პროფესიული
უნარების
სააგენტო

ქეთევან ცერცვაძე • ევგენი გუგულაშვილი

მათემატიკური წიგნიერება

რიცხვები და მოქმედებები

სახელმძღვანელო მომზადებულია გაეროს განვითარების პროგრამისა (UNDP) და შვეიცარიის განვითარებისა და თანამშრომლობის სააგენტოს (SDC) მხარდაჭერით. პროფესიული უნარების სააგენტოსა და გაეროს განვითარების პროგრამის საგრანტო პროექტის „საქართველოში სოფლის მეურნეობასთან დაკავშირებული სისტემების გაფართოება და პროფესიული განათლების მოდერნიზაცია, ფაზა – II“ ფარგლებში.

წინამდებარე გამოცემაში გამოთქმული მოსაზრებები ავტორისეულია და შეიძლება არ ასახავდეს გაეროს განვითარების პროგრამის, შვეიცარიის განვითარებისა და თანაშრომლობის სააგენტოსა და ა(ა)იპ პროფესიული უნარების სააგენტოს თვალსაზრისს.

სახელმძღვანელო წარმოადგენს პროფესიული უნარების სააგენტოს საკუთრებას და განკუთვნილია პროფესიული განათლების სტუდენტებისთვის, რომლებიც პროფესიული საგანმანათლებლო პროგრამის ფარგლებში გაივლიან საშუალო განათლების კომპონენტსაც.

სახელმძღვანელოზე მუშაობდა ავტორთა ჯგუფი:

- **ქეთევან ცერცვაძე**
- **ევგენი გუგულაშვილი**

მადლობას ვუხდით ჯულიეტა ტაბეშაძეს, მარინე ახალაიას, სვეტა გორგიშელს, მზია დადვანს, ნანა ცინცაძეს, თამარ მურუსიძეს, ნანი სალიას, ნატო გერგაიას, ციცო თორიას, ნინელი ცერცვაძეს და მაია გველესიანს სახელმძღვანელოს შექმნაში შეტანილი წვლილისთვის.

რედაქტორი: **ზურაბ ვახანია**

გრაფიკული დიზაინერი: **ვერა პაპასკირი**

Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

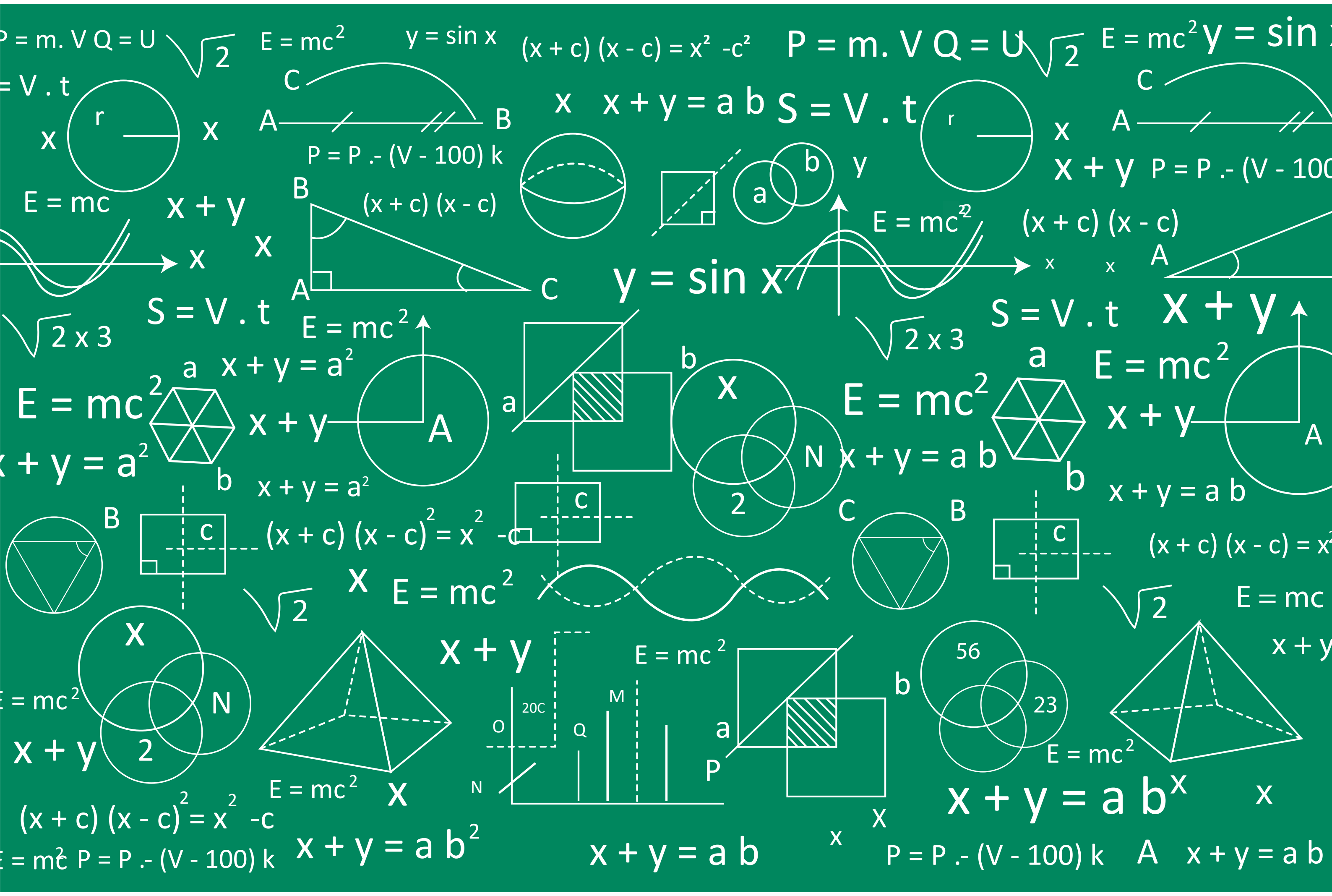
Swiss Agency for Development
and Cooperation SDC

პროფესიული
უნარების
სააგენტო

UNDP

საქართველო, თბილისი, 2022

მათემატიკური წიგნიერება



რიცხვები და მოქმედებები

სწრაფი ეკონომიკური აღმავლობა მხოლოდ ინდუსტრიის განვითარებით არის შესაძლებელი, რომლის განხორციელება ისტორიულად ხდებოდა და დღესაც ხდება შესაბამისი თანამედროვე ინდუსტრიული პოლიტიკით.

