენი წინადადებები მარტივი გამონათქვამებია, რომლებსაც აღვნიშნავთ დიდი ლათინური ასოებით, მაგ.: A,B,C, D. **ზემოთ მოცემული მაგალითებიდან, C არ არის ლოგიკური წინადადება, დანარჩენი წინადადებებიდან A და B ჭეშმარიტია, ხოლო D წინადადება მცდარია.**

როგორც უკვე აღვნიშნეთ, მარტივი გამონათქვამები აღინიშნება დიდი ლათინური ასოებით (ასევე, ლოგიკური ცვლადების აღსანიშნავად გამოიყენება დიდი ლათინაური ასოები, რასაც მოგვიანებით გაეცნობით).

მარტივი გამონათქვამები შეიძლება ერთმანეთთან დავაკავშიროთ ლოგიკური ოპერაციებით და მივიღოთ ე.წ. რთული გამონათქვამები. მარტივი გამონათქვამების ლათინური ასოებით აღნიშვნა და ლოგიკურ ოპერაციათა ნიშნების გამოყენება საშუალებას იძლევა სქემატურად გამოვსახოთ ყოველი შედგენილი თხრობითი წინადადება.

1.3.1 ლოგიკური ოპერაციები

უარყოფა („არა“)

განვიხილოთ ერთწევრიანი ლოგიკური ოპერაცია

უარყოფა, ანუ როგორც მოკლედ ამბობენ ხოლმე „არა“. მაგალითად, ყოველდღიურ საუბარში ჩვენ ხშირად ვამბობთ, არ არის სწორი, და ვასაბუთებთ ამ პოზიციას. ანალოგიურად, მათემატიკაში ჩვენ შეგვიძლია უარყოფა „არა“ აღვნიშნოთ სიმბოლოთი. მაგალითად, თუ რაიმე წინადადება არის X, მაშინ მისი უარყოფა აღინიშნება სიმბოლოთი $\overline{X}$. იკითხება როგორც, X-ის უარყოფა.

ნიმუში 2 — განვიხილოთ მაგალითები

A:	$\overline{A}$:
ყველა ადამიანს აქვს დაბადების დღე	ზოგიერთ ადამიანს არ აქვს დაბადების დღე
სისხლი არის წითელი	სისხლი არ არის წითელი
ადამიანი იბადება მთვარეზე	ადამიანი მთვარეზე არ იბადება

ცხადია, რომ ჭეშმარიტი გამონათქვამების უარყოფები მცდარია. მცდარია, რომ ზოგიერთ ადამიანს არ აქვს დაბადების დღე, ან სისხლი არ არის წითელი; მაგრამ ბოლო გამონათქვამის უარყოფა არის ჭეშმარიტი (სწორი); ადამიანი მთვარეზე არ იბადება. გავიხსენოთ რომ A და B გამონათქვამების მნიშვნელობა იყო ჭეშმარიტი (შემოკლებით „ჭ“), ხოლო C- სი მცდარი (შემოკლებით „მ“).

ჭეშმარიტ გამონათქვამებს გვერდით ვუწერთ ასობგერას „ჭ“, ხოლო მცდარს „მ“

ზოგიერთ ადამიანს არ აქვს დაბადების დღე (მ)

სისხლი არ არის წითელი. (მ)

ადამიანი მთვარეზე არ იბადება (ჭ)

ნიმუში 3 – განვიხილოთ წინადადებები

A: ხვალ ქართულში მივიღებ 10 ქულას;

როგორ ფიქრობ? რომელია A გამონათქვამის უარყოფა?

B: ხვალ მხოლოდ ქიმიაში მივიღებ 10 ქულას;

C: ხვალ ქართულში მივიღებ 9 ქულას;

D: ქართულში ზეგ მივიღებ 10 ქულას;

E: ხვალ ქართულში 10 ქულას არ მივიღებ.

გაგრძელება

დაფიქრდი:

<table>
<tr><td rowspan="4">თუ A – ქეშმარიტია</td><td>B – მცდარია</td></tr>
<tr><td>C – მცდარია</td></tr>
<tr><td>D – მცდარია ან ჭეშმარიტი</td></tr>
<tr><td>E – მცდარია</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="4">თუ A – მცდარია</td><td>B – მცდარია ან ჭეშმარიტი</td></tr>
<tr><td>C – მცდარია ან ჭეშმარიტი</td></tr>
<tr><td>D – მცდარია ან ჭეშმარიტი</td></tr>
<tr><td>E – ჭეშმარიტი</td></tr>
</table>

როგორც ხედავთ, მხოლოდ A და E გამონათქვამებია ისეთი, რომ როცა ერთი ჭეშმარიტია, მეორე აუცილებლად მცდარია. სწორედ ასეთი გამონათქვამებია ერთმანეთის საწინააღმდეგო გამონათქვამები.

ე.ი. A: ხვალ ქართულში მივიღებ 10 ქულას;

$\overline{A}$: ხვალ ქართულში 10 ქულას არ მივიღებ;

თხრობით წინადადებას, რომელიც ყოველ კონკრეტულ სიტუაციაში ცალსახად ხასიათდება ტერმინებით „ჭეშმარიტია“ ან „არ არის ჭეშმარიტი“ (მცდარია), გამონათქვამი ეწოდება.

თუ წინადადება ჭეშმარიტია, მისი უარყოფა მცდარია და პირიქით, ყოველივე ზემოთ თქმულის საფუძველზე შეიძლება შევადგინოთ ე.წ. ჭეშმარიტებათა ცხრილი უარყოფის ოპერაციისთვის:

განვიხილოთ გამონათქვამი:

A: სისხლი წითელი ფერისაა; მისი უარყოფა B = $\overline{A}$: სისხლი არ არის წითელი

ახლა განვიხილოთ $\overline{B}$: არ არის სწორი, რომ სისხლი არ არის წითელი.

გააკეთეთ დასკვნა ე.წ. ჭეშმარიტებათა ცხრილზე დაკვირვებით

A გამონათქვამის უარყოფის უარყოფას იგივე მნიშვნელობა აქვს, რაც A გამონათქვამს.

მოცემული გამონათქვამის საწინააღმდეგო (უარყოფის) გამონათქვამის ჩაწერაში დაგეხმარებათ ცხრილი.

A	$\overline{A}$
ჭ	მ
მ	ჭ

ცხრილის დახმარებით ადვილად შეიძლება ჩამოვაყალიბოთ უარყოფის ოპერაციის მოქმედების წესი: გამონათქვამი $\overline{A}$ არის ჭეშმარიტი, როცა *A* მცდარია და არის მცდარი როცა *A* ჭეშმარიტია.

A	B = $\overline{A}$	$\overline{B}$
ჭ	მ	ჭ
მ	ჭ	მ

გააკეთეთ დასკვნა ე.წ. ჭეშმარიტებათა ცხრილზე დაკვირვებით

A	$\overline{A}$
არის	არ არის
არ არის	არის
არსებობს	არ არსებობს
ყველა	ზოგიერთი
ზოგიერთი	არცერთი
არცერთი	ზოგიერთი

ნიმუში: A: ყველა სპორტსმენი ძლიერია

$\overline{A}$: ზოგიერთი სპორტსმენი არ არის ძლიერი

ლოგიკური გამრავლება (კონიუნქცია)

უარყოფისაგან განსხვავებით ლოგიკური გამრავლება, ანუ კონიუნქცია ორწევრიან ოპერაციას წარმოადგენს, ე.ი. იმისათვის, რომ ამ ოპერაციით ვისარგებლოთ, საჭიროა გვქონდეს ორი გამონათქვამი მაინც (A და B), რომლებიც ერთ წინადადებაში „და“ კავშირით არიან შეერთებული. მაგ: მზე ათბობს დედამიწას და მთვარე არ ათბობს მიწას.

შემოვიტანოთ აღნიშვნები და ჩავწეროთ ბოლო ლოგიკური გამონათქვამი.

A: მზე ათბობს დედამიწას

B: მთვარე არ ათბობს მიწას.

შემოღებული აღნიშვნებისა და კონიუნქციის ნიშნის გამოყენებით მოყვანილი წინადადება შემდეგნაირად ჩაიწერება: A∧B (იკითხება: „როგორც A, ისე B“. ხოლო შემოკლებით: A და B). A ∧ B გამონათქვამს ეწოდება A და B გამონათქვამების კონიუნქცია.

გამოვიყენოთ კიდევ რამდენიმე გამონათქვამი და მათი დახმარებით შევადგინოთ კონიუნქციის ჭეშმარიტებათა ცხრილი.

C: ყველა ძაღლი ორფეხაა.

D: ვეფხვი შინაური ფრინველია.