თანამედროვე ქვეყნების ინდუსტრიული განვითარება უმაღლეს კვალიფიკაციას და უახლესი ინსტრუმენტების გამოყენებას მოითხოვს. ახალი ინდუსტრიული პოლიტიკა აღარ შემოიფარგლება მხოლოდ წარმოების სექტორით, არამედ ფარავს სერვისებსაც. თანამედროვე ინდუსტრიული პოლიტიკა მჭიდროდაა დაკავშირებული ისეთ სფეროსთან, როგორიცაა, მაგალითად, კვლევებისა და ტექნოლოგიების პოლიტიკა, რომელიც ცნობილია ასევე ინოვაციური პოლიტიკის სახელით. ამასთან, ინდუსტრიული პოლიტიკა ურთიერთზეგავლენაშია გარემოს-დაცვით, განათლების, ჯანდაცვის, აგრარულ და თავდაცვის პოლიტიკასთან.

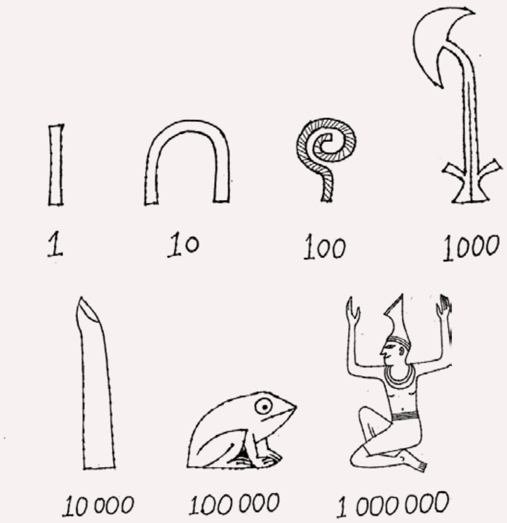
თემა 4. ხარისხი, ფესვი, ირაციონალური რიცხვი

4.1. რაციონალური რიცხვი

ეს საინტერესოა!

ჩვენ უკვე აღვნიშნეთ, რომ ეგვიპტეში რაოდენობის აღსანიშნავად არსებობდა იეროგლიფები. არსებობდა შესაბამისობა იეროგლიფებსა და რაოდენობას შორის.

აგრეთვე, ვიცით, რომ ყოველდღიურობაში ვიყენებთ ათობით პოზიციურ სისტემას, ასევე ვნახეთ, რომ რიცხვების ჩანაწერის ფორმებს შორის არსებობს კავშირი; მაგ.: წილადი შეიძლება ჩაიწეროს როგორც ათწილადი.



სურათი 1.5. *ძვ. ეგვიპტური ათობითი თვლის სისტემა.*

რიცხვს, რომლის ჩაწერა შეიძლება $\frac{a}{b}$ სახით, სადაც a მთელია და b ნატურალური, **რაციონალური რიცხვი** ეწოდება.

ტერმინი **რაციონალური რიცხვი**, წარმოიშვა ლათინური სიტყვისაგან **ratio**, რაც ქართულად „შეფარდებას" (ფარდობა, განაყოფს) აღნიშნავს.

4.1.1 რაციონალური რიცხვი, პერიოდული ათწილადი

ნატურალური რიცხვები, მთელი რიცხვები, წილადი რიცხვები, ათწილადები – რაციონალური რიცხვებია.

რაციონალური რიცხვებია, მაგალითად:	$\frac{-3}{5}$ რაციონალური რიცხვია
$5 = \frac{-5}{1} = \frac{-10}{2}$; $\frac{3}{7}$; $-\frac{7}{10}$; $4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2}$	$\frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}$
და ა.შ.	(მინუს ნიშანი ხანდახან იწერება წილადის წინ)

შენიშვნა: *როგორც წინა პარაგრაფში ვნახეთ, ნებისმიერი მთელი რიცხვი შეიძლება წარმოვადგინოთ როგორც წილადი რიცხვი.*

პერიოდული ათწილადი $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0.33333 \ldots =$	$\frac{7}{45} = 7 : 45 = 0.15555 \ldots$

როგორც ვხედავთ, რომ გაყოფა არ სრულდება, ე.ი. წილად $\frac{1}{3}$-ს ვერ წარმოვადგენთ სასრული ათწილადის **სახით**. მივიღეთ ათწილადი, სადაც 3 მეორდება უსასრულოდ.

ასეთ ათწილადს ეწოდება **უსასრულო პერიოდული ათწილადი,** რიცხვს, რომელიც მეორდება ეწოდება პერიოდი.

ა) $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0.33333 \ldots\ 0.(3)$ ეწოდება წმინდა პერიოდი

ბ) $\frac{7}{45} = 7 : 45 = 0.15555\ldots = 0.1(5)$ ეწოდება შერეული პერიოდი, რადგან პერიოდამდე არის რიცხვი, რომელიც აღარ მეორდება

მსჯელობა:

წარმოვადგინოთ პერიოდული ათწილადი წილადის სახით:

მოცემულია $0.55555 \ldots = 0.(5) = \frac{5}{9}$

პერიოდული ათწილადის წილადად წარმოდგენისთვის მრიცხველში ვწერთ პერიოდს, ხოლო მნიშვნელში იმდენ ცხრიანს რამდენი თანრიგიც არის პერიოდში.

დასაბუთება

ვთქვათ x არის წილადი, რომელსაც ვეძებთ:

$x = 0.55555 \ldots$ — გავამრავლოთ განტოლების ორივე მხარე 10-ზე

$10x = 5.5555. \ldots$ — გამოვაკლოთ მეორე განტოლებას პირველი

მარჯვენა მხრეს აკლდება მარჯვენა, მარცხენას მარცხენა

$$10x - x = 5.(5) - 0.(5)$$

$$10 \cdot x - 1 \cdot x = 5$$

$$9 \cdot x = 5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

ნიმუში 1

ა) როგორც ვნახეთ:

$0.55555\ldots = 0.(5) = \frac{5}{9}$

ბ) წარმოვადგინოთ შერეული პერიოდული ათწილადი წილადის სახით:

$0.1\,55555 = 0.1(5) = \frac{15-1}{90} = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$

$0.215555\ldots = 0.21(5) = \frac{215-21}{900} = \frac{194}{900} = \frac{97}{450}$

ნიმუში 2

რაციონალური რიცხვების წარმოდგენა ზრდადობის მიხედვით:

$-\frac{2}{5}$; $2\frac{5}{6}$; 2.4; -3.5; $-3\frac{5}{9}$.

წარმოვადგინოთ თითოეული წილადი ათწილადის სახით:

-0.4; $2.8(3)$; 2.4; -3.5; $-3.(5)$.

ჩვენ ვიცით, რომ $|-3.(5)| > |-3.5|$

შესაბამისად $-3.(5) < -3.5$

მივიღებთ: $-3.(5); -3.5; -0.4; 2.4; 2.8(3)$

ნიმუში 3

გამოიანგარიშეთ:

ა) $-\frac{2}{5}\cdot 15 + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) - 0.4 : (2 - 1.8) =$

$-6 + (-4) - 0.4 : (0.2) = -6 + (-4) - 2 = -12$

წილადით მოცემული მაგალითი მოქმედებებით:

ბ) $\dfrac{-5.5 - 2.4\cdot(-2)}{1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}}$

წილადის ხაზი ნიშნავს გაყოფას.

გამოვიანგარიშოთ მრიცხველი და მნიშვნელი ცალ-ცალკე და შემდეგ გავამარტივოთ გამოსახულება

$= \dfrac{-5.5-(-4.8)}{\frac{1}{6}} = \dfrac{-5.5+4.8}{\frac{1}{6}} = \dfrac{-0.7}{\frac{1}{6}} =$

$= \frac{7}{10} : \frac{1}{6} = -\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{1} = \frac{21}{5} = -4\frac{1}{5} = -4.2$

რადგან $\frac{1}{6} = 0.1(6)$ და ვერ წარმოვადგენთ როგორც სასრულ ათწილადს, მრიცხველი ჩავწერეთ წილადის სახით და შევასრულეთ წილადების გაყოფა

სავარჯიშოები

1. გადავაქციოთ მოცემული წილადი პერიოდულ ათწილადად:

ა) $\frac{1}{3}$; დ) $\frac{2}{11}$; ზ) $\frac{73}{33}$; კ) $\frac{89}{7}$;

ბ) $\frac{2}{9}$; ე) $\frac{7}{11}$; თ) $\frac{44}{13}$;

გ) $\frac{5}{9}$; ვ) $\frac{5}{11}$; ი) $\frac{58}{7}$.

2. გადავაქციოთ მოცემული წილადი შერეულ პერიოდულ ათწილადად:

ა) $\frac{8}{15}$; დ) $\frac{8}{45}$; ზ) $-\frac{104}{330}$; კ) $\frac{61}{80}$;

ბ) $\frac{17}{90}$; ე) $\frac{67}{90}$; თ) $\frac{41}{18}$;

გ) $-\frac{16}{45}$; ვ) $-\frac{19}{150}$; ი) $-\frac{82}{15}$.

3. მოცემული პერიოდული ათწილადი გადავაქციოთ წილადად:

ა) 0,(4); ე) –0,(48); ი) –4,(35);

ბ) – 0,(7); ვ) –2,(25); კ) 5,(62).

გ) 0,(12); ზ) 3,(18);

დ) 0,(27); თ) 1,(29);

4. **გამოწვევა:** მოცემული პერიოდული ათწილადი გადავაქციოთ წილადად:

ა) 0,3(2); ე) – 0,13(4); ი) 4,35(1);

ბ) 0,1(6); ვ) 1,6(5); კ) –7,02(8).

გ) – 0,0(8); ზ) – 5,4(7);

დ) 0,6(4); თ) 3,12(3);

5. დაალაგეთ მოცემული რიცხვები ზრდადობის მიხედვით:

ა) 0,(32); $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{11}$; ბ) $\frac{4}{7}$; 0,54; 0,(53);

გ) 0,64; $\frac{23}{33}$; $\frac{31}{50}$; 0,6(4); დ) $\frac{4}{5}$; 0,(81); $\frac{41}{50}$; 0,8(1).

6. **გამოწვევა:**

იპოვეთ ჯამი: თუ $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$;

გამოთვალეთ შემდეგი ჯამი:

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}.$$

7. ლიზიმ სათამაშო კუბების 0.4 ნაწილი მისცა ელნურს, რამდენი სათამაშო კუბი აქვს ელნურს თუ ლიზის დარჩა 24?

8. ონკანი აუზს ავსებს 9 საათში, რამდენი ლიტრი წყალი ეტევა აუზში თუ ავსების დაწყებიდან 2 საათის შემდეგ აუზის შესავსებად საჭირო იყო 2.1 ტონა წყალი?

9. ერთი ონკანი ავზს ავსებს 6 საათში. მეორე – 9 საათში. ა) ავზის რა ნაწილს ავსებს ორივე ონკანი ერთ საათში? ბ) ავზის რა ნაწილს აავსებს ორივე ერთად 3 საათში?

10. რამდენ საათში დაფარავს ტურისტი 20 კილომეტრს, თუ მისი სიჩქარე იქნება 2.5 კმ/სთ?

შენიშვნა: *ათწილადს აღვნიშნავთ როგორც მძიმის გამოყენებით, ასევე, წერტილით. მაგალითებში შეიძლება შეგხვდეთ ორივე აღნიშვნა (მაგალითად 2.5 ან 2,5).*

4.2. ხარისხი, მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი

ხარისხის მაჩვენებელი

$$a^n$$

ფუძე

ხარისხის მაჩვენებელი გვიჩვენებს რამდენჯერ გამრავლდა a – ფუძე თავის თავზე

ჩვენ ვიცით, რომ: $2 + 2 + 2 + 2 = 2 \cdot 4$

გამრავლება გვიჩვენებს რამდენჯერ მიემატა შესაკრები თავის თავს.

განვიხილოთ შემთხვევა, როდესაც რიცხვი მრავლდება თავის თავზე $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

ოპერაცია **ახარისხება** ნიშნავს რამდენჯერ გამრავლდა რიცხვი, რომელსაც **ფუძეს** ვუწოდებთ, თავის თავზე.

ხარისხის მაჩვენებელი

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

ფუძე

ხარისხს ხშირად ექსპონენტს უწოდებენ.