არცერთ თქვენგანს ეჭვი არ ეპარება, რომ A და B გამონათქვამები ჭეშმარიტია, ხოლო C და D გამონათქვამები – მცდარი. კონიუნქციების საშუალებით შევადგინოთ რამდენიმე ახალი გამონათქვამი:

A ∧ B: მზე ათბობს დედამიწას და მთვარე არ ათბობს მიწას.
A ∧ C: მზე ათბობს დედამიწას და ყველა ძაღლი ორფეხაა.

ამ ორი გამონათქვამიდან პირველი ჭეშმარიტია, ხოლო მეორე – მცდარი. წინადადებები ისეა შედგენილი, რომ ყველა ჩვენგანისათვის ცხადია შედგენილი გამონათქვამების მცდარობა და ჭეშმარიტება.

ასევე ადვილად დავრწმუნდებით, რომ მცდარია შემდეგი გამონათქვამებიც:

C ∧ A: ვეფხვი შინაური ფრინველია და მზე ათბობს დედამიწას.
C ∧ D: ყველა ძაღლი ორფეხაა და ვეფხვი შინაური ფრინველია.

როგორც მოყვანილი მაგალითებიდან ჩანს, კონიუნქცია ჭეშმარიტია იმ შემთხვევაში, როცა ორივე გამონათქვამი ჭეშმარიტია, ყველა სხვა შემთხვევაში კონიუნქციის მნიშვნელობა მცდარია. ამრიგად,

კონიუნქციისათვის ჭეშმარიტებათა ცხრილს აქვს შემდეგი სახე:

X	Y	X ∧ Y
ჭ	ჭ	ჭ
ჭ	მ	მ
მ	ჭ	მ
მ	მ	მ

არსებობს მარტივი ხერხი, რომელიც საშუალებას გვაძლევს დავადგინოთ ორი (X და Y) გამონათქვამი კონიუნქციის მნიშვნელობა. თუ X გამონათქვამის მნიშვნელობა არის მცდარი, აღვნიშნოთ იგი 0-ით, ხოლო თუ ჭეშმარიტია 1-ით. ანალოგიურად მოვიქცეთ Y გამონათქვამის მიმართაც X ∧ Y მნიშვნელობის საპოვნელად მოვახდინოთ ჩვეულებრივი გამრავლება. მაგ:

$A \wedge B = 1 \times 1 = 1$ და მაშასადამე, $A \wedge B$ ჭეშმარიტია, $C \wedge B = 1 \times 0 = 0$ და აქედან გამომდინარე, $C \wedge B$ მცდარია. სწორედ ასეთი წესის არსებობის გამო უწოდებენ კონიუნქციას ლოგიკურ გამრავლებას. ამ აღნიშვნებში ზემოთმოყვანილი ცხრილი მიიღებს შემდეგ სახეს:

		Y	
	X ∧ Y	1	0
X	1	1	0
	0	0	0

ლოგიკური შეკრება (დიზიუნქცია)

ახლა განვიხილოთ ლოგიკური შეკრება, ანუ დიზიუნქცია. ამ შემთხვევაში ორი გამონათქვამი (A და B) ერთ წინადადებაში „ან“ კავშირით არიან შეერთებული. მაგ: მზე ათბობს დედამიწას, ან მთვარე არ ათბობს მიწას. ანალოგიურად შემოვიღოთ აღნიშვნები:

A: მზე ათბობს დედამიწას

B: მთვარე არ ათბობს მიწას.

შემოღებული აღნიშვნებისა და დიზიუნქციის ნიშნის გამოყენებით მოყვანილი წინადადება შემდეგნაირად ჩაიწერება: $A \vee B$ (იკითხება: „შეიძლება A, ან შეიძლება B“. ხოლო შემოკლებით: A ან B. ე.ი. $A \vee B$ გამონათქვამს ეწოდება A და B გამონათქვამების **დიზიუნქცია**.

ისევ განვიხილოთ კონიუნქციის დროს გამოყენებული გამონათქვამები და მათი დახმარებით შევადგინოთ გამონათქვამთა დიზიუნქციის მნიშვნელობის ჭეშმარიტებათა ცხრილი.

მაგ. A: მზე ათბობს დედამიწას

B: მთვარე არ ათბობს მიწას.

C: ყველა ძაღლი ორფეხაა.

D: ვეფხვი შინაური ფრინველია.

ცხადია, რომ A ან B გამონათქვამები ჭეშმარიტია, ხოლო C ან D გამონათქვამები – მცდარი. დიზიუნქციის საშუალებით შევადგინოთ რამდენიმე ახალი გამონათქვამი:

A V B: მზე ათბობს დედამიწას, ან მთვარე არ ათბობს მიწას.

A V C: მზე ათბობს დედამიწას, ან ყველა ძაღლი ორფეხაა.

D V B: ვეფხვი შინაური ფრინველია, ან მთვარე არ ათბობს მიწას.

პირველ გამონათქვამში ორივე შემადგენელი გამონათქვამი ჭეშმარიტია, ამიტომ ცხადია, რომ ჭეშმარიტია. დანარჩენ ორ გამონათქვამში ერთ-ერთი გამონათქვამი არის ჭეშმარიტი, ამიტომ „ან“ კავშირის გამო ეს გამონათქვამებიც იქნება ჭეშმარიტი. მაშასადამე, დიზიუნქციის შემთხვევაში, თუ ერთი გამონათქვამი მაინც არის ჭეშმარიტი, მაშინ მთლიანი გამონათქვამიც იქნება ჭეშმარიტი.

ასევე ადვილად დავრწმუნდებით, რომ მცდარია შემდეგი გამონათქვამიც:

CVD: ყველა ძაღლი ორფეხაა, ან ვეფხვი შინაური ფრინველია.

ამრიგად, ჭეშმარიტებათა ცხრილს დიზიუნქციისათვის აქვს შემდეგი სახე:

X	Y	XVY
ჭ	ჭ	ჭ
ჭ	მ	ჭ
მ	ჭ	ჭ
მ	მ	მ

ცხადია, თუ გამოვიყენებთ რიცხვებს 1 და 0, მაშინ A V D = 1 + 0 = 1 და მაშასადამე, A V D ჭეშმარიტია, C V D = 0 + 0 = 0 და აქედან გამომდინარე C V D მცდარია. სწორედ ასეთი წესის არსებობის გამო უწოდებენ დიზიუნქციას ლოგიკურ შეკრებას. ამ აღნიშვნებში ზემოთმოყვანილი ცხრილი მიიღებს შემდეგ სახეს:

X	Y	XVY
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

1.4. პირობის შემცველი წინადადებები

პირობის შემცველი წინადადებები

ლოგიკური მსჯელობის, დასაბუთების და დამტკიცებების დროს ვიყენებთ პირობის შემცველ წინადადებებს, რომლებიც შედგება ორი ნაწილისაგან.

ჰიპოთეზა	ჰიპოთეზა იწყება **„თუ წინადადებით“**
დასკვნა	დასკვნა გრძელდება **„მაშინ წინადადებით“,** ან იგულისხმება კავშირი „მაშინ“.

„თუ-მაშინ“ გამონათქვამები მოიცავენ მიზეზს და შედეგს.

პირობითი „თუ-მაშინ“ გამონათქვამი არის წინადადება, რომელიც შეიცავს ჰიპოთეზას, რომელიც მოცემულია მის პირველ ნაწილში და მოსდევს კავშირ „**თუ**“-ს, დასკვნას, რომელიც მოცემულია მის მეორე ნაწილში და მოსდევს კავშირ „**მაშინ**“-ს.

„თუ-მაშინ“ წესით დაკავშირებული წინადადებები ხშირად გვხვდება ლიტერატურასა თუ ყოველდღიურ საუბრებში. განსაკუთრებით დიდი მნიშვნელობა ენიჭება პროგრამირებაში, ალგორითმის კომპიუტერისთვის სწორად ჩაწერის დროს.

„თუ გსურს ღირსეულს მიაყენო ჩრდილი, მაშინ უღირსის ქებას უნდა მიჰყო ხელი."

კონსტანტინე გამსახურდია

„თუ მუდამ სიმართლეს ამბობთ, მაშინ აღარ მოგიწევთ რაიმეს დამახსოვრება“.

მარკ ტვენი

ნიმუში 1 – ჩავწეროთ წინადადება, „თუ – მაშინ“ წესით.