	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
1.	$5^3 \cdot 5^2 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^5$	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	ტოლფუძიანი ხარისხების გამრავლებისას, ფუძე უცვლელი რჩება, ხოლო ხარისხის მაჩვენებლები იკრიბება.
2.	$5^4 : 5^2 = \frac{5^4}{5^2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5} = 5 \cdot 5 = 5^2$	$a^n : a^m = a^{n-m}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	ტოლფუძიანი ხარისხების გაყოფისას, ფუძე უცვლელი რჩება, ხოლო მრიცხველის ხარისხის მაჩვენებელს აკლდება მნიშვნელის ხარისხის მაჩვენებელი.
3.	$(5^3)^2 = 5^3 \cdot 5^3 = 5^6$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	ხარისხის ახარისხების დროს, ფუძე უცვლელი რჩება, ხარისხის მაჩვენებლები მრავლდება.
4.	$5^2 \cdot 3^2 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = (5 \cdot 3)^2$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	ნამრავლის ნატურალურ ხარისხში ახარისხების დროს თითოეული თანამამრავლი უნდა ავიყვანოთ მოცემულ ხარისხის მაჩვენებელში და მიღებული შედეგები გადავამრავლოთ.

გაგრძელება

	რიცხვებში	ალგებრულად, ზოგადი ფორმით	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
5	$5^0 = 1$	$a^0 = 1$	$5^2 : 5^2 = 25 : 25 = 1$ $5^2 : 5^2 = 5^{2-2} = 5^0 = 1$
6	$5^{-1} = \frac{1}{5}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$5^2 : 5^3 = 5^{-1}$ $5^2 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$
	დაიმახსოვრეთ: $-5^2 = -(5^2) = -25$ $(-5)^2 = 25; \quad -5^3 = -125$		უარყოფითი რიცხვი ლუწ ხარისხში დადებითი რიცხვია. უარყოფითი რიცხვი კენტ ხარისხსი უარყოფითი რიცხვია.

4.2.1 მთელმაჩვენებლიანი ხარისხი და მისი თვისებები

დავაკავშიროთ ხარისხი და ათწილადი და უარყოფითი ხარისხის მაჩვენებელი ერთმანეთთან.

აღმოაჩინეთ კანონზომიერება

$$10000 = 10^4$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$1000 = 10^3$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$100 = 10^2$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$10 = 10^1$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$1 = 10^0$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$\frac{1}{10} = 10^{-1}$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$\frac{1}{100} = 10^{-2}$$
$$\div 10 \qquad - 1$$
$$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$$

ჩვენ ვხედავთ, რომ რიცხვის 10-ჯერ შემცირება იწვევს 10-ის ხარისხის მაჩვენებლის 1-ით შემცირებას;

შესაბამისად, ვიცით, რომ $1 = 10^0$, თუ გავაგრძე-ლებთ კანონზომიერებას,

1-ის 10 ჯერ შემცირება გამოიწვევს, ხარისხის მაჩვენებლის 1-ით შემცირებას და მივიღებთ უარყოფით ხარისხს:

$$\frac{1}{10} = 0.1 = 10^{-1}$$

$$\frac{1}{100} = 0.01 = 10^{-2}$$

ზემოთმოცემული მაგალითიდან გამომდინარე, შეგვიძლია ვთქვათ, რომ ათწილადები 0.1; 0.01 და ა.შ. შეიძლება წარმოდგენილი იყოს უარყოფითმაჩვენებლიანი ხარისხის სახით.

10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
$10 \cdot 10$	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10}$	$\frac{1}{10 \cdot 10 \cdot 10}$
100	10	1	$\frac{1}{10} = 0.1$	$\frac{1}{100} = 0.01$	$\frac{1}{1000} = 0.001$

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

ნიმუში 1 – განვიხილოთ უარყოფითი ხარისხის მაგალითები

რიცხვებში	ალგებრულად (წესი, ფორმულირება)	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
$5^{-1} = \frac{1}{5}$ $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2$	$a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$5^2 : 5^3 = 5^{-1}$ $5^2 : 5^3 = \frac{5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

ნიმუში 2

რიცხვებში	ალგებრულად (წესი, ფორმულირება)	წესი (სავარჯიშოებით დასაბუთება)
ა) $(2^3)^{-2} =$ $\frac{1}{(2^3)^2} = \frac{1}{2^3 \cdot 2^3} = \frac{1}{2^6}$	ბ) $(2^{-3})^{-2} = 2^{(-3)\cdot(-2)} = 2^6$	გ) $-2^2 + 10 \cdot (8 - 2 \cdot 0.1)^0 = -4 +$ $+ 10 \cdot 1 = 6$ **მინიშნება**: $-2^2 = -1 \cdot 2^2$

დამატებითი სავარჯიშოები იხილეთ ბმულზე:

drive.google.com

სავარჯიშოები

1. დაშალეთ მამრავლებად და წარმოადგინეთ ხარისხის სახით:

ა) $n \cdot n \cdot n \cdot n$; გ) 27; ე) 72;
ბ) $(-m) \cdot (-m) \cdot (-m)$; დ) 32; ვ) 200.

2. შეასრულეთ მოქმედებები ხარისხებზე:

ა) $2^4 \cdot 2^2$; დ) $3^{-2} : 3^6$; ზ) $3^5 \cdot 3^{-2}$;
ბ) $2^{10} : 2^{12}$; ე) $3^5 \cdot 3^{-2}$; თ) $5^{-5} : 5^{-7}$;
გ) $5^9 : 5^9$; ვ) $7^{-3} : 7^{-2}$; ი) $9^7 \cdot 27^{-5}$.

3. გაამარტივეთ გამოსახულებები:

ა) $m^9 : m^6$; გ) $m^3 \cdot (m^{-1})^6$; ე) $a^7 : (a^3)^0$;
ბ) $n^{12} : n^{10}$; დ) $a^2 : (a^3)^{-2}$; ვ) $(b^{-1})^6 \cdot b^2$.

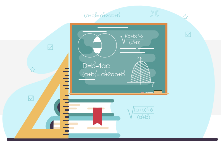
4. გაამარტივეთ გამოსახულება, წარმოადგინეთ 2-ის, 3-ის ან 5-ის ხარისხის სახით:

მითითება: $4^3 = (2^2)^3 = 2^6$

ა) $(5^2)\ 2 \cdot 25$; დ) $9^4 \cdot 3^2$; ზ) $4^3 \cdot 2^4$;
ბ) $8^2 \cdot 2^3$; ე) $25^4 \cdot 125$; თ) $9^2 \cdot 27$;
გ) $\frac{4^3}{2^4}$; ვ) $\frac{9^3}{3^4}$; ი) $\frac{25^3}{5^4}$.

გამოწვევა:
გაამარტივეთ გამოსახულება

ა) $2^k \cdot 2^{k+1}$; ბ) $5^{2n} \cdot 5^n$; გ) $3^{n+1} \cdot 3^{n-1}$; დ) $10^n \cdot 10^{1-n}$



მათემატიკური კვლევა

ა) $(3a)^4 = (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) = \square^{\square} \cdot \square^{\square}$

ბ) $(2b^3)^4 = (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) \cdot (\square) = \square^{\square} \cdot \square^{\square}$

გ) $\left(\frac{b}{5}\right)^4 = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square^{\square}}{\square^{\square}}$

ხარისხის ფუძის წარმოდგენა ნამრავლის სახით და გამოსახულების გამარტივება:

დ) $(\frac{b^4}{5^3})^4 = \frac{(2 \cdot 3)^4}{(3)^3} = \frac{\square^4 \cdot \square^4}{\square^3} =$

1. კვლევის შედეგების გათვალისწინებით აახარისხეთ:

ა) $(2a)^2$ ბ) $\left(\frac{a}{3}\right)^2$ გ) $(3b^2)^3$ დ) $\left(\frac{m}{2}\right)^5$ ე) $(5b)^2$ ვ) $(10a^2)^3$

გამოწვევა:

მითითება: $\frac{10^4}{4^3} = \frac{(2 \cdot 5)^4}{5^3} = \frac{2^4 \cdot 5^4}{5^3} = 5 \cdot 2^4$

2. წარმოადგინეთ ფუძე ნამრავლის სახით და გაამარტივეთ:

ა) $\frac{14^5}{7^3}$; ბ) $\frac{9^3}{3^3}$; გ) $\frac{100^4}{10^3}$; დ) $\frac{10^4}{2^3}$; ე) $\frac{21^4}{7^3}$; ვ) $\frac{10^5}{5^3}$.

გამოწვევა:

3. გაამარტივეთ:

ა) $(10^3)^2 \cdot 2^5 \cdot 5^3$; ბ) $(6^4)^2 \cdot 3^9 \cdot 2^4$; დ) $(10^3)^2 \cdot 2^5 \cdot 5^3$.

4.3. რიცხვის სტანდარტული ფორმა

დედამიწის მასა გამოისახება 25 ციფრიანი რიცხვით, რომლის ჩაწერაც მოუხერხებელია.

ბუნებაში არსებობს ძალიან დიდი და მცირე სხეულები. მცირე სხეულების სიგრძის, მასის თუ სხვა მახასიათებლების ჩაწერას ვისწავლით შემდეგ თავებში. ახლა ვისწავლოთ როგორ ჩავწეროთ დიდი სხეულის მახასიათებლები.

დედამიწის მასა

$= 5.9722 \cdot 10^{24}$ კგ $\approx 5.97 \cdot 10^{24}$ კგ

რიცხვის ჩაწერა სტანდარტული ფორმით, ნიშნავს წარმოვადგინოთ მოცემული რიცხვი როგორც: $A \cdot 10^n$ ნამრავლი, სადაც $1 \leq A < 10$, ხოლო n – მთელი რიცხვია.

სურათი 1.6. *დედამიწა*

ნიმუში 1

რიცხვის სტანდარტულ ფორმაში წარმოსადგენად, გავიხსენოთ 10-ის ხარისხებზე გამრავლების და გაყოფის წესები:

2.345 X 10^0 = 2.3 4 5 2.345 X 10^1 = 2 3. 4 5 2.345 X 10^2 = 2 3 4. 5 2.345 X 10^3 = 2 3 4 5.	2.345 X 10^0 = 2.3 4 5 2.345 X 10^{-1} = 0.2 3 4 5 2.345 X 10^{-2} = 0.0 2 3 4 5 2.345 X 10^{-3} = 0.0 0 2 3 4 5
3.12 X 10^9 3.12 X 10^9 3.12 X 1,000,000,000 3,120,000,000	1.35 X 10^{-4} 1.35 X 10^{-4} 1.35 X $\frac{1}{10,000}$ 1.35 ÷ 10,000 0.0 0 0 1 3 5
მძიმე გადაინაცვლა 9 ერთეულით მარჯვნივ.	მძიმე გადაინაცვლა 4 ერთეულით მარცხნივ.
15,237 = 1.5237 X 10^4	**0.00396 = 3.96 X 10^{-3}**

ნიმუში 2

წარმოვადგინოთ რიცხვი სტანდარტული ფორმით და პირიქით

ა) 23 600 000 = 2.36 X 10^7 ბ) 0. 000 023 6 = 2.36 X 10^{-5}

ნიმუში 3

სხეულის მასა 35 690 000 კგ-ია, ჩაწერეთ რიცხვი სტანდარტული ფორმით:

ჩვენ ვიცით, რომ რიცხვის სტანდარტული ფორმა არის ნამრავლი $A \cdot 10^n$, სადაც $1 \leq A < 10$, ხოლო n – მთელი რიცხვია;

$35\ 690\ 000 = 3.569 \cdot 10^7 \approx 3.57 \cdot 10^7$ მეცნიერულ ჩანაწერში მიღებულია, რომ 10-ის ხარისხის წინ რიცხვი უნდა იყოს დამრგვალებული მეასედ თანრიგამდე.

სავარჯიშოები

1. წარმოადგინეთ რიცხვები სტანდარტული ფორმით:

ა) 156; ე) 0,147; ი) 0,052;
ბ) 273,7; ვ) 0,0081; კ) 0,00000081;
გ) 540000; ზ) 3002; ლ) 0,000000147;
დ) 0,015; თ) 310,008; მ) 0,00000000017.

2. გამოიანგარიშეთ:

ა) $2.4 \cdot 10^4$; გ) $0.4 \cdot 10^3$; ე) $2.4 \cdot 10^4$;
ბ) $5.18 \cdot 10^5$; დ) $5.1 \cdot 10^2$; ვ) $0.05 \cdot 10^4$.

3. ჩაწერეთ რიცხვი სტანდარტული ფორმით:

ა) მანძილი დედამიწიდან მზემდე 149 500 000 000 მეტრია;

ბ) ტემპერატრუა მზეზე 15 მილიონი გრადუსი ცელსიუსია;

გ) მზის დიამეტრი მიახლოებით 1 392 700 000 მეტრია, დედამიწაზე 109-ჯერ მეტი;

დ) იპოვეთ დედამიწის დიამეტრი და ჩაწერეთ სტანდარტული სახით;

ე) მზე 4 568 მილიარდი წლის წინ ჩამოყალიბდა.