წყალი დუღს **100°**

თუ წყალს გავაცხელებთ **100°**-ზე, მაშინ ის ადუღდება

თუ	მაშინ
თუ გუშინ ხუთშაბათი იყო (A)	მაშინ დღეს პარასკევია (B)
თუ დღეს პარასკევია (B)	**მაშინ ხვალ შაბათია (C)**
მაშასადამე, ტრანზიტულობის თვისებით„თუ A, მაშინ C“.	თუ გუშინ ხუთშაბათი იყო, ხვალ შაბათია.

„თუ-მაშინ“ წინადადება შეიძლება ჩავწეროთ მათემატიკური აღნიშვნებით. ჩვენ ვიცით, რომ ლოგიკური წინადადება შეიძლება აღვნიშნოთ დიდი ლათინური ასო-ბგერით. ჰიპოთეზის წინადადება აღვნიშნოთ სიმბოლოთი ***A***, ხოლო დასკვნის წინადადება აღვნიშნოთ სიმბოლოთი ***B***. „თუ – მაშინ“ წინადადება ნიშნავს, რომ რაღაც პროცესს მოჰყვება გარკვეული შედეგი, ანუ რაღაც პროცესი იწვევს შედეგს, ამას მოკლედ, მათემატიკურად ვწერთ შემდეგნაირად ***A*** → ***B***, რაც ნიშნავს **„თუ *A*, მაშინ *B*“**, სადაც ***A*** წარმოადგენს ჰიპოთეზას, ხოლო ***B*** დასკვნას.

ნიმუში 2 – განვიხილოთ „თუ – მაშინ“ წინადადებები

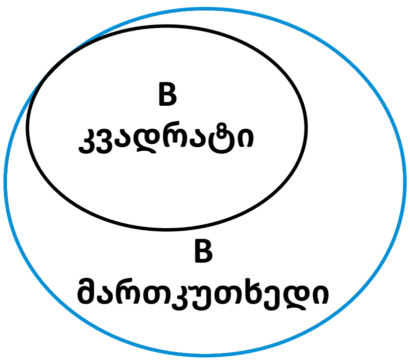
საილუსტრაციოდ, იხილეთ ქვემოთ მოცემული ცხრილი:

ჰიპოთეზა **A**	**გამომდინარეობის ნიშანი** **→**	**დასკვნა** **B**
ჰიპოთეზა, ვარაუდი იწყება **„თუ წინადადებით“**	⇨ → ისარი ნიშნავს, „გამომდინარეობს“	დასკვნა გრძელდება **„მაშინ წინადადებით“,** ან იგულისხმება კავშირი „მაშინ“.
თუ წყალს გავაცხელებთ 100°-ზე	ე.ი, რაღაც პროცესი იწვევს სხვა პროცესს და ვადგენთ მიზეზ-შედეგობრივ კავშირს	**მაშინ ის ადუღდება**
თუ გუშინ ხუთშაბათი იყო	→	მაშინ დღეს პარასკევია
თუ დღეს პარასკევია	→	მაშინ ხვალ შაბათი იქნება
აღნიშნულს ეწოდება ტრანზიტულობის თვისება; ტრანზიტულობის თვისებით „თუ A, მაშინ C“.		

ხშირად, ლოგიკაში, საილუსტრაციოდ გამოიყენება ვენის დიაგრამები.

დიაგრამაზე ვხედავთ, რომ შემდეგი წინადადება ჭეშმარიტია: „**თუ კვადრატია, მაშინ მართკუთხედია**“.

ამ ტიპის წინადადებას, რომელიც იყენებს კონსტრუქციას „თუ ... მაშინ“ ეწოდება **პირობითი** წინადადება (დებულება). ასეთი წინადადება გულისხმობს, რომ თუ პირველი ნაწილი ჭეშმარიტია, მაშინ მეორე ნაწილიც ჭეშმარიტია.



B ⇨ A

ნიმუში 3

განვიხილოთ „თუ – მაშინ“ წინადადებები და ავაგოთ არგუმენტები.

თითოეული მაგალითისათვის განვსაზღვროთ, არის თუ არა დასკვნა ჭეშმარიტი მოცემული ჰიპო-თეზიდან გამომდინარე. თუ რომელიმე სწორია, მაშინ მოიყვანეთ მაგალითი, რომ განამტკიცოთ აღნიშნული, თუ არასწორია – მაშინ დაასაბუთეთ

ვარაუდი (მიზეზი) A	→	**დასკვნა (შედეგი) B**
თუ x და y მთელი რიცხვებია	→	მაშინ მათი სხვაობა $x-y$ ასევე მთელი რიცხვია.
თუ წყალს გავაცხელებთ	→	მაშინ ის ადუღდება
თუ სამკუთხედის კუთხე მართია	→	მაშინ ის მართკუთხა სამკუთხედია
თუ შენი საყვარელი ფერია ლურჯი	→	მაშინ შენ კარგად წერა შეგიძლია

პირველი სამი ნიმუშისთვის დავწერთ, რომ ***A გამონათქვამიდან გამომდინარეობს B გამონათ-ქვამი.***

ბოლო წინადადებაში არ არის მიზეზ-შედეგობრივი კავშირი; ადამიანს კარგად წერა შეუძლია თუ არა, არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ რა ფერი მოსწონს მას.

ბ. მოიფიქრე და დაწერე რამდენიმე „თუ-მაშინ“ გამონათქვამი შენ თვითონ. ორი მათგანი იყოს ისეთი, რომელიც ყოველთვის ჭეშმარიტია, ხოლო ორი მათგანი ისეთი, რომელიც არაა აუცილებ-ლად ჭეშმარიტი.

ნიმუში 4

მოცემული წინადადება გადაწერე პირობითი გამონათქვამის ფორმით:

„ხმის მიცემა შეუძლია არანაკლებ 18 წლის ადამიანს“.

ჩვენი მიზანია, ვაჩვენოთ მიზეზ-შედეგობრივი კავშირი და მოვახდინოთ პერიფრაზირება, დავწეროთ პირობითი გამონათქვამის ფორმით, დავადგინოთ, რომელია მიზეზი და რომელი შედეგი.

დასკვნა გვაჩვენებს შედეგს

წინამძღვარი გვაძლევს წინაპირობას

ხმის მიცემა შეუძლია არანაკლებ 18 წლის ადამიანს.

პირობითი ფორმა: თუ 18 წლის ხარ, მაშინ შეგიძლია ხმის მიცემა.

ნიმუში 1

იპოვე პირობითი გამონათქვამის ჭეშმარიტობის მნიშვნელობა.

გამონათქვამს აქვს ჭეშმარიტობის მნიშვნელობა, ანუ გამონათქვამი შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი ან მცდარი; ჭეშმარიტს აღვნიშნავთ ასობგერით „ჭ“ ან სიმბოლოთი „1“, ხოლო მცდარს აღვნიშნავთ ასობგერით „მ“ ან სიმბოლოთი „0“. **ჭეშმარიტობის ცხრილი** აერთიანებს ორი ან მეტი გამონათქვამის ჭეშმარიტობის მნიშვნელობათა ყველა შესაძლო კომბინაციას.

საწყის გამონათქვამს (ვარაუდს, ჰიპოთეზას), წინამძღვარი ეწოდება.

<table>
<tr><td rowspan="5">მცდარი ჰიპოთეზის მქონე პირობით გამონათქვამს, მიუხედავად დასკვნისა, აქვს ყოველთვის ჭეშმარიტი მნიშვნელობა.</td><th>წანამძღვარი
A</th><th>დასკვნა
B</th><th>პირობითი გამონათქვამი
A → B</th><td rowspan="5">ჭეშმარიტი ჰიპოთეზის და მცდარი დასკვნის მქონე პირობით გამონათქვამს აქვს მცდარი მნიშვნელობა.</td></tr>
<tr><td>ჭ</td><td>ჭ</td><td>ჭ</td></tr>
<tr><td>ჭ</td><td>მ</td><td>მ</td></tr>
<tr><td>მ</td><td>ჭ</td><td>ჭ</td></tr>
<tr><td>მ</td><td>მ</td><td>ჭ</td></tr>
</table>

1. თუ საწყისი გამონათქვამი ჭეშმარიტია და დასკვნაც ჭეშმარიტია, ე.ი. მთლიანი პირობითი გამონათქვამი(წინადადება) ჭეშმარიტია;
2. თუ საწყისი გამონათქვამი ჭეშმარიტია და დასკვნა მცდარი, ე.ი. მთლიანი პირობითი გამონათქვამი(წინადადება) მცდარია;
3. თუ საწყისი გამონათქვამი მცდარია და დასკვნა ჭეშმარიტი, ე.ი. პირობითი მთლიანი გამონათქვამი(წინადადება) ჭეშმარიტია;
4. თუ საწყისი გამონათქვამი მცდარია და დასკვნაც მცდარია, ე.ი პირობითი მთლიანი გამონათქვამი (წინადადება)ჭეშმარიტია.