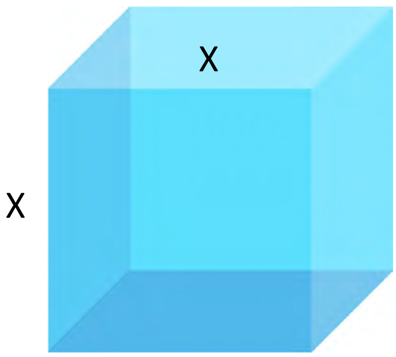
4.4. ფესვი, ირაციონალური რიცხვი

გეომეტრიის კურსიდან ვიცით, რომ კვადრატის ფართობი გვერდის სიგრძის კვადრატის ტოლია

$S = x^2$

სადაც s – აღნიშნავს ფართობს,
ხოლო x – კვადრატის გვერდის სიგრძეს

თუ $x = 4$ სმ-ს, მაშინ ფართობი $s = 16$ სმ^2-ს.



დავსვათ, შებრუნებული კითხვა 1:

- რა იქნება იმ კვადრატის გვერდის სიგრძე, რომლის ფართობი 25 სმ^2-ია?

  $s = x^2 = 25$ სმ^2

იმისათვის, რომ ჩავწეროთ გვერდის სიგრძე, ვიყენებთ კვადრატული ახარისხების შებრუნებულ ოპერაციას, რომელსაც ეწოდება ფესვის ამოღება.

$5^2=25$
$5=\sqrt{25}$

ხარისხის თვისებებიდან ვიცით, რომ

$5^2 = 25$ ასევე $(-5)^2=25$

თუ განვიხილავთ განტოლებას

$x^2 = 25$, მაშინ x შეიძლება იყოს დადებითიც და უარყოფითიც, შესაბამისად

$x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$

განხილულ შემთხვევაში, რადგან გვერდის სიგრძე დადებითია, განვიხილავთ მხოლოდ დადებით მნიშვნელობას.

$\sqrt{}$ – აღნიშნულ სიმბოლოს ეწოდება **კვადრატული ფესვი**, ვამბობთ კვადრატული ფესვი რიცხვიდან.

- $\sqrt{a}$ – გამოსახულებას აზრი აქვს, თუ $a \geq 0$-ზე, თუ თუ $a < 0$-ზე, გამოსახულების რიცხვით მნიშვნელობას ვერ ვიპოვით.
- $\sqrt{a} \geq 0$, მნიშვნელობა ყოველთვის არაუარყოფითია, ვამბობთ არითმეტიკული კვადრატული რიცხვი a-დან.

დავსვათ, შებრუნებული კითხვა 2:

- რა იქნება იმ კვადრატის გვერდის სიგრძე, რომლის ფართობი 5 სმ^2-ია?

  $s = x^2 = 5$ სმ^2
  $x^2 = 5$
  $x = \sqrt{5}$ რადგან კვადრატის გვერდი ვერ იქნება უარყოფითი რიცხვი. $\sqrt{5}$ – არ არის ნატურალური რიცხვი, არც მთელი რიცხვი, მისი წარმოდგენა შეუძლებელია წილადის სახით, $\sqrt{5}$ – ირაციონალური რიცხვია.

4.4.1 ირაციონალური რიცხვი

რიცხვს, რომლის წარმოდგენა არ არის შესაძლებელი $\frac{a}{b}$ სახით, სადაც a მთელი რიცხვია და b ნატურალური რიცხვი, ირაციონალური რიცხვი ეწოდება.

მოქმედებები ფესვებზე (რადიკალებზე); ფესვის თვისებები

ზემოთ განხილული ნიმუშებიდან, ჩანს რომ

$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$

	ნიმუშები რიცხვებში	ალგებრული, ზოგადი ფორმა
1.	$\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5$ $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5} = (\sqrt{5})^3 = 5\sqrt{5}$	$\sqrt{a}\cdot\sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$ თუ $a \geq 0$
2.	$\sqrt{2}\cdot\sqrt{18} = \sqrt{2\cdot 18} = \sqrt{36} = 6$	$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a\cdot b}$ თუ $a \geq 0$ და $b \geq 0$
3.	$\sqrt{18} : \sqrt{2} = \sqrt{18 : 2} = \sqrt{9} = 3$ $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ თუ $a \geq 0$ და $b > 0$
4.	ვიცით, რომ როდესაც ფესქვეშა გამოსახულება დადებითია, პასუხი დადებაია. **დაიმახსოვრეთ:** $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{25} \neq \pm 5$; თუ a ნებისმიერი რიცხვია, მაშინ $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$	

ნიმუში 1 – მოქმედებები რადიკალებზე (ფესვებზე)

ა) $4\sqrt{5}+2\sqrt{5}=6\sqrt{5}$	ბ) $2\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{5}=6(\sqrt{5})^2=$ $6\cdot 5=30$	გ) $4\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{5}=8\sqrt{15}$	დ) $\sqrt{8}=\sqrt{4\cdot 2}=$ $=\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ ფესვის უმარტივეს ფორმამდე გამარტივება
დაიმახსოვრეთ: $\sqrt{5}+\sqrt{3}\neq\sqrt{5+3}$; $3+\sqrt{2}$ არ იკრიბება; $\sqrt{5}$ – ირაციონალური რიცხვია			

ნიმუში 2 – ირაციონალური რიცხვის შეფასება

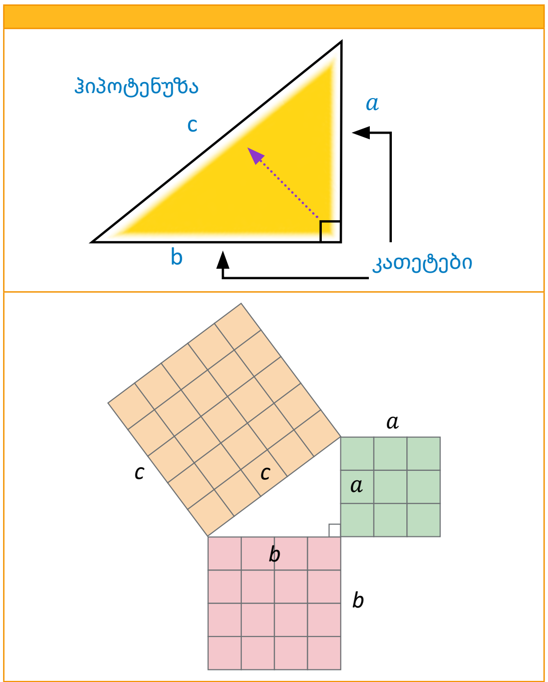
რა რიცხვებს შორის არის მოთავსებული $\sqrt{30}$?