მითითება:

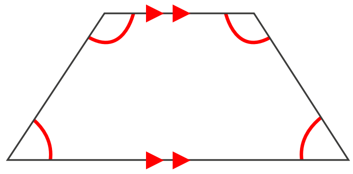
მეოთხე დასკვნა ყოველთვის იწვევს გაურკვევლობას სტუდენტებში (**ყურადღება მიაქციეთ ერთ გარემოებას: თუ ვარაუდი არასწორია და დასკვნაც არასწორია, ე.ი. არასწორი მიზეზიდან გაკეთდა არასწორი დასკვნა).**

- ***როგორ შეგიძლია დაადგინო თითოეული პირობითი გამონათქვამის ჭეშმარიტობის მნიშვნელობა?***

ა. თუ რიცხვი ლუწია, მაშინ ის იყოფა 2-ზე.	ლუწი რიცხვი, მისი განმარტებიდან გამომდინარე, ყოველთვის იყოფა 2-ზე. ე.ი. რადგან ჰიპოთეზა სწორია, ამიტომ დასკვნა ყოველთვის სწორია. ეს პირობითი გამონათქვამი ჭეშმარიტია.
ბ. თუ ოთხკუთხედს გააჩნია ტოლ კუთხეთა ორი წყვილი, მაშინ ის პარალელოგრამია.	დავუშვათ, მოცემული ჰიპოთეზა, „ოთხკუთხედი, რომელსაც აქვს ტოლ კუთხეთა ორი წყვილი“, სწორია. იმის გადასაწყვეტად, თუ რომელი დასკვნაა სწორი, უნდა განვსაზღვროთ, ასეთი ოთხკუთხედი მართლა იქნება თუ არა პარალელოგრამი.

ბ. თუ ოთხკუთხედს გააჩნია ტოლ კუთხეთა ორი წყვილი, მაშინ ის პარალელოგრამია.

ტოლფერდა ტრაპეციას ორ-ორი კუთხე ტოლი აქვს, მაგრამ პარალელოგრამი არაა. ე.ი. დასკვნა მცდარია.



ამ მაგალითში წანამძღვარი სწორია, ხოლო დასკვნა მცდარი. ე.ი. გამონათქვამი მცდარია

ლოგიკის გამოყენება პროგრამირებაში

კომპიუტერული პროგრამირება დიდ ყურადღებას უთმობს ლოგიკას. ძალიან ხშირია „თუ/მაშინ" პირობითი წინადადებების გამოყენება კომპიუტერული კოდის დაწერისას. ქვემოთ მოცემულია მარტივი პროგრამის კოდის მაგალითი. უპასუხეთ ქვემოთ მოცემულ კითხვებს კოდზე დაკვირვებით (ვინც ვერ ერკვევა პროგრამირებაში: ეს მოკლე პროგრამა ითხოვს 2 A და B მნიშვნელობის შეყვანას. შემდეგ პროგრამა ითვლის (A^2–B)-ის მნიშვნელობას. თუ მისი მნიშვნელობა არის 0-ზე მეტი, გამოჩნდება "true" თუ არა, გამოჩნდება "false".)

```
Input A
Input B
If A² – B > 0
Then display {"True"}
Else display {"False"}
```

ა) რას გამოიტანს პროგრამა ეკრანზე, თუ შევიყვანთ მნიშვნელობებს A = 9 და B = 50 ?

ბ) რას გამოიტანს პროგრამა ეკრანზე, თუ შევიყვანთ მნიშვნელობებს A = 5 და B = 25 ?

განვიხილოთ პირობითობასთან დაკავშირებული სხვადასხვა გამონათქვამები

შებრუნებული წინადადებები (დებულებები)

კიდევ ერთი ტერმინი, რომელიც გამოიყენება მათემატიკასა და ლოგიკაში, არის შებრუნებული წინადადება. **შებრუნებული არის წინადადება,** რომელიც მიიღება ჰიპოთეზის და დასკვნის გადანაცვლებით.

მაგალითად, წინადადება: **თუ** მანქანა არის მუსტანგი, **მაშინ** ის არის ფორდიც.

წინადადება შებრუნებულია: **თუ** მანქანა არის ფორდი, **მაშინ** ის არის მუსტანგიც.

განვიხილოთ ცხრილი, სადაც მოცემულია სხვადასხვა პირობითი გამონათქვამი

მოცემულ მაგალითში, პირველი წინადადება ყოველთვის მართალია. თუმცა, შებრუნებული წინადადება არაა სამართლიანი, არსებობს მანქანების მრავალი მოდელი, რომელიც არის ფორდი, მაგრამ არ არის მუსტანგი.

ზოგადად, პირობითი წინადადების შებრუნებული წინადადება შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი ან მცდარი. მოცემულ მაგალითში შებრუნებული წინადადება მცდარია.

განმარტება	აღნიშვნა	აღნიშვნა სიტყვებით
პირობით გამონათქვამს აქვს წანამძღვარი (იგივე ჰიპოთეზა) და დასკვნა.	$A \to B$	თუ A, მაშინ B.
პირობითი გამონათქვამის შებრუნებულ გამონათქვამში წანამძღვარი და დასკვნა ცვლიან ადგილებს.	$B \to A$	თუ B, მაშინ A.
გამონათქვამის უარყოფას აქვს მოცემული გამონათქვამის საწინააღმდეგო მნიშვნელობა.	$\overline{A}$	არა A.
პირობითი გამონათქვამის საწინააღმდეგო გამონათქვამი მიიღება მისი წანამძღვარისა და დასკვნის მათივე საწინააღმდეგო მნიშვნელობებით ჩანაცვლებისას.	$\overline{A} \to \overline{B}$	თუ არა A, მაშინ არა B.
მოცემული პირობითი გამონათქვამის კონტრაპოზიციური გამონათქვამი მიიღება მისი წანამძღვარის და დასკვნის უარყოფით და ადგილების გაცვლით.	$\overline{B} \to \overline{A}$	თუ არა B, მაშინ არა A.

მინიშნება:
სხვადასხვა ლიტერატურაში უარყოფის აღნიშვნა აღინიშნება სხვადასხვანაირად;
$\overline{A}$ ან $\neg A$;

ნიმუში 2

დაწერე და დაადგინე პირობითი გამონათქვამის საწინააღმდეგო გამონათქვამის ჭეშმარიტობის მნიშვნელობა.

„თუ შენ საყვირზე უკრავ, მაშინ შენ უკრავ ჩასაბერ (სასულე) ინსტრუმენტზე“.

A: შენ უკრავ საყვირზე.

B: შენ უკრავ სასულე ინსტრუმენტზე.

თუ შენ უკრავ ჩასაბერ ინსტრუმენტზე, მაშინ შენ უკრავ საყვირზე

თუ შენ უკრავ ჩასაბერ ინსტრუმენტზე, მაშინ ეს ჩასაბერი ინსტრუმენტი შეიძლება იყოს არა აუცილებლად საყვირი. ე.ი. ეს შებრუნებული პირობითი გამონათქვამი **მცდარია.**

სცადე დამოუკიდებლად!

დაწერე და განსაზღვრე პირობითი გამონათქვამის შებრუნებული გამონათქვამის ჭეშმარიტობის მნიშვნელობა.

ა. თუ მრავალკუთხედი ოთხკუთხედია, მაშინ მას 4 გვერდი აქვს;

ბ. ორი კუთხე მოსაზღვრეა, მაშინ მათი ჯამი 90^0-ია.

ნიმუში 3

დაწერე და განსაზღვრე პირობითი გამონათქვამის საწინააღმდეგო და კონტრაპოზიციური გამონათქვამების ჭეშმარიტობის მნიშვნელობები.

თუ ორი მთელი რიცხვიდან ორივე ლუწია, მაშინ მათი ჯამიც ლუწია.

A: ორივე მთელი რიცხვი ლუწია

B: ამ რიცხვების ჯამი ლუწია

¬A: ორივე მთელი რიცხვი არაა ლუწი

¬B: ამ რიცხვების ჯამი არაა ლუწი

საწინააღმდეგო: ¬A → ¬B თუ ორივე მთელი რიცხვი არაა ლუწი, მაშინ მათი ჯამიც არაა ლუწი.

ეს საწინააღმდეგო გამონათქვამი მცდარია, რადგან 3 + 5 = 8 მაგალითში არც ერთი რიცხვი არაა ლუწი, მაგრამ ჯამი მაინც ლუწია.

კონტრაპოზიციური: ¬B → ¬A თუ ორი მთელი რიცხვის ჯამი არაა ლუწი, მაშინ ორივე მათგანი არაა ლუწი.

ეს კონტრაპოზიციური გამონათქვამი სწორია, რადგან არ არსებობს კონტრმაგალითი:

1 + 6 = 7;   2 + 5 = 7;   3 + 4 = 7.

ეკვივალენტური გამონათქვამები (იგივე ეკვივალენტურობა)

ორ გამონათქვამზე ვამბობთ რომ ეკვივალენტურია, თუ ჭეშმარიტია ერთდროულად $A \to B$ და $B \to A$. მათი კომბინაცია იწერება ასე: $A \leftrightarrow B$ (იკითხება A მაშინ და მხოლოდ მაშინ, თუ B) ეკვივალენცია მაშინ არის ჭეშმარიტი, როცა A და B გამონათქვამებს აქვთ ერთნაირი ჭეშმარიტობის მნიშვნელობები:

ჭ = ჭეშმარიტი

მ = მცდარი

წანამძღვარი	დასკვნა	$A \to B$	$B \to A$	პირობითი გამონათქვამი $A \leftrightarrow B$
ჭ	ჭ	ჭ	ჭ	ჭ
ჭ	მ	მ	ჭ	მ
მ	ჭ	ჭ	მ	მ
მ	მ	ჭ	ჭ	ჭ

- *როგორ დავადგინოთ ორი გამონათქვამის ექვივალენტურობა? ამაში დაგვეხმარება ჭეშმარიტებათა ცხრილი*

მაგალითი: აჩვენეთ, რომ $(\overline{A \to B}) \leftrightarrow A \wedge \overline{B}$. ჭეშმარიტებათა ცხრილით ამაში ადვილად დარწმუნდებით

ნიმუში 4

იპოვე ეკვივალენტურ წინადადებაში მოცემული პირობითი გამონათქვამი. რომელი ორი პირობითი გამონათქვამი გამომდინარეობს მოცემული ეკვივალენციიდან?

„სამკუთხედი ტოლგვერდაა მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მისი სამივე გვერდი ტოლია“.

A: სამკუთხედი ტოლგვერდაა;

B: სამკუთხედს ყველა გვერდი ტოლი აქვს;

ამის შემდეგ დაწერე ორი პირობითი გამონათქვამი:

$A \to B$: თუ სამკუთხედი ტოლგვერდაა, მაშინ მისი ყველა გვერდი ტოლია;

$B \to A$: თუ სამკუთხედის ყველა გვერდი ტოლია, მაშინ ის ტოლგვერდაა.

სცადე დამოუკიდებლად!

რომელი ორი პირობითი გამონათქვამი გამომდინარეობს შემდეგი ეკვივალენციიდან?

„ორი რიცხვის ნამრავლი უარყოფითია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა მათ საპირისპირო ნიშნები აქვთ“.

შეჯამება:

გამონათქვამი	პირობითი	შებრუნებული	საწინააღმდეგო	კონტრაპოზიციური	ეკვივალენცია
სიმბოლოთ	$p \to q$	$q \to p$	$\sim p \to \sim q$	$\sim q \to \sim p$	$q \leftrightarrow p$
სიტყვებით	თუ p, მაშინ q.	თუ q, მაშინ p.	თუ არა p, მაშინ არა q.	თუ არა q, მაშინ არა p.	p მაშინ და მხოლოდ მაშინ როცა q.

ტრანზიტულობის თვისება

განვიხილოთ ტრანზიტულობის თვისება და ვისწავლოთ, როგორ ვრცელდება ის პირობით წინადადებებზე.

მოცემულია: „თუ A მაშინ B“ და „თუ B მაშინ C“.

ტრანზიტულობის თვისების გამოყენებით შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ „თუ A, მაშინ C“.

ნიმუში 5

მაგალითად:

„თუ გუშინ იყო ხუთშაბათი, მაშინ დღეს არის პარასკევი“ და „თუ დღეს პარასკევია, მაშინ ხვალ არის შაბათი“.

ამ ორი წინადადებიდან შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ „თუ გუშინ ხუთშაბათი იყო, ხვალ შაბათია“.

თუ	მაშინ
თუ გუშინ ხუთშაბათი იყო (A)	მაშინ დღეს პარასკევია (B)
თუ დღეს პარასკევია (B)	მაშინ ხვალ შაბათია (C)
მაშასადამე ტრანზიტულობის თვისებით „თუ A მაშინ C“.	თუ გუშინ ხუთშაბათი იყო, ხვალ შაბათია.

სავარჯიშოები

1. როგორი წინადადებების ჩასაწერად ვიყენებთ სიმბოლოებს „A“, „B“ და „⇨“?

2. რომელი ორი სიტყვა უნდა გამოვიყენოთ წინადადებაში,რომ იგი წარმოვადგინოთ პირობითი წინადადების ფორმით?

3. გამოიყენეთ შემდეგი წინადადება: „ყველა ადამიანი, ვინც ცხოვრობს ნიუ იორკში, ცხოვრობს შეერთებულ შტატებშიც.

- გადაწერეთ ეს წინადადება პირობითი წინადადების ფორმით;
- რომელია ჰიპოთეზა (წანამძღვარი) და რომელი დასკვნა?
- ააგეთ შესაბამისი ვენის დიაგრამა;
- გადაწერეთ პირობითი წინადადება ასოების და სიმბოლოების გამოყენებით. (A, B და ⇒)

4. გამოიყენეთ ქვემოთ მოცემული დებულებები და თითოეული წინადადება:

- დაწერეთ, რომელია ჰიპოთეზა (წანამძღვარი) და რომელი დასკვნა?
- ააგეთ შესაბამისი ვენის დიაგრამა;
- გადაწერეთ პირობითი წინადადება სიმბოლოების გამოყენებით. (A, B და ⇒)
- ჩამოაყალიბე მოცემული პირობითი წინადადების შებრუნებული წინადადება და იმსჯელეთ თითოეული წინადადების ჭეშმარიტობაზე

ა) „თუ ძაღლები ყეფენ, მაშინ მათი პატრონები ნერვიულობენ“;

ბ) თუ ოთხფეხა შინაური ცხოველი არის ნაგაზი, მაშინ ის ძაღლია;

გ) თუ ცხოველი მტაცებელია, მაშინ ის ოთხფეხია;

დ) თუ ცხოველი ძაღლია, მაშინ ის ოთხფეხია;

ე) თუ მტრედია, მაშინ ფრინველია;

ვ) თუ ფრინველია, მაშინ დაფრინავს (მოიყვანეთ შებრუნებული წინადადება და კონტრმაგალითი, თუ დებულება ან მისი საწინააღმდეგო დებულება არ არის ჭეშმარიტი);

ზ) თუ ფრინველია, მაშინ მტაცებელი არ იქნება.

5. ჩამოწერეთ ქვემოთ ჩამოთვლილი პირობითი წინადადებების შებრუნებული წინადადებები და შემდეგ დაადგინეთ, ჭეშმარიტია თუ მცდარი.

ა) თუ თბილისში თოვს, მაშინ ბათუმშიც თოვს;

ბ) თუ ორი კუთხე მოსაზღვრეა, მაშინ მათი ჯამი არის 180 გრადუსი;

გ) თუ სამკუთხედს აქვს 2 თანაბარი სიგრძის გვერდი, მაშინ ის არის ტოლფერდა სამკუთხედი;

დ) თუ მრავალკუთხედი ოთხკუთხედია, მაშინ მას 4 გვერდი აქვს;

ე) თუ ფიგურა კვადრატია, მაშინ ის პარალელოგრამია;

ვ) თუ ფიგურა სამკუთხედია, მაშინ ის მრავალკუთხედია;

ზ) თუ ფიგურა არის წრე, მაშინ ის ბრტყელი ფიგურაა;

თ) თუ ფიგურა არის პარალელოგრამი, მაშინ ის მართკუთხედია;

ი) თუ შენ საყვირზე უკრავ, მაშინ შენ უკრავ ჩასაბერ ინსტრუმენტზე;

კ) თუ სამკუთხედს ყველა გვერდი ტოლი აქვს, მაშინ ის ტოლგვერდაა.

6. რა სახის დასკვნის გაკეთება შეიძლება შემდეგი ინფორმაციით?
„თუ ქეთის სურს ამერიკაში გამგზავრება, მაშინ მან უნდა აიღოს პასპორტი“

- ქეთი ამჟამად ნიუ იორკშია.

7. გადაანაწილეთ ქვემოთ მოცემული 3 წინადადება ლოგიკური ჯაჭვის შესაქმნელად.

A: თუ ცივა, შეიძლება მოთოვოს.

B: თუ ზამთარია, მაშინ ცივა.