გავიხსენოთ, რიცხვები, რომელთა კვადრატი 30-თან არის ყველაზე ახლოს: $4^2=16$; $5^2=25$ $6^2=36$; $7^2=49$ $25<30<36$, შესაბამისად $\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$	$\sqrt{30}$ 16, **25**, **36**, 49 **25** $<$ 30 $<$ **36** $\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$ $5<\sqrt{30}<6$

4.4.2 პითაგორას თეორემა

როგორც ვიცით, მართკუთხა სამკუთხედში კათეტების კვადრატების ჯამი, ჰიპოტენუზის კვადრატის ტოლია

$$a^2 + b^2 = c^2$$



პითაგორას თეორემის შემოწმება:

აღნიშნული თეორემის დამტკიცების ძალიან ბევრი მეთოდი არსებობს, ერთ-ერთი თვალსაჩინო მოდელია:

- დახაზეთ მართკუთხა სამკუთხედი
- თითოეულ გვერდზე ააგეთ კვადრატი
- გამოთვალეთ თითოეული კვადრატი ფართობი
- შეამოწმეთ ფორმულის მართებულობა, განიხილეთ სხვადასხვა ზომის მოდელები.

ნიმუში 3 – ირაციონალური რიცხვის რიცხვით ღერძზე მონიშვნა

განვიხილოთ მართკუთხა სამკუთხედი, რომლის კათეტების სიგრძეებია 1 და 2 სანტიმეტრი (იხ. ნახაზი 1), როგორ ვიპოვოთ ჰიპოტენუზის სიგრძე?

პითაგორას თეორემის თანახმად:

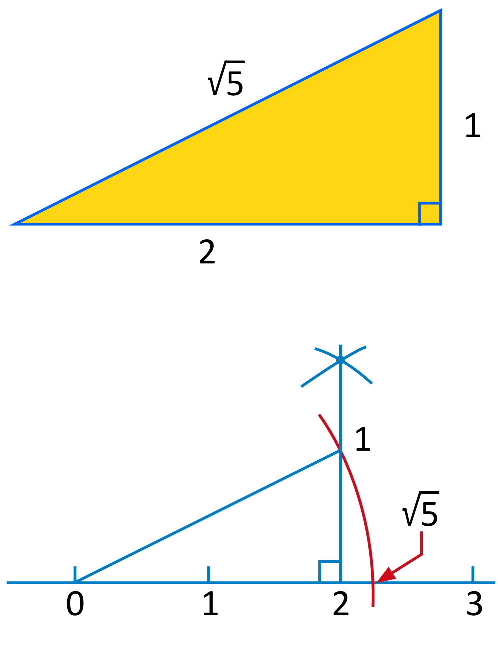
$1^2 + 2^2 = x^2$

$x^2 = 5$

$x = \sqrt{5}$

იმისათვის, რომ $\sqrt{5}$-ის შესაბამისი წერტილი მოვნიშნოთ რიცხვით წრფეზე, უნდა მოიქცეთ შემდეგნაირად:

- დახაზეთ რიცხვითი წრფე და მონიშნეთ მთელი რიცხვები
- სათავიდან გადაზომეთ 2 ერთეულის ტოლი მონაკვეთი და ააგეთ ნახაზის 1 – შესაბამისი ნახაზი;
- მივიღებთ მართკუთხა სამკუთხედს, რომლის ჰიპოტენუზის სიგრძე იქნება $\sqrt{5}$.



ნახაზი 1

4.4.3 უმარტივესი კვადრატული განტოლება

ნიმუშები რიცხვებში	ალგებრული, ზოგადი ფორმა
ჩვენ ვიცი, რომ $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=\left(\sqrt{5}\right)^2=\sqrt{5^2}=5$	განვიხილოთ განტოლება $x^2=5$ $x=\sqrt{5}$ ან $x=-\sqrt{5}$ მოკლედ ვწერთ: $x=\pm\sqrt{5}$
რადგან უარყოფითი რიცხვების ნამრავლი დადებითი რიცხვია: $\left(-\sqrt{5}\right)\cdot\left(-\sqrt{5}\right)=\left(-\sqrt{5}\right)^2=5$	**ზოგადი ფორმა:** *თუ* $x^2=a$ *და* $a>0$ *მაშინ* $x=\pm\sqrt{a}$ *როცა* $a<0$, *მაშინ განტოლებას ამონახსნი არ აქვს*

ნიმუში 4 – ამოხსენით განტოლებები

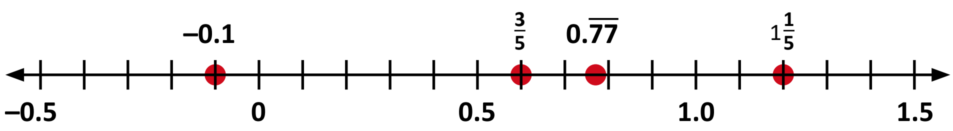
$3x^2=96$ $x^2=32$ $x=\pm\sqrt{32}=\pm\sqrt{16\cdot 2}=\pm 4\sqrt{2}$ $x=4\sqrt{2}$ ან $x=-4\sqrt{2}$	$2x^2-36=0$ $2x^2=36$ $x^2=18$ $x=\pm\sqrt{18}=\pm\sqrt{9\cdot 2}=\pm 3\sqrt{2}$ $x=3\sqrt{2}$ ან $x=-3\sqrt{2}$

ნიმუში 5 – რიცხვების დალაგება ზრდადობით

რთული ნიმუში

დაალაგეთ შემდეგი რიცხვები 1.5; -0.5; $\frac{3}{5}$; -0.1; 0.(77); 1; $1\frac{1}{5}$ ზრდის მიხედვით:

იმისათვის, რომ დავალაგოთ რიცხვები ზრდადობით, მონიშნეთ რიცხვების შესაბამისი წერტილები რიცხვით წრფეზე და შემდეგ ამოწერეთ თანმიმდევრობით, მარცხნიდან მარჯვნივ.



სავარჯიშოები

1. რომელ ორ მომდევნო მთელ რიცხვს შორის არის მოთავსებული რიცხვები:

ა) $\sqrt{15}$; გ) $\sqrt{5}$; ე) $\sqrt{8}$;
ბ) $\sqrt{80}$; დ) $\sqrt{3}$; ვ) $\sqrt{50}$.