C: თუ დღეები მოკლეა, მაშინ ზამთარია.

8. შეავსეთ ჭეშმარიტების ცხრილი

A	B	$A \to B$	$A \vee B$	$\overline{A} \vee B$	$A \vee \overline{B}$
ჭ	ჭ				
მ	ჭ				
ჭ	მ				
მ	მ				

A	B	$A \leftrightarrow B$	$A \wedge B$	$\overline{A} \wedge B$	$A \wedge \overline{B}$
ჭ	ჭ				
მ	ჭ				
ჭ	მ				
მ	მ				

დავუშვათ A და B შეესაბამება შემდეგ გამონათქვამებს.

A = ყველა პარალელოგრამი ოთხკუთხედია

B = ყველა კვადრატი მართკუთხედია

ცხრილიდან გამომდინარე წაიკითხეთ თითოეული წინადადება და შეამოწმეთ მართებულობა.

1.5. დედუქციური მსჯელობა

კრიტიკული კითხვა და ახსნა

60 ბანქოსგან შემდგარი დასტა დაყოფილია ოთხ ტოლ ნაწილად, თითოეულ ნაწილზე დახატულია სამკუთხედები, წრეები, კვადრატები და ხუთკუთხედები და გადანომრილია 1-დან 15-ის ჩათვლით.

მასწავლებელი ირჩევს ხუთ ბანქოს და მათგან აჩვენებს მხოლოდ ოთხს. ის ეუბნება მოსწავლეებს, რომ ოთხივე ნაჩვენებ ბანქოზე ერთნაირი ფიგურებია გამოსახული. ამის მიხედვით რა დასკვნის გაკეთება შეიძლება მახუთე ბანქოზე?

ლევანი ასკვნის: „მეხუთე ბანქოზე აწერია 11“.

მარიამი ასკვნის: „მეხუთე ბანქოზე ახატია წრე“.

ა. აღწერე, როგორ შეიძლებოდა თითოეული მოსწავლე მისულიყო ამ დასკვნამდე? არის მათი დასკვნები სწორი?

ბ. სხვა რა შესაძლებლობები არსებობს მეხუთე ბანქოსთვის? რა პირობა შეიძლება დაამატოს მასწავლებელმა შესაძლო ვარიანტების რაოდენობის შესამცირებლად?

დედუქციური მსჯელობა არის ისეთი მსჯელობის პროცესი, რომელიც ლოგიკური დასკვნის გამოსატანად იყენებს წინასწარ მოცემულ ფაქტებს.

ნიმუში 5

განსაზღვრე არის თუ არა გამონათქვამი ჭეშმარიტი?

მოცემულია, პირობითი გამონათქვამი და ვიცით, რომ დასკვნა არის ჭეშმარიტი; შეგვიძლია დავადგინოთ „ჰიპოთეზა“ იყო თუ არა ჭეშმარიტი?

დედუქციური მსჯელობა არის ისეთი მსჯელობის პროცესი, რომელიც ლოგიკური დასკვნის გამოსატანად იყენებს წინასწარ მოცემულ ფაქტებს. დასკვნა მართებულია, თუ ის ლოგიკურად გამომდინარეობს წინაპირობიდან, ჭეშმარიტად მიჩნეულ დებულებიდან.

ყველა ადამიანი მოკვდავია	ჰიპოთეზა
სოკრატე კაცია	ფაქტი
სოკრატე მოკვდავია	დედუქციური მსჯელობის შედეგი

განვიხილოთ მართებულობის ცხრილი

ე.ი. როცა გვაქვს $A \to B$ და B ჭეშმარიტია, მაშინ A შეიძლება იყოს მცდარიც და ჭეშმარიტიც. ზუსტად შეუძლებელია იმის განსაზღვრა, არის თუ არა წანამძღვარი ჭეშმარიტი.

წანამძღვარი A	დასკვნა B	პირობითი გამონათქვამი $A \to B$
ჭ	ჭ	ჭ
ჭ	მ	მ
მ	ჭ	ჭ
მ	მ	ჭ

როდესაც პირობითი გამონათქვამი $A \to B$ ჭეშმარიტია, და დასკვნაც არის ჭეშმარიტი, „ჰიპოთეზა" შეიძლება იყოს ჭეშმარიტი ან მცდარი, რომელსაც ვერ დავადგენთ.

სცადე დამოუკიდებლად!

- *ცნობილია, რომ პირობითი გამონათქვამი და მისი წანამძღვარი ჭეშმარიტია. შეგიძლია თუ არა დაასკვნა, რომ დასკვნა ჭეშმარიტია?*

განმარტება – ობიექტურობის კანონი **(law of detachment)**: თუ პირობითი გამონათქვამი და მისი ჰიპოთეზა (წანამძღვარი) სწორია, მაშინ **დასკვნაც** სწორია.

ნიმუში 6

შეამოწმე ობიექტურობის კანონი შესაბამისი ლოგიკური დასკვნების საშუალებით.

დავუშვათ, რომ მოცემულ ინფორმაციათა თითოეული ერთობლიობა სწორია.

ა. თუ ტესტში ანა დააგროვებს 85 ქულას ან მეტს, მაშინ ის დაიმსახურებს შეფასებას (A). ანამ 89 ქულა აიღო ტესტში. რა დასკვნის გამოტანა შეგიძლია აქედან?

შემოვიტანოთ ლოგიკური წინადადებების აღნიშვნები: p: ანა ტესტში აგროვებს 85 ან მეტ ქულას. q: ის დაიმსახურებს შეფასებას (A).

ობიექტურობის კანონის შესამოწმებლად საჭიროა, დავადგინოთ $p \to q$ და p გამონათქვამების ჭეშმარიტობის მნიშვნელობები.

$p \to q$: თუ ტესტში ანა დააგროვებს 85 ან მეტ ქულას, მაშინ ის საბოლოო შეფასებად დაიმსახურებს (A)-ს. (ეს პირობითი გამონათქვამი სწორია)

p: ანა ტესტში აგროვებს 85 ან მეტ ქულას.

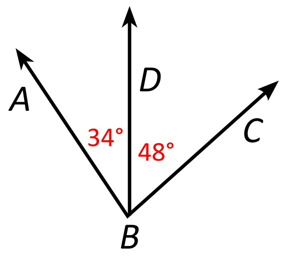
(ეს წანამძღვარი სწორია, რადგან ანამ დააგროვა 89 ქულა და $89 > 85$)

ე.ი. შესრულებულია ობიექტურობის კანონის პირობები, ამიტომაც დასკვნა q სწორია.

შეგიძლია დაასკვნა, რომ ანას საბოლოო შეფასება იქნება (A).

ნიმუში 7

თუ *D* წერტილი $\angle ABC$ კუთხის შიგნითაა, მაშინ $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$. რა შეგიძლია ლოგიკურად დაასკვნა $\angle ABC$-ს შესახებ?



განსაზღვრე $p \rightarrow q$ და p-ს ჭეშმარიტობის მნიშვნელობები:

$p \rightarrow q$: თუ D წერტილი $\angle ABC$ კუთხის შიგნითაა, მაშინ $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.

(ეს გამონათქვამი ჭეშმარიტია არაგადამფარავ კუთხეთა მიმატების აქსიომის თანახმად)

p: D წერტილი $\angle ABC$ კუთხის შიგა წერტილია.

(ეს წანამძღვარი ჭეშმარიტია)

ე.ი. ობიექტურობის კანონის ძალით, შეგიძლია დაასკვნა, რომ q დასკვნა ჭეშმარიტია.

$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$. ე.ი. $\angle ABC = 34^0 + 48^0 = 82^0$.

სცადე დამოუკიდებლად!

დავუშვათ, რომ მოცემული ინფორმაცია სწორია.

„თუ შეჯიბრს 30 წუთზე მალე დაასრულებ, მაშინ პრიზს მოიგებ“. შეჯიბრი დაასრულე 26 წუთში. რა შეგიძლია დაასკვნა ლოგიკურად?

მათემატიკის მოყვარულთათვის *

დედუქციური მსჯელობის ერთ-ერთი მეთოდი არის სილოგიზმის მეთოდი: როდესაც გვაქვს ორი წინა პირობა, 1) ძირითადი ანუ ზოგადი; 2) უმნიშვნელო ანუ მცირე პირობა და ძირითადი პირობის გათვალისწინებით, უმნიშვნელო პირობის შესახებ ვაკეთებთ დასკვნას.

სილოგიზმის მაგალითია: თუ, მხოლოდ ძუძუმწოვრები იკვებებიან რძით და კენგურუ ძუძუმწოვარია, მაშინ კენგურუ იკვებება რძით.