2. იპოვეთ გამოსახულების მნიშვნელობა:

ა) $\sqrt{16}$; ე) $\sqrt{81}$; ი) $\sqrt{1}$;
ბ) $\sqrt{144}$; ვ) $\sqrt{4}$; კ) $\sqrt{\frac{1}{4}}$;
გ) $\sqrt{0}$; ზ) $\sqrt{64}$; ლ) $\sqrt{\frac{1}{49}}$;
დ) $\sqrt{36}$; თ) $\sqrt{121}$; მ) $\sqrt{\frac{25}{64}}$.

3. გამოიტანეთ მამრავლი ფესვის ნიშნის გარეთ:

ა) $\sqrt{8}$; ე) $\sqrt{50}$; ი) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5}$;
ბ) $\sqrt{49}$; ვ) $\sqrt{32}$; კ) $\sqrt{7^5 \cdot 3^{13}}$;
გ) $\sqrt{81}$; ზ) $\sqrt{8}$; ლ) $\sqrt{5^2}$;
დ) $\sqrt{144}$; თ) $\sqrt{200}$; მ) $\sqrt{2^3}$.

4. შეიტანეთ მამრავლი ფესვის ნიშნის შიგნით:

ა) $3\sqrt{2}$; გ) $3\sqrt{3}$; ე) $6\sqrt{3}$;
ბ) $5\sqrt{3}$; დ) $4\sqrt{7}$; ვ) $a\sqrt{a}$.

5. დაალაგეთ რიცხვები ზრდადობით:

ა) 3; $\sqrt{7}$; 2; $\sqrt{7}$; ბ) $\sqrt{10}$; 4; $\sqrt{8}$; 3.

6. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$; დ) $4\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$; ზ) $\sqrt{75} : 5$;
ბ) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$; ე) $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{8}$; თ) $\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{32}$;
გ) $\sqrt{75} : \sqrt{3}$; ვ) $18\sqrt{75} \cdot 6\sqrt{3}$; ლ) $6 \cdot \sqrt{3}$.

7. შეასრულეთ მოქმედებები:

ა) $\sqrt{7} + \sqrt{7}$; ვ) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3})$;
ბ) $5\sqrt{3} - \sqrt{3}$; ზ) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{5})$;
გ) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - 1)$; თ) $(\sqrt{3} + \sqrt{12}) : \sqrt{3}$;
დ) $\sqrt{8} - \sqrt{2}$; ი) $(\sqrt{8} - \sqrt{6}) : \sqrt{2}$.
ე) $\sqrt{50} + \sqrt{8}$;

8. ამოხსენით კვადრატული განტოლებები:

ა) $x^2 = 9$; ე) $x^2 = 13$; ი) $4x^2 = -4$;
ბ) $x^2 = 36$; ვ) $x^2 = 29$; კ) $-3x^2 = -3$;
გ) $x^2 = 0$; ზ) $x^2 = 100$; ლ) $2x^2 = 18$;
დ) $x^2 = 10$; თ) $4x^2 = 200$; მ) $-2x^2 = -26$.

9. ამოხსენით კვადრატული განტოლებები:

ა) $2x^2 + 7 = 11$; დ) $5 + 5x^2 = 30$; ზ) $x^2 + 16 = 34$;
ბ) $4x^2 + 9 = 25$; ე) $17 - x^2 = 5$; თ) $x^2 + 17 = 29$;
გ) $2x^2 + 3 = 39$; ვ) $4 - 2x^2 = 12$; ი) $10 + x^2 = 50$.

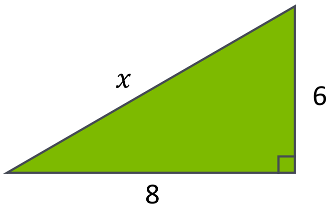
10. იპოვეთ კვადრატის გვერდის სიგრძე, თუ მისი ფართობია:

ა) 50 სმ^2; ბ) 18 სმ^2.

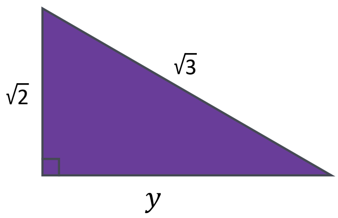
სავარჯიშოები

34. ნახაზზე მოცემული მონაცემებიდან გამომდინარე იპოვეთ უცნობი გვერდის სიგრძე.

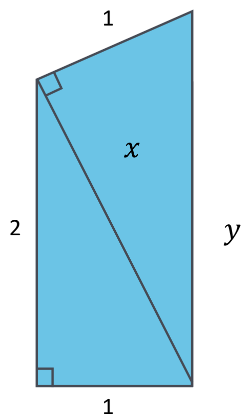
ა)



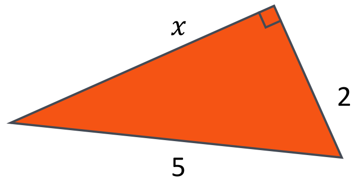
ბ)



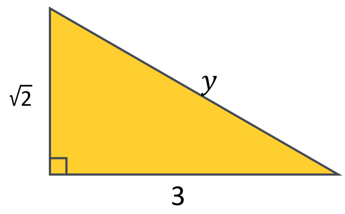
გ)



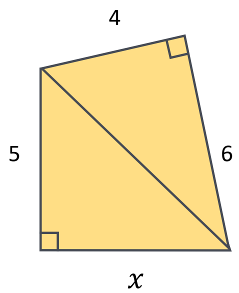
დ)



ე)



ვ)



35. გამოწვევა:

ნიმუში 4

$\sqrt{72} = \sqrt{9 \cdot 8} = \sqrt{3^2 \cdot 2^3} =$

$\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2 \cdot 2^2} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

ა) $\sqrt{2^3 \cdot 3^5}$	დ) $\sqrt{2^3}$
ბ) $\sqrt{7^5 \cdot 3^{13}}$	ე) $\sqrt{162}$
გ) $\sqrt{5^6}$	ვ) $\sqrt{40}$

36. როგორც ვიცით, რაციონალური რიცხვი ეწოდება რიცხვს, რომელიც ჩაიწერება $\frac{m}{n}$ სახით, სადაც m მთელია და n – ნატურალური. გაარკვიეთ, არის თუ არა რაციონალური რიცხვი $\frac{8}{-7}$, რომლის მნიშვნელიც არაა ნატურალური. პასუხი დაასაბუთეთ.