ნიმუში 8 — მათემატიკის მოყვარულთათვის

თუ *D* წერტილი $\angle ABC$ კუთხის შიგნითაა, მაშინ $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$. რა შეგიძლია ლოგიკურად დაასკვნა $\angle ABC$-ს შესახებ?

$q \to r$: „თუ კოტე უკრავს ჩასაბერ ინსტრუმენტზე, მაშინ იგი არის მარშის ბენდის წევრი“.

როგორც ვხედავთ, ნამდვილად, პირველი გამონათქვამის დასკვნა და მეორე გამონათქვამის წანამძღვარი ერთნაირია.

დასკვნა: $p \to r$: „თუ კოტე უკრავს საყვირზე, მაშინ იგი არის მარშის ბენდის წევრი”.

ბ) თუ A,B და C წერტილები ერთ წრფეზე ძევს და *B* წერტილი *A* და *B* წერტილებს შორისაა, მაშინ $(\overrightarrow{BA})$ და $(\overrightarrow{BC})$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ მიმართულია. თუ $(\overrightarrow{BA})$ და $(\overrightarrow{BC})$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ მიმართულია, მაშინ $AB + BC = AC$. რა შეგიძლია დაასკვნა?

სილოგიზმის კანონის გამოსაყენებლად, განსაზღვრე, არის თუ არა ერთი გამონათქვამის დასკვნა მეორესთვის წანამძღვარი.

$p \to q$: თუ *A*,*B* და *C* წერტილები ერთ წრფეზე ძევს და *B* წერტილი *A* და *B* წერტილებს შორისაა, მაშინ $(\overrightarrow{BA})$ და $(\overrightarrow{BC})$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ მიმართულია.

$q \to r$: თუ $(\overrightarrow{BA})$ და $(\overrightarrow{BC})$ ვექტორები საწინააღმდეგოდ მიმართულია, მაშინ $AB + BC = AC$.

როგორც ვხედავთ, ნამდვილად, პირველი გამონათქვამის დასკვნა და მეორე გამონათქვამის წანამძღვარი ერთნაირია.

დასკვნა: $p \to r$ – თუ *A*,*B* და *C* წერტილები ერთ წრფეზე ძევს და *B* წერტილი *A* და *B* წერტილებს შორისაა, მაშინ $AB + BC = AC$.

სცადე დამოუკიდებლად!

დავუშვათ, რომ მოცემულ ინფორმაციათა თითოეული ერთობლიობა სწორია. გამოიყენე სილოგიზმის კანონი დასკვნის გამოსატანად.

ა. თუ მთელი რიცხვი იყოფა 6-ზე, მაშინ ის იყოფა 2-ზე. თუ მთელი რიცხვი იყოფა 2-ზე, მაშინ იგი ლუწია.

ბ. თუ არდადეგებია, მაშინ შენ არ ხარ სკოლაში წასასვლელი. თუ სამუშაო დღეა, მაშინ არდადეგებია.

ნიმუში 8

მათემატიკის მოყვარულებისთვის. შეამოწმე ობიექტურობის და სილოგიზმის კანონები დასკვნის გამოსატანად.

რა დასკვნის გამოტანა შეგიძლია მოცემული გამონათქვამებიდან?

„თუ შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა, მაშინ შენ ხარ დედამიწაზე ყველაზე მაღალ მთაზე. თუ შენ ხარ დედამიწაზე ყველაზე მაღალ მთაზე, მაშინ შენ იმყოფები მთა ევერესტზე. შენ მიცოცავ მთაზე 29000 ფუტის სიმაღლეზე ზღვის დონიდან“.

დაადგინე, რომლებია პირობითი ამონათქვამები და გამოიყენე ლოგიკის კანონები დასკვნის გამოსატანად.

p→q: თუ შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა, მაშინ შენ ხარ დედამიწაზე ყველაზე მაღალ მთაზე.

(ეს პირობითი გამონათქვამი სწორია)

p: შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა.

(p ჭეშმარიტია, რადგან 29000 > 285000)

ე.ი. ობიექტურობის კანონის თანახმად q ჭეშმარიტია.

დასკვნა: შენ ხარ დედამიწაზე ყველაზე მაღალ მთაზე.

გამოიყენე სილოგიზმის კანონი

$p \to q$: თუ შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა, მაშინ შენ ხარ დედამიწაზე ყველაზე მაღალ მთაზე.

(ეს პირობითი გამონათქვამი სწორია)

$q \to r$: თუ შენ ხარ დედამიწაზე ყველაზე მაღალ მთაზე, მაშინ შენ იმყოფები მთა ევერესტზე.

(ეს პირობითი გამონათქვამი სწორია)

სილოგიზმის კანონის თანახმად $q \to r$ ჭეშმარიტია:

„თუ შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა, მაშინ შენ იმყოფები მთა ევერესტზე“.

გამოიყენე სილოგიზმის და ობიექტურობის კანონები

$q \to r$: „თუ შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა, მაშინ შენ იმყოფები მთა ევერესტზე“.

(ეს გამონათქვამი ჭეშმარიტია

p: შენ მიცოცავ მთაზე ზღვის დონიდან 28500 ფუტზე ან უფრო მაღლა.

(p ჭეშმარიტია, რადგან 29000 > 285000)

ობიექტურობის კანონის ძალით დასკვნა r ჭეშმარიტია: „შენ იმყოფები მთა ევერესტზე“.

1.6. დამტკიცება

მსჯელობა გეომეტრიაში

გეომეტრია მოიცავს ცნებებს, განმარტებებს, აქსიომებს, თეორემებს. დავიწყოთ საბაზისო სიტყვებით.

გეომეტრიაში განსაზღვრების მეშვეობით განიმარტება ობიექტები.

მათემატიკაში აქსიომა, იგივე პოსტულატი, არის დებულება, რომელიც დამტკიცების გარეშე მიიჩნევა ჭეშმარიტად. მიუხედავად ამისა, აქსიომები შეიძლება იყოს ლოგიკური და პირდაპირ მოცემული. ლოგიკური აქსიომები ჩამოყალიბებულია ლოგიკაზე დაფუძნებით და ხშირად მოცემული სიმბოლოების მეშვეობით.

ძველმა ბერძენმა მათემატიკოსმა ევკლიდემ, რომელსაც გეომეტრიის მამად მიიჩნევენ, ჩამოაყალიბა რამდენიმე აქსიომა. აქედან ერთ-ერთია შემდეგი:

აქსიომა: თუ ორი სიდიდე ცალ-ცალკე მესამე სიდიდის ტოლია, მაშინ ისინიც ტოლია.

ეს აქსიომა შეიძლება ეხებოდეს როგორც რიცხვებს, ასევე გეომეტრიულ ფიგურებს და ის ლოგიკური ხასიათისაა.

თეორემა

თეორემა არის დებულება, რომელიც საჭიროებს დამტკიცებას, რათა მივიჩნიოთ ჭეშმარიტად.

იმისათვის, რომ თეორემა მივიჩნიოთ ჭეშმარიტად უნდა დამტკიცდეს აქსიომებითა და სხვა თეორემების საშუალებით.

საინტერესოა თუ **როგორ მტკიცდება თეორემა.** რამდენი მტკიცე ფაქტია საჭირო იმისათვის, რომ მართებულად მივიჩნიოთ? განვიხილოთ პროცესი, თუ როგორ ხდება თეორემის დამტკიცება.

დამტკიცება

დამტკიცებას ვუწოდებთ წინადადებების თანამიმდევრობით აგებულ ისეთ მსჯელობას, რომელშიც ყოველი შემდეგი წინადადება ლოგიკურად გამომდინარეობს წინა წინადადებებიდან. დამტკიცება ჯაჭვითაა – მისი შემდეგი რგოლები წინა რგოლებს ებმის. დამტკიცებაში საწყისი დებულებებიდან – დაშვებებიდან – ნაბიჯ-ნაბიჯ მივდივართ საბოლოო დებულებამდე – დასკვნამდე. დამტკიცების ამ ელემენტებისთვის

*ევკლიდე (ძვ.წ 287)

მაგალითად: ვიცით, რომ $1 + 4 = 5$ და $2 + 3 = 5$ ჩვენთვის ცხადია, რომ $2 + 3 = 1 + 4$

არითმეტიკიდან ვიცით, მარტივი აქსიომა, რომელსაც ლოგიკური დასაბუთება არ სჭირდება, მაგალითად:

$$a + b = b + a$$

ლოგიკა მთელი თავისი ბრწყინვალებითა და შესაძლებლობებით სწორედ ცხოვრებისეული სიტუაციების ანალიზისას ჩანს.

მალე საგანგებო ტერმინებს შემოვიღებთ, თუმცა მანამდე ორიოდე სიტყვა ვთქვათ საერთოდ ტერმინოლოგიური აპარატისა და ენის მკაცრი წესების საჭიროების შესახებ.

- ***როგორ გავიგოთ დებულება ჭეშმარიტია თუ მცდარი?***

ლოგიკური მსჯელობის, დასაბუთების და დამტკიცებების დროს ვიყენებთ პირობის შემცველ წინადადებებს, რომლებიც შედგება ორი ნაწილისაგან.

დამტკიცება არის არგუმენტი იმისა, რომ რაღაც მართალია. მათემატიკაში ჩვენ ვიყენებთ მოცემულ ინფორმაციას, აქსიომებს და შემდეგ ლოგიკის გამოყენებით მივდივართ დასკვნამდე.

მათემატიკაში არსებობს **დამტკიცების** სხვადასხვა ხერხები. მაგალითად, არსებობს **ფორმალური დამტკიცება,** სადაც დასამტკიცებლად საჭირო თითოეული საფეხური იყენებს აქსიომას ან უკვე არსებულ დასაბუთებულ მოსაზრებას, როგორც არგუმენტს, ისეთი დასკვნის გამოსატანად, რომელიც მათემატიკურად გამართლებული იქნება.

განვიხილოთ დამტკიცების მარტივი მაგალითი.

ჩვენ უკვე მრავალჯერ განვიხილეთ როგორ ვიყენებთ ტოლობის თვისებებს განტოლების ამოხსნის დროს. დაამტკიცეთ, რომ მოცემულ განტოლებაში $4x + 5 = 21$, $x = 4$. დამტკიცების პროცესის ორგანიზებისთვის შესაძლებელია გამოვიყენოთ ორსვეტიანი ცხრილი.

დამტკიცების დროს იყენებენ ორსვეტიან დიაგრამებს, სადაც პირველ სვეტში მოცემულია გამონათქვამები, მეორე სვეტში კი დასაბუთებები.

ზემოთ მოყვანილია არგუმენტები, რატომ არის $4x + 5 = 21$ განტოლების ამონახსნი 4-ის ტოლი.

დამტკიცების პროცესი იყოფა საფეხურებად და თითოეულ საფეხურზე ვასახელებთ კონკრეტულ მიზეზს, თუ რატომ არის ჩვენ მიერ შესრულებული მათემატიკური მოქმედება ჭეშმარიტი. დამტკიცება პროცესის დასასრულია.

ზემოთმოცემული მაგალითი, არის ფორმალური დამტკიცების ტიპური ფორმატი.

გეომეტრიაში რაიმე დებულების დამტკიცება ნამდვილი გამოწვევაა, იმიტომ, რომ იგი გვაიძულებს უფრო საფუძვლიანად გავიაზროთ თითოეული ნაბიჯი. ზემოთ განხილული ფორმალური დამტკიცების მაგალითი მარტივი ალგებრითაა შესრულებული, თუმცა გეომეტრიისთვის ყველა ეს ბიჯი რაღაც ახალი მოსაზრებაა.

ამ თავში მოცემულ პოსტულატებს ხშირად გამოვიყენებთ დამტკიცებებისას.

დამტკიცება

ერთ-ერთი რასაც მათემატიკა ეფუძნება არის დედუქციური მსჯელობა. რაც ნიშნავს, რომ ახალი დებულება – თეორია დაფუძნებულია აქსიომაზე, უკვე ჭეშმარიტად მიჩნეულ დებულებაზე ან წინა დამტკიცებულ თეორემებზე.

დამტკიცება, როგორც პროცესი, არსებული ცოდნისა და არგუმენტების თანმიმდევრულად და ლოგიკურად წარმოდგენაა ისე, რომ ადამიანი დაარწმუნოს არსებული თეორემის ჭეშმარიტებაში. დამტკიცების პროცესს **ლოგიკური მსჯელობა** ეწოდება.

მათემატიკაში სასამართლოსგან განსხვავებით, საფუძვლიანი ვარაუდი მიუღებელია, ყოველი ნაბიჯი უნდა იყოს დასაბუთებული და განმტკიცებული წინა თეორემით ან აქსიომით.

გამონათქვამი/ ვარაუდი	დასაბუთება
$4x + 5 = 21$	მოცემულობა
$4x = 16$	ჩვენ შეგვიძლია ტოლობის ორივე მხარეს მივუმატოთ ან გამოვაკლოთ ერთი და იგივე რიცხვი
$x = 4$	ჩვენ შეგვიძლია ტოლობის ორივე მხარე გავყოთ 0-ის არატოლ ერთი და იმავე რიცხვზე.

მაგალითი 1: არაპირდაპირი დამტკიცება

არაპირდაპირი დამტკიცება, ბუნებრივია, ნაკლებ ფორმალურია, ვიდრე ფორმალური დამტკიცება. არაფორმალური დამტკიცება უბრალოდ უფრო მარტივად გვაძლევს უდავო მტკიცებულებას, რომ ჩვენი ვარაუდი მართებულია, ფორმალურად ნაბიჯ-ნაბიჯ მტკიცების გარეშე.

მაგალითად, გამოიყენეთ არაპირდაპირი მეთოდი და დაამტკიცეთ, რომ „თუ ნებისმიერ რიცხვს გავამრავლებთ 2-ზე და დავამატებთ 1-ს, მივიღებთ კენტ რიცხვს“ (სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ: დაამტკიცეთ, რომ $2n+1$ კენტია, n ნებისმიერი დადებითი მთელი რიცხვია“).

დავიწყოთ იქედან, რომ n ნებისმიერი მთელი რიცხვია. როცა ამ რიცხვს 2-ზე გავამრავლებთ მივიღებთ ლუწ რიცხვს, (აქ ჩვენ ვჩერდებით და ვეკითხებით საკუთარ თავს, „რატომ“?)

ლუწი რიცხვი არის რიცხვი, რომელიც ორზე იყოფა. ასე რომ ნებისმიერი რიცხვი რომელიც შეიძლება დაიწეროს როგორც $2n$, არის 2-ის ჯერადი, ე.ი. ლუწი.

რადგან ჩვენ გააზრებულად ვიცით უკვე, რომ ლუწი და კენტი რიცხვები ერთმანეთის მონაცვლეობით დგანან, ე.ი. ადვილად შევამჩნევთ, რომ თუ ნებისმიერ რიცხვს გავამრავლებთ 2-ზე და დავამატებთ 1-ს, მივიღებთ კენტ რიცხვს“.

თუ ჩვენ გვინდა კიდევ უფრო გავაძლიეროთ ჩვენი არგუმენტი, გავაგრძელოთ მტკიცება. ორზე გაყოფით შევამოწმებთ ლუწია რიცხვი თუ არა. თუ მიღებულ რიცხვს 2-ზე გავყოფთ, მივიღებთ არამთელ რიცხვს.

მაშასადამე $2n + 1$ მნიშვნელობა უნდა იყოს კენტი, რადგან იგი არ იყოფა ორზე უნაშთოდ.

გეომეტრიული მტკიცებულების წერისას ვიყენებთ დედუქციურ მსჯელობას ლოგიკური ნაბიჯების ჯაჭვის შესაქმნელად; დიაგრამაზე მოცემულია ის ნაბიჯები, რომლებიც საჭიროა ვარაუდის გამოთქმიდან, ჰიპოთეზიდან – დასკვნის გაკეთებამდე, ჰიპოთეზის დამტკიცებამდე

ჰიპოთეზა →

- განმარტებები
- აქსიომები
- თვისებები
- თეორემები

← **დასკვნა**

▶ შემდეგ თავში გაეცნობით დამტკიცებებს გეომეტრიაში.

ეს არის არაპირდაპირი (არაფორმალური) დამტკიცების მაგალითი. და იგი ზუსტად როგორც ჟღერს, არაფორმალურია. ეს არ არის სრულყოფილი მათემატიკური არგუმენტი, უფრო მეტად საერთო წარმოდგენაში გვიმტკიცებს რაღაცის სიზუსტეს. უნდა აღინიშნოს, რომ ასეთ დამტკიცებებში უფრო მეტი სივრცეა კრეატიულობისათვის. მათემატიკური ამოცანის მსგავსად აქ შეიძლება იყოს არაერთი გზა სწორ დასკვნამდე, ასე რომ, შესაძლებელია აქ ვიყოთ მათემატიკურად უფრო შემოქმედებითები.

ალგებრის ან გეომეტრიის კურსიდან მოიყვანეთ მაგალითები, რომელთა დამტკიცებაც შეგიძლიათ